

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ



А. И. АХИЕЗЕР, М. П. РЕКАЛО
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
АДРОНОВ



**АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ОРДЕНА ЛЕНИНА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

А. И. АХИЕЗЕР, М. П. РЕКАЛО

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ

КИЕВ
«НАУКОВА ДУМКА»
1977

Рецензент чл.-кор. АН УССР
Д. В. ВОЛКОВ

Редакция физико-математической литературы

А $\frac{20402 - 021}{M221(04) - 77} 178 - 77$

© Издательство «Наукова думка», 1977

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электромагнитное взаимодействие принадлежит к числу фундаментальных взаимодействий, и поэтому изучение электромагнитных свойств элементарных частиц представляет значительный физический интерес.

В настоящее время нет последовательной теории элементарных частиц. Существует лишь квантовая электродинамика электронов и фотонов — единственная количественная теория элементарных частиц, с удивительной точностью объясняющая и предсказывающая огромный круг явлений, связанный с электроном и фотоном. Успех квантовой электродинамики во многом зависит от того, что сильновзаимодействующие частицы — адроны — в очень большом диапазоне энергий не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на свойства электрона и фотона и на те процессы, которые обусловлены их взаимодействием. Иными словами, электрон и фотон являются объектами, не подвластными сильному взаимодействию. Поэтому они выступают как частицы, обладающие вполне определенными и притом хорошо известными свойствами.

С другой стороны, электрон и фотон могут взаимодействовать с адронами, а так как свойства электрона и фотона при этом не меняются, то появляется возможность с помощью изучения взаимодействия электронов и фотонов с адронами исследовать электромагнитные свойства адронов. Можно сказать, что электрон и фотон играют как бы роль «адронного микроскопа». Что же касается самих адронов, то для их описания приходится чисто формально вводить некоторые величины — формфакторы и структурные функции. Хотя при этом и действуют определенные ограничения, связанные с законами сохранения и требованиями теории относительности, введение этих величин является по существу феноменологическим, так как сейчас теоретически еще невозможно установить зависимости формфакторов и структурных функций от переданных энергии и импульса — для этого необходима последовательная теория фундаментальных взаимодействий.

Систематическому изложению основных результатов феноменологической электродинамики адронов и посвящена предлагаемая книга.

В настоящее время опубликован ряд монографий по теории элементарных частиц, в которых изложены многие вопросы электродинамики адронов. К ним относятся, в частности, «Физика элементарных частиц» С. Газизоровича (М., «Наука», 1969), «Элементарные частицы и их токи» Д. Бернштейна (М., «Мир», 1970), «Введение в теорию элементарных частиц» Ю. В. Новожилова (М., «Наука», 1972). Недавно вышла монография Р. Фейнмана «Взаимодействие фотонов с адронами» (М., «Мир», 1975), которая полностью посвящена адронной электродинамике. Однако во всех этих монографиях нет достаточно полного и систематического изложения феноменологической электродинамики адронов.

Электродинамика адронов должна описывать как электромагнитные свойства адронов, так и процессы электромагнитного взаимодействия адронов. Речь идет о таких электромагнитных характеристиках, как магнитные моменты адронов, электромагнитные разности масс и амплитуды радиационных распадов адронов. Что касается процессов, то к ним относятся процессы рассеяния (упругого и

неупругого) элементов и γ -квантов адронами, процессы образования адронов на встречных электрон-позитронных пучках.

Мы начинаем с описания электромагнитных характеристик элементарных частиц и прежде всего разъясняем особую роль электрического заряда — и как квантового числа, и как константы электромагнитного взаимодействия. Обсуждается вопрос о сохранении электрического заряда и его целочисленности, и производится оценка электрических зарядов нейтрино и фотона. Рассматриваются магнитные моменты частиц и показывается, что существование электрического дипольного момента у элементарной частицы несовместимо с инвариантностью теории относительно обращения времени.

Особую роль в физике элементарных частиц играют внутренние симметрии. Поэтому в книге излагается как теория дискретных симметрий, так и теория унитарных симметрий фундаментальных взаимодействий, так как, основываясь на них, можно вводить квантовые числа элементарных частиц и классифицировать частицы, не имея последовательной динамической теории элементарных частиц.

Теория унитарных симметрий начинается с разъяснения изотопической инвариантности сильного взаимодействия. Далее выясняется изотопическая структура электромагнитного тока адронов и приводятся результаты экспериментальной проверки изотопической инвариантности сильного взаимодействия. Затем рассматриваются SU_3 - и SU_6 -симметрии, изучается связь электромагнитных свойств адронов с этими симметриями и находятся соотношения для магнитных моментов барионов, констант радиационных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов и электромагнитных разностей масс адронов в этих симметриях. Изучение унитарных симметрий завершается рассмотрением простейших вариантов единой теории слабого и электромагнитного взаимодействия лептонов.

В книге излагается релятивистская кинематика рассеяния электронов адронами, вводятся структурные функции, которые связываются с полным сечением поглощения виртуальных γ -квантов адронами и исследуются процессы упругого и неупругого рассеяния электронов различными адронами. Изучаются формфакторы для упругого рассеяния электронов адронами, а также неупругие формфакторы возбуждения нуклонных резонансов. Специально изучается рассеяние поляризованных электронов поляризованными адронами, которое позволяет получить дополнительную информацию об электромагнитной структуре адронов. Рассматриваются свойства глубоко неупругого рассеяния электронов адронами и излагается партонная модель Фейнмана.

Книга завершается изложением теории фото- и электрообразования пионов на нуклонах. Наряду с чисто кинематическими проблемами, такими, как введение скалярных, спиральных, инвариантных, изотопических и мультипольных амплитуд фото- и электрообразования π -мезонов на нуклонах и получение связей между ними, рассматриваются дисперсионные соотношения для фотообразования π -мезонов на нуклонах, выводятся следствия из модели алгебры токов и модели кварков, а также из гипотезы векторной доминантности.

В нашу книгу мы старались отобрать только более или менее «устоявшийся» материал. Поэтому в нее не вошли многие очень важные и интересные проблемы, находящиеся, так сказать, на «переднем» фронте физики элементарных частиц. Сюда относятся, в частности, и теория цветных кварков, и вопрос об асимптотической свободе кварков на малых расстояниях, и свойства ψ -мезонов вместе с новым квантовым числом — шармом. С этими вопросами можно ознакомиться, например, по обзору В. И. Захарова, Б. Л. Иоффе и Л. Б. Окуня, напечатанном в «Успехах физических наук» (1975, т. 117, № 2). Не рассматривали мы также процессов, происходящих при столкновении электронов с позитронами. Это — большая и интересная область физики высоких энергий, и для изложения полученных в ней результатов требуется отдельная монография.

Авторы выражают благодарность В. П. Бараннику, Г. И. Гаху, А. А. Зайцу, В. А. Ковальчуку, Ю. В. Кулишу, Н. П. Меренкову, А. П. Рекало за большую помощь при подготовке рукописи, а также Л. И. Лапидусу за полезные советы и замечания.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТИЦ

§ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД

1.1. Закон сохранения электрического заряда. Электрический заряд является одной из важнейших характеристик элементарной частицы. Особая его роль связана с тем, что он не только представляет собой квантовое число, регулирующее в силу закона сохранения заряда возможность протекания той или иной реакции, но и определяет интенсивность электромагнитного взаимодействия частиц. В этом отношении электрический заряд принципиально отличается от барионного и лептонного зарядов, являющихся только квантовыми числами, характеризующими состояния частиц.

Определяя интенсивность электромагнитного взаимодействия, электрический заряд частицы претерпевает изменения, обусловленные взаимодействием частицы с вакуумными флуктуациями электромагнитного и других полей. Это приводит к перенормировке электрического заряда. Перенормированный заряд, несмотря на всю сложность взаимодействий частиц и полей, оказывается всегда кратным некоторому элементарному заряду и строго подчиняется закону сохранения. Всей глубины этих удивительных свойств электрического заряда мы пока полностью не понимаем и должны скорее рассматривать их как некоторый замечательный закон природы. Но именно поэтому особенно важно быть уверенным в справедливости закона сохранения заряда, в равенстве абсолютных значений зарядов заряженных элементарных частиц и в нейтральности нейтрона, фотона и нейтрино. Экспериментальные исследования, проведенные в последнее время, убеждают нас в этом.

Каждая из известных заряженных элементарных частиц (кроме Δ^{++} -изобары) обладает электрическим зарядом, равным либо e , либо $-e$ (e — заряд протона). Это справедливо для всех частиц — стабильных и нестабильных независимо от других их квантовых чисел — спина, массы, четности, странности, а также природы взаимодействий, которым подвержена элементарная частица.

После открытия свойств внутренней симметрии сильно взаимодействующих частиц (адронов) была высказана гипотеза о существовании частиц с дробными зарядами $\left(+\frac{2}{3}e, -\frac{1}{3}e \right)$ — кварков

[9]. Поиски этих частиц не увенчались успехом: кварки пока не обнаружены ни с помощью ускорителей, ни в космических лучах, ни в метеоритах, ни в веществе Луны, ни в солнечной фотосфере [12].

Для объяснения свойств глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами была высказана гипотеза о существовании бесструктурных частиц — партонов, электрический заряд которых может принимать любое дробное значение [6, 8, 29]. Однако в свободном состоянии партоны также не обнаружены. Поэтому следует считать, что элементарным зарядом является заряд протона e (либо заряд электрона $-e$).

Наиболее отчетливо закон сохранения электрического заряда проявляется в стабильности электрона, а также позитрона (если существует CPT -инвариантность). Поскольку из заряженных частиц электрон — самая легкая, то распад электрона был бы возможен только в том случае, если бы не сохранялся электрический заряд. Можно указать целый ряд мыслимых распадов электрона, в которых выполнялись бы все законы сохранения, кроме закона сохранения электрического заряда, например, $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$, $e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + 2\nu_e$, $e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$, $e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + 2\nu_e + \gamma$.

В принципе могли бы существовать электронные распады с нарушением двух (и больше) законов сохранения. Не исключена возможность присутствия среди продуктов распада электрона неизвестных частиц. Поэтому экспериментальная проверка стабильности электрона является одновременно проверкой и закона сохранения электрического заряда. Ясно, что проверка стабильности электрона должна основываться на таком опыте, в котором регистрировался бы только сам факт распада электрона — без конкретизации типа и продуктов распада. Продолжительность существования Вселенной можно рассматривать в качестве первой оценки скорости гипотетического распада электрона. Отсюда следует, что время жизни электронов τ_e должно превышать 10^{10} лет, в противном случае электроны распались бы к настоящему времени.

Эта оценка была существенно улучшена при исследовании возможной нестабильности электронов в атомах [38]. Идея опыта заключалась в том, что в случае распада электронов K -оболочки на освобождающееся место должны переходить электроны с высших оболочек, излучая при этом рентгеновские γ -кванты. Таким образом, спонтанное излучение атомами рентгеновских γ -квантов определенной энергии свидетельствовало бы о нестабильности электрона, а следовательно, и о несохранении электрического заряда. Регистрация таких γ -квантов осуществлялась сцинтиллятором из кристалла NaJ . Характерное рентгеновское излучение для K -линии атома йода имеет энергию $33,2 \text{ кэВ}$.

Если распад электрона происходит по схеме $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$, то наряду с рентгеновским γ -квантом должен образоваться еще один

квазимонохроматический γ -квант с энергией $\frac{m_e c^2}{2}$, где m_e — масса электрона (немонохроматичность возникает за счет движения электрона в атоме). Можно отметить, что γ -кванты, которые появлялись бы при распаде $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$, должны были бы быть циркулярно поляризованными, так как в распаде с испусканием нейтрино возможно нарушение P -инвариантности.

В последнем варианте опыта [54] аппаратура помещалась в шахте на глубине 585 м, чтобы уменьшить фон от космических лучей — на указанной глубине поток космических лучей не превышал $1 \text{ м}^2/\text{мин}$. При этом не было зарегистрировано отчетливой линии ни при энергии γ -кванта 33,2 (рентгеновское излучение, возникающее при распаде электрона на K -оболочке), ни 255 кэв (распад $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$). Фоновые условия опыта позволили получить следующие оценки времени жизни электрона: $\tau_e > 2 \cdot 10^{21}$ лет для любого способа распада и $\tau_e > 4 \cdot 10^{22}$ лет для распада $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$.

Чтобы охарактеризовать полученные оценки степени стабильности электрона, определим эффективные константы гипотетических взаимодействий, не сохраняющих электрический заряд электрона.

Рассмотрим сперва гипотетический распад $e^- \rightarrow \nu_e + \gamma$, которому соответствует матричный элемент

$$m_1 = \frac{g_1}{m_e} \bar{\nu}_e \sigma_{\alpha\beta} e F_{\alpha\beta}, \quad (1.1)$$

где g_1 — константа гипотетического взаимодействия; e, ν_e — биспиноры электрона и нейтрино; $F_{\alpha\beta} = e_\alpha q_\beta - e_\beta q_\alpha$; q, e_α — 4-импульс и вектор поляризации γ -кванта; $\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha)$, γ_α — матрицы Дирака. С помощью матричного элемента (1.1) легко найти вероятность w_e распада электрона:

$$w_e = \tau_e^{-1} = \frac{g_1^2}{2\pi} \frac{m_e c^2}{\hbar} = \frac{1}{7} \cdot 10^{21} g_1^2.$$

Используя оценку $\tau_e > 4 \cdot 10^{22}$ лет, можно найти для безразмерной константы взаимодействия g_1 верхний предел: $|g_1| < 8 \cdot 10^{-25}$.

Интересно сравнить эту величину с безразмерной константой слабого взаимодействия $g_w \equiv G m_e^2 = 10^{-5} \left(\frac{m_e}{M}\right)^2 = 2,5 \cdot 10^{-12}$, где G — универсальная (размерная) константа слабого взаимодействия. Мы видим, что $g_1^2/g_w^2 \leq 10^{-28}$.

Таким образом, интенсивность гипотетического взаимодействия, не сохраняющего электрический заряд электрона, почти на тридцать порядков меньше интенсивности слабого взаимодействия.

Рассмотрим далее гипотетический распад $e^- \rightarrow \nu_e + \nu_e + \bar{\nu}_e$. Предположим, что матричный элемент, соответствующий этому

распаду, имеет такую же структуру, как и матричный элемент, соответствующий распаду мюона $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$, т. е.

$$m_2 = \frac{g_2}{\sqrt{2}m_e^2} (\bar{\nu}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) e) (\bar{\nu}_e \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e),$$

где g_2 — константа гипотетического взаимодействия. Используя оценку $\tau_e > 2 \cdot 10^{21}$ лет $= 6 \cdot 10^{28}$ сек, легко показать, что $g_2^2 < < 10^{-46}$, что снова существенно меньше квадрата безразмерной константы слабого взаимодействия. Заметим, что эта оценка почти не зависит от конкретного выбора варианта четырехфермионного взаимодействия.

Экспериментально доказана также невозможность изменения заряда в единичном акте на величину ne , где $n \geq 2$. Если бы заряд мог изменяться на две единицы, то перечисленные выше распады оказались бы запрещенными, но были бы допустимы процессы $e^- + e^- \rightarrow \nu_e + \nu_e$, $e^- + e^- \rightarrow \nu_e + \nu_e + \gamma$ и др. Поскольку вероятность перекрытия электронных оболочек в атоме отлична от нуля, то полученный результат показывает, что константы гипотетических взаимодействий, которые в принципе могли бы быть ответственны за такие процессы, ничтожно малы.

На связь закона сохранения электрического заряда с невозможностью создания вечного двигателя указал Вигнер [5].

1.2. Равенство абсолютных значений электрических зарядов заряженных частиц. Аддитивность электрического заряда вместе с абсолютным характером сохранения заряда обуславливает нейтральность одних и равенство зарядов других частиц. Так, нейтральность фотона, а также π^0 , K_1^0 , K_2^0 -мезонов следует из возможности процессов $p + p \rightarrow p + p + \gamma$, $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $K_1^0 \rightarrow 2\pi^0$, $K_2^0 \rightarrow 3\pi^0$, в которых сохраняется электрический заряд. В свою очередь, K^0 и \bar{K}^0 , являясь суперпозициями K_1^0 и K_2^0 , также должны быть электрически нейтральными.

Из разрешенных распадов $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$, $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$, $\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$ следует, что заряды Q этих частиц связаны между собой соотношениями $Q(\Lambda) = Q(\Sigma^0) = Q(\Xi^0) = Q(n)$, а из распадов $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$, $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ следуют соотношения $Q(\Sigma^+) = Q(p)$, $Q(K^+) = Q(\pi^+)$.

Пользуясь законом сохранения электрического заряда, нельзя, однако, связать между собой электрические заряды протона, нейтрона, электрона и мюона. Равенство электрических зарядов электрона и мюона следовало бы, например, из процесса $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$, в то время как распад $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ приводил бы к равенству $Q(p) = Q(e^+)$. Используя после этого процесс $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ [$Q(e^+) + Q(e^-) = 0$], можно получить равенство $Q(p) + Q(e^-) = 0$.

И, наконец, нейтральность нейтрона и нейтрино следовали бы из распадов $n \rightarrow \nu + \gamma$, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. (В последнем случае необходимо использовать соотношение $Q(\nu) + Q(\bar{\nu}) = 0$, вытекающее из сохранения электрического заряда в процессе $\nu + \bar{\nu} \rightarrow 2\gamma$.)

Таким образом, если бы эти (и подобные им) реакции происходили, то заряды всех элементарных частиц были бы кратными заряду электрона. Однако в действительности такие процессы не происходят. Так, распад $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ невозможен из-за закона сохранения мюонного заряда, а процессы $p \rightarrow e^+ + \pi^0$, $n \rightarrow \nu + \gamma$ — вследствие сохранения порознь барионного и лептонного зарядов. По определению все барионы имеют единичный барионный заряд, соответствующие античастицы — антибарионы — барионный заряд (-1); барионный заряд всех мезонов и γ -кванта равен нулю. Отрицательный мюон и мюонное нейтрино по предположению имеют единичный мюонный заряд L_μ ; для μ^+ и $\bar{\nu}_\mu$ мюонный заряд равен (-1), все другие частицы имеют нулевой мюонный заряд. И, наконец, электронный заряд L_e для электрона и электронного нейтрино ν_e по определению равен единице, для e^+ , $\bar{\nu}_e$ — минус единице, для всех других частиц — нулю. Барионный и оба лептонных (L_e , L_μ) заряда, как и электрический заряд, абсолютно сохраняются. Заметим, что наиболее точно экспериментально проверено сохранение барионного заряда [46] — этот закон сохранения обеспечивает стабильность протона, причем оценка времени жизни τ_p протона дает $\tau_p > 10^{28}$ лет. Сохранение лептонных зарядов — электронного и мюонного — проверено с гораздо меньшей точностью [17].

Основываясь только на законе сохранения электрического заряда, можно заключить, что заряд любой из элементарных частиц представляет линейную комбинацию зарядов электрона, мюона, протона и нейтрона, сами же эти заряды могут быть независимыми и произвольными. Пользуясь законами сохранения барионного и лептонных зарядов и аддитивностью и сохранением электрического заряда, невозможно доказать кратность электрических зарядов частиц элементарному заряду. Действительно, пусть Q , B , L_e , L_μ — электрический заряд, барионное число, электронный и мюонный заряды частицы, участвующей в некотором процессе. Линейные комбинации этих зарядов

$$Q' = a_1 Q + b_1 B + c_1 L_e + d_1 L_\mu,$$

$$B' = a_2 Q + b_2 B + c_2 L_e + d_2 L_\mu,$$

$$L_e' = a_3 Q + b_3 B + c_3 L_e + d_3 L_\mu,$$

$$L_\mu' = a_4 Q + b_4 B + c_4 L_e + d_4 L_\mu,$$

где a_i , b_i , c_i , d_i — произвольные численные коэффициенты, будут, как и исходные заряды, подчиняться абсолютным законам сохра-

нения. Но отношения новых зарядов для разных частиц могут оказаться нецелочисленными даже в том случае, если величины Q , B , L_e , L_μ целочисленны. Очевидно, что относительные величины новых «электрических» зарядов Q' определяются тремя произвольными константами. Это означает, что законы сохранения барионного и лептонного зарядов не позволяют связать между собой относительные величины электрических зарядов трех частиц, к которым можно отнести протон, нейтрон и мюон.

Итак, законы сохранения электрического, электронного, мюонного и барионного зарядов не позволяют заключить, что электрические заряды электрона и протона одинаковы по абсолютной величине, но противоположны по знаку, электрические заряды электрона и мюона одинаковы, а заряд нейтрона в точности равен нулю.

1.3. Электрическая [нейтральность атомов и нейтрона. Заряд мюона. Утверждение относительно электрической нейтральности атомов

$$Q(Z) = Z [Q(p) + Q(e^-)] + (A - Z) Q(n) = 0$$

(Z — число протонов, $A - Z$ — число нейтронов в ядре, A — число нуклонов в ядре) имеет четкий физический смысл и не является выражением простой договоренности. Именно из нейтральности различных атомов вытекает нейтральность нейтрона и равенство абсолютных значений зарядов протона и электрона. Эти утверждения основаны на том, что в отличие от лептонных и барионного зарядов [16, 51] электрический заряд имеет двойственную природу. Если электронный, мюонный и барионный заряды проявляются только свойством сохраняться во всех взаимодействиях, то электрический заряд, как мы уже указывали, наряду с этим играет роль константы взаимодействия с электромагнитным полем, и именно измерение интенсивности взаимодействия электрических зарядов с электромагнитным полем позволяет убедиться опытным путем в нейтральности атомов и нейтрона.

Уже из опытов Милликена по определению электрического заряда электрона вытекало заключение о близости абсолютных значений зарядов электрона и протона [22]. В самом деле, в опытах с масляными каплями было обнаружено, что заряд каждой капли кратен некоторому элементарному заряду, а минимальный положительный заряд капли отличается от абсолютного значения ее минимального отрицательного заряда меньше чем на $e/1500$. Если $\Delta Q \equiv Q(p) + Q(e^-) \neq 0$, то различие зарядов капель должно определяться величиной $n_{ep} \Delta Q$, где n_{ep} — число пар протонов и электронов в капле (предполагается, что заряд нейтрона равен нулю). Поскольку $n_{ep} \simeq 10^{12}$ для капли размером 10^{-4} см и плотностью около 1 г/см^3 , то из неравенства $n_{ep} \Delta Q < e/1500$ следует, что $\Delta Q \leq 3 \cdot 10^{-16} e$. В последующих опытах эта оценка была улучшена на несколько порядков.

Электрический заряд атомов различных элементов, а также нейтрона, если он отличен от нуля, можно обнаружить, пропуская пучки этих частиц через сильное однородное электростатическое поле: под действием электрического поля пучки частиц отклоняются. В наиболее прецизионном эксперименте по непосредственному определению заряда нейтрона было найдено [68] $Q(n) = (-1,9 \pm 3,7) \times 10^{-18} e$. Аналогичным способом, пропуская пучки атомарного водорода через электрическое поле, была получена оценка [73] $\Delta Q \leq 10^{-15} e$.

Другой методикой — измерением зарядов макроскопических объемов газов после очистки их от электронов и ионов было найдено более сильное ограничение

$$\Delta Q = (-1,25 \pm 0,75) \cdot 10^{-20} e.$$

Ограничения одновременно на ΔQ и $Q(n)$ следуют также из нейтральности атомов. Приведем результаты, полученные тремя различными методами.

1. Отклонение атомных пучков в однородном электрическом поле позволяет получить оценки [73]

$$Q(D) \leq 2,8 \cdot 10^{-15} e, \quad Q(K) \leq (3,8 \pm 1,8) \cdot 10^{-17} e, \\ Q(Cs) \leq (1,3 \pm 5,6) \cdot 10^{-17} e.$$

2. Измерение потенциалов, создаваемых макроскопическими объемами нейтральных газов (после удаления ионов и электронов), приводит к оценкам [73]

$$Q(CO_2) \leq 2,2 \cdot 10^{-19} e, \quad Q(Ar) = (4 \pm 4) \cdot 10^{-10} e, \\ Q(N_2) = (6 \pm 6) \cdot 10^{-10} e, \quad Q(He) = (4 \pm 2) \cdot 10^{-20} e.$$

3. Подвешивание сфероидов железа (содержащих до 10^{18} нуклонов) в магнитной потенциальной яме позволяет обнаруживать заряд пробных тел, равный по величине $0,03 e$ [71].

Поскольку заряд атома определяется формулой $Q(A) = Z\Delta Q + (A - Z)Q(n)$, то, комбинируя данные для двух атомов с разным отношением $Z/(A - Z)$, можно найти $Q(n)$ и ΔQ одновременно:

$$\Delta Q = (-8,5 \pm 27) \cdot 10^{-18} e, \quad Q(n) = (6,1 \pm 2,0) \cdot 10^{-18} e \text{ (по методу 1),} \\ \Delta Q = (-8 \pm 5) \cdot 10^{-20} e, \quad Q(n) = (7 \pm 6) \cdot 10^{-20} e \text{ (по методу 2).}$$

Более сильные ограничения на ΔQ и $Q(n)$ можно получить, если предположить, что $\Delta Q = Q(n)$. Это соотношение следует из закона сохранения электрического заряда в β -распаде нейтрона ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) и предположения о нейтральности нейтрино. Из приведенных выше результатов, полученных разными методиками,

вытекает $(\Delta Q = Q(n) = Q(A)/A)$

$$\Delta Q = (1,0 \pm 4,2) \cdot 10^{-19} e \text{ (для метода 1),}$$

$$\Delta Q = (2,1 \pm 2,1) \cdot 10^{-19} e \text{ (для метода 2),}$$

$$\Delta Q = 2,8 \cdot 10^{-19} e \text{ (для метода 3).}$$

Необходимо отметить, что эти оценки получены в предположении, что заряды частиц не изменяются при объединении их в атомы и ядра.

Эти же опыты с большой точностью доказывают, что электрический заряд частиц не зависит от их скорости [22]. Это вытекает из инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца. Если бы такая зависимость существовала, например зависимость типа $Q = Q_0(1 + a\beta^2)$, где $\beta = \frac{v}{c}$, v — скорость частицы, то заряды электронов были бы разными на различных атомных оболочках. Результирующий заряд атомов с большим Z можно было бы приписать зависимости заряда K -электронов от скорости (скорость K -электронов равна приблизительно acZ и достигает для аргона ($Z = 18$) величины $0,13c$). Тогда из величины $Q(\text{Ar}) = (4 \pm \pm 4) \cdot 10^{-20} e$ следовала бы оценка $a < 10^{-18}$.

В опытах с молекулярными пучками не наблюдался сколь угодно заметный разброс величин отклонения различных частиц пучка после прохождения их через сильное однородное электрическое поле. Это позволяет ограничить возможное распределение зарядов в различных молекулах пучка. Такое распределение могло бы вызываться различными электрическими зарядами у разных электронов (нетождественность электронов). Предполагая, что заряды различных электронов (или протонов) обладают нормальным распределением около центрального стандартного значения, из данных опыта можно получить для верхнего значения ширины этого распределения очень малую величину порядка $8 \cdot 10^{-15} e$. Это противоречит гипотезе о существовании распределения зарядов для электронов и протонов.

Остановимся на определении электрического заряда мюона [21]. Если измерить независимо магнитный момент мюона μ_μ и его гиромагнитное отношение g_μ , то из соотношения

$$\mu_\mu = g_\mu \frac{e_\mu \hbar}{4m_\mu c},$$

зная массу мюона, можно определить величину его электрического заряда. В настоящее время скорость света измерена с большой точностью, а постоянная Планка — с точностью около $10^{-4}\%$. Еще одно уравнение, связывающее заряд и массу мюона, можно получить, используя данные относительно энергетических уровней

μ -мезоатомов. В пренебрежении релятивистскими поправками эти уровни описываются формулой

$$E_n = -\frac{e_\mu^2 e^2 Z^2 m_\mu}{2n^2 \hbar^2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Комбинируя величины ($g_\mu - 2$), μ_μ и E_n (при известных константах c и \hbar), получим

$$Q(\mu^-) = (1 \pm 10^{-5}) Q(e^-).$$

1.4. Оценка электрических зарядов нейтрино и фотона. Если предположить, что $\Delta Q = Q(n)$, то, как следует из закона сохранения электрического заряда в β -распаде нейтрона $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, электрический заряд электронного нейтрино $Q(\nu_e)$ должен быть равен нулю. Наилучшая оценка для величины $Q(\nu_e)$ получена в опытах по измерению величин ΔQ и $Q(n)$:

$$Q(\nu_e) < 10^{-19} e.$$

Можно получить оценку для $Q(\nu_e)$, не используя закон сохранения электрического заряда, а привлекая только свойство заряда как константы взаимодействия. Дело в том, что нейтрино с отличным от нуля электрическим зарядом должно упруго рассеиваться на электронах. Из имеющихся в настоящее время данных для верхней границы сечения упругого рассеяния реакторных нейтрино [47] $\sigma(\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-) \leq 6 \cdot 10^{-47} \text{ см}^2$ (для энергий рассеянных электронов в интервале 3,5—5 Мэв) можно получить оценку

$$Q(\nu_e) \leq 3 \cdot 10^{-10} e.$$

Еще одну оценку для $Q(\nu_e)$ (как константы электромагнитного взаимодействия) можно получить из астрофизических данных. Вследствие слабого взаимодействия нейтрино с веществом энергетические потери центральных областей звезд определяются вылетом нейтрино: родившись в центре звезды, нейтрино беспрепятственно ее покидают, унося с собой энергию. Если бы заряд нейтрино $Q(\nu_e)$ был отличен от нуля, то возможным механизмом образования нейтрино в центральных областях звезд могла бы быть реакция превращения γ -кванта в пару нейтрино — антинейтрино $\gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$. Для реальных фотонов такой процесс невозможен из-за закона сохранения 4-импульса (для нейтрино со сколь угодно малой, но отличной от нуля массой). Однако поперечные электромагнитные волны в звездной плазме можно рассматривать как фотоны с отличной от нуля массой $m_\gamma = \hbar \omega_p / c^2$, где $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}$ — плазменная частота, n_e — плотность электронов. Такие волны или плазмоны (их частота ω_γ связана с волновым вектором q соотношением $\omega_\gamma^2 = q^2 c^2 + \omega_p^2$) могут распадаться на пару нейтрино — антинейтрино при условии,

что масса нейтрино удовлетворяет неравенству $2m_\nu < m_\gamma$ (плотность электронов в центральной части Солнца согласно существующим моделям достигает величины 10^{26} см^{-3} , что соответствует $m_\gamma = 400 \text{ эв}$, тогда как $m_{\nu_e} < 60 \text{ эв}$, $m_{\nu_\mu} \leq 1,2 \text{ Мэв}$).

Матричный элемент распада $\gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ при отличном от нуля электрическом заряде нейтрино можно представить в следующем виде:

$$m(\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu) = Q(\nu) e_\alpha \bar{\nu} \gamma_\alpha \nu,$$

где e — вектор поляризации плазменной волны. Отсюда легко показать, что вероятность распада волны при $q = 0$ (усредненная по поляризациям волны) и $m_\nu = 0$ имеет вид

$$\omega(\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu) = \frac{Q^2(\nu)}{4\pi\hbar c} \frac{\omega_p c^2}{2\hbar},$$

поэтому энергия, уносимая нейтрино в единицу времени, $\omega\omega_p c^2 = \frac{Q^2(\nu)}{4\pi\hbar c} \frac{\omega_p^2 c^4}{2\hbar}$. Если теперь учесть, что плазмоны распределены по закону Планка, то приходящаяся на единицу массы звезды энергия, уносимая нейтрино, определится формулой

$$E_\nu = \left[\frac{Q(\nu)}{e} \right]^2 \left(\frac{T}{T_\odot} \right)^3 \frac{n_e}{n_{e\odot}} \left(\frac{\rho}{\rho_\odot} \right)^{-1} 10^{27},$$

где $T_\odot = 1,5 \cdot 10^7 \text{ }^\circ\text{К}$ — температура, $n_{e\odot} = 10^{26} \text{ см}^{-3}$ — плотность электронов, $\rho_\odot = 100 \text{ г/см}^3$ — массовая плотность в центральной части Солнца.

В оптическом диапазоне энергия, излучаемая Солнцем, составляет $2 \text{ эрг/г} \cdot \text{сек}$. Интенсивность нейтринного излучения не должна превышать фотонную светимость более чем на порядок (в противном случае существенно уменьшилось бы время существования Солнца на главной звездной последовательности). Это ограничение на нейтринную светимость позволяет получить из выражения для E_ν оценку $Q(\nu) < 10^{-13} e$ [28]. Так как в этой оценке не используется закон сохранения электрического заряда в элементарных процессах, то ее можно рассматривать как верхний предел возможного несохранения электрического заряда в процессе $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

Если масса мюонного нейтрино равна нулю, то полученная оценка справедлива и для электрического заряда мюонного нейтрино и может служить показателем равенства электрических зарядов мюона и электрона. Это следует из закона сохранения электрического заряда в распаде $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$.

Если вместо светимости центральной части Солнца использовать среднюю светимость единицы массы Солнца, то в предположении $m_\nu = 0$ получим оценку [7]

$$|Q(\nu_e)| < 2 \cdot 10^{-14} e.$$

Оценка $Q(\nu)$ при $2m_\nu > m_\nu$ может быть получена из расчета нейтринной светимости Солнца, обусловленной процессом фотообразования на электроне нейтринной пары $\gamma + e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ (рис. 1.1). Из требования $E_\nu < 10 \text{ эрг/г} \cdot \text{сек}$ для процесса $\gamma + e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ можно получить [7]

$$|Q(\nu)| < 6,9 \cdot 10^{-12} e, \quad m_\nu = 1 \text{ кэв},$$

$$|Q(\nu)| < 65 \cdot 10^{-9} e, \quad m_\nu = 10 \text{ кэв}.$$

Отметим, что вклад фотообразования нейтринных пар в нейтринную светимость Солнца пренебрежимо мал при $m_\nu = 0$ по сравнению с вкладом аннигиляции плазменных на $\nu\bar{\nu}$ -пары.

М ю о н н о е н е й т р и н о .

Определим электрический заряд мюонного нейтрино ν_μ , не зависящий от массы ν_μ . Воспользуемся снова тем обстоятельством, что мюонное нейтрино с отличным от нуля электрическим зарядом может участвовать в электромагнитных взаимодействиях. Например, нейтрино больших энергий может

рождать π -мезоны на нуклонах за счет электромагнитных взаимодействий $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p + \pi^0$, $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + n + \pi^+$. На рис. 1.2 представлена общая структура диаграммы Фейнмана для этих процессов, а также процессов $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ в однофотонном приближении. Очевидно, что в одинаковых кинематических условиях отношение сечений процессов $\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + N + \pi$, $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ для этих механизмов определяется отношением электрических зарядов нейтрино и электрона. Согласно результатам нейтринных опытов [52] имеем

$$\frac{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu p \pi^0)}{\sigma(e^- N \rightarrow e^- N \pi)} = \left[\frac{Q(\nu_\mu)}{e} \right]^2 \ll \frac{10^{-39}}{10^{-30}} = 10^{-9},$$

откуда $|Q(\nu_\mu)| < 3 \cdot 10^{-5} e$, что существенно меньше астрофизической оценки. Отметим, что наблюдавшиеся в последнее время процессы $\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + \text{адроны}$ (с сечениями порядка 10^{-39} см^2) [27, 49] интерпретируются как проявление слабых нейтральных токов, а не как следствие возможного электрического заряда ν_μ . Так как существование слабых нейтральных токов подтвердилось в последующих опытах, то методику получения оценок для $Q(\nu_\mu)$ на основе этих реакций необходимо пересмотреть.

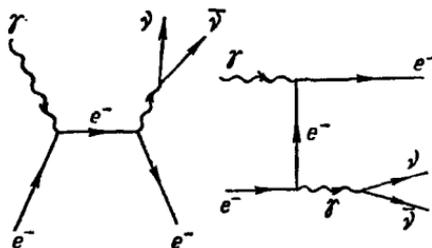


Рис. 1.1. Диаграмма процесса фотообразования на электроне нейтринных пар.

γ -к в а н т. Приведем теперь существующие оценки возможного электрического заряда γ -кванта. Напомним, что закон сохранения электрического заряда в элементарных процессах требует, чтобы заряд γ -кванта равнялся нулю (независимо от относительной величины зарядов других частиц).

Идея одного из опытов по определению электрического заряда γ -кванта заключается в следующем. Железный сфероид, подвешен-

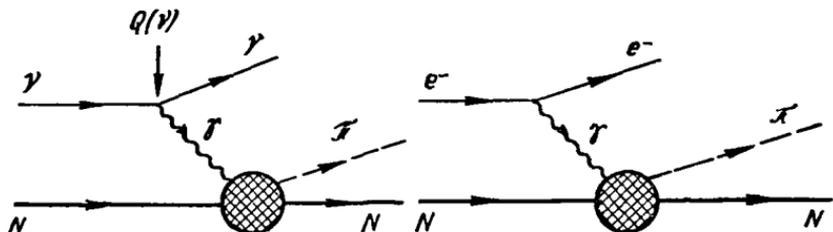


Рис. 1.2. Диаграммы процессов образования пионов при рассеянии нейтрино и электронов нуклонами.

ный в магнитном поле, облучался интенсивным вольфрамовым источником. Тогда «заряженные» фотоны, поглощаясь сфероидом, должны передавать ему свой заряд. Однако чувствительная установка, которая фиксировала суммарное изменение заряда, превышающее величину $0,06 e$, не сработала. Отсюда можно получить для электрического заряда γ -кванта (с энергией 2 эВ) оценку [71] $Q(\gamma) < 10^{-16} e$.

Опыт [45], основанный на эффекте Мессбауэра, привел к следующему верхнему пределу для заряда γ -кванта: $Q(\gamma) < 10^{-15} e$ (энергия γ -квантов составляла $14,4 \text{ кэВ}$). Эти пределы можно рассматривать как меру возможного несохранения заряда в процессах $p + p \rightarrow p + p + \gamma$, $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ и др.

Таким образом, нейтральность Λ^- , Σ^0 , Ξ^0 -гиперонов, а также равенство зарядов π^{+-} , K^{+-} -мезонов и протона установлены в настоящее время с очень высокой степенью точности, а именно: с точностью до заряда нейтрона (если справедлив закон сохранения электрического заряда в элементарных процессах). С большой точностью проверено также равенство абсолютных значений электрических зарядов протона и электрона. Можно считать, что астрофизические оценки доказывают нейтральность электронного нейтрино. С меньшей точностью проверены равенство зарядов электрона и мюона и нейтральность мюонного нейтрино.

1.5. Монополю Дирака и квантование электрического заряда. Единственное известное, если можно так выразиться, объяснение квантования электрического заряда принадлежит Дираку [34, 35]. Он показал, что если бы в природе существовал хотя бы один маг-

нитный заряд, то это приводило бы к необходимости квантования электрического заряда всех заряженных частиц, т. е. если бы существовал магнитный заряд g , то возможные значения электрического заряда Q_n определялись бы формулой

$$Q_n = \frac{\hbar c}{g} \frac{n}{2},$$

где n — целое число (положительное или отрицательное, включая нуль). Это соотношение служит обычно для оценки по известному значению e минимальной величины магнитного заряда g : при $n = 1$

$g = \frac{e}{2\alpha} = 68,5 e$, т. е. элементарный магнитный заряд (монополю Дирака) существенно больше элементарного электрического заряда.

Чтобы разъяснить квантование заряда, найдем магнитное поле \mathbf{B} , создаваемое магнитным зарядом g . Используя закон Гаусса

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = -4\pi g \delta(\mathbf{r})$$

(монополю находится в начале координат), получим

$$\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3}.$$

Определим далее векторный потенциал \mathbf{A} , соответствующий данному магнитному полю $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$. Решение этой задачи, очевидно, неоднозначно, но существенно, что все решения сингулярны. Например, простейшее решение

$$\mathbf{A} = \frac{g}{2r} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{r}}{r - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}},$$

где \mathbf{n} — произвольный единичный вектор, сингулярно при $r = \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}$, т. е. вдоль «нити» \mathbf{n} . Соответственно сингулярно и поле, отвечающее \mathbf{A} :

$$\mathbf{B} = g \frac{\mathbf{r}}{r^3} + 4\pi g \mathbf{n} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) \delta[r^2 - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})^2], \quad \theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Физический смысл в этом выражении имеет, очевидно, только первое слагаемое, второе же слагаемое представляет собой магнитное поле, отличное от нуля на полуоси, начинающейся из магнитного монополя и уходящей в бесконечность вдоль \mathbf{n} .

Можно выбрать векторный потенциал в более симметричном виде [67]

$$\mathbf{A} = \frac{g}{2r} \left(\frac{\mathbf{n} \times \mathbf{r}}{r - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}} - \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{r}}{r + \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}} \right).$$

Это выражение также приводит к сингулярности поля (вдоль двух нитей \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$), однако по сравнению с выражением для потенциала с сингулярностью вдоль одной нити оно правильно учитывает

свойство симметрии электромагнитного поля относительно пространственных отражений: такой потенциал не нарушает геометрической эквивалентности вращения на угол 2π относительно произвольной оси с тождественным преобразованием.

Покажем теперь, как возникает квантование электрического заряда [56]. Рассмотрим для этого частицу с электрическим зарядом Q , находящуюся в поле неподвижного монополя, и построим для нее оператор углового момента

$$\mathbf{j} = \left[\mathbf{r}, \left(\mathbf{p} - \frac{Q}{c} \mathbf{A} \right) \right]_- + \frac{gQ}{c} \frac{\mathbf{r}}{r}.$$

Последнее слагаемое введено здесь для того, чтобы компоненты момента \mathbf{j} удовлетворяли обычным перестановочным соотношениям

$$[j_i, j_k]_- = i\epsilon_{ikl} j_l.$$

Собственные значения оператора $\mathbf{j} \cdot \mathbf{r}/r$ должны быть, очевидно, кратными величине \hbar , откуда легко получить соотношение

$$\frac{gQ}{c} = n\hbar,$$

где n — целое число (положительное или отрицательное, включая нуль). Это соотношение переходит в соотношение Дирака, если заменить n на $n/2$.

К настоящему времени монополь экспериментально не обнаружен. Для монополей с массой, меньшей 5 Гэв , наилучшая верхняя оценка для сечения σ_m рождения пары монополей в протон-нуклонных соударениях получена в опытах на Серпуховском ускорителе: $\sigma_m < 10^{-43} \text{ см}^2$ [2]. Поток монополей в космических лучах не превышает $8,4 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ [19].

1.6. Правила суперотбора. Мы убедились, что разнообразными опытами доказан абсолютный характер сохранения электрического и барионного зарядов. Сохранение лептонных зарядов также подтверждается опытом, хотя достигнутая экспериментальная точность здесь существенно уступает точности проверки сохранения электрического и барионного зарядов.

Абсолютный характер сохранения различных аддитивных зарядов приводит, как было впервые отмечено Вико, Вайтманом, Вигнером [72], к интересному следствию, касающемуся важнейшего принципа квантовой механики — принципа суперпозиции. Он заключается в том, что если $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ — некоторые реализуемые физические состояния (характеризуемые определенными наборами квантовых чисел), то их суперпозиция $x_1 |\psi_1\rangle + x_2 |\psi_2\rangle$ также будет представлять реальное физическое состояние. Если при этом собственные значения некоторого эрмитова оператора для состояний $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ равны α_1 и α_2 , то измерение физической величины, отвечающей этому оператору, для суперпозиции $x_1 |\psi_1\rangle + x_2 |\psi_2\rangle$

приведет с вероятностью $|x_1|^2$ к значению α_1 и с вероятностью $|x_2|^2$ к значению α_2 (предполагается, что $|x_1|^2 + |x_2|^2 = 1$).

Нетрудно видеть, что принцип суперпозиции нарушается для состояний, обладающих разными зарядами. В самом деле, комбинация $x_1 |\psi_1\rangle + x_2 |\psi_2\rangle$ не может в этом случае соответствовать какому-либо реальному физическому состоянию, так как каждое физическое состояние имеет вполне определенное значение электрического заряда (равное алгебраической сумме зарядов подсистем, образующих исследуемую систему), и нельзя представить себе физическое состояние, в котором с разными вероятностями присутствуют различные электрические заряды. Это свойство электрического заряда, а также барионного и лептонного зарядов связано с двумя обстоятельствами — абсолютным характером сохранения зарядов и тем, что каждое состояние характеризуется определенными значениями всех зарядов. Естественно, что последнее обстоятельство справедливо только при сохранении зарядов — в противном случае, приготовив состояние с определенным зарядом, являющееся собственным состоянием оператора электрического заряда Q , мы могли бы после взаимодействия, не сохраняющего электрический заряд, получить состояние, не являющееся собственным состоянием оператора Q (и не имеющего поэтому определенного значения электрического заряда).

Можно утверждать, что пространство векторов состояний разбивается на ортогональные подпространства $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots$, различающиеся хотя бы одним из сохраняющихся зарядов, причем относительная фаза векторов состояний из подпространств \mathcal{A}_1 и \mathcal{A}_2 произвольна. Это означает, что если $|\psi_1\rangle$ принадлежит \mathcal{A}_1 , $|\psi_2\rangle$ принадлежит \mathcal{A}_2 , то допустимо фазовое преобразование $|\psi_1\rangle \rightarrow e^{i\delta_1} |\psi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle \rightarrow e^{i\delta_2} |\psi_2\rangle$ и нельзя указать такое физическое измерение, которое могло бы различить состояния, связанные этим преобразованием. Обычно только общий фазовый множитель векторов состояний произволен, относительная же фаза векторов состояний может быть определена в соответствующих интерференционных опытах. Если же состояния отличаются значением хотя бы одного заряда, то такой возможности уже нет.

Свойство расщепления гильбертова пространства векторов состояний на ортогональные подпространства с различными значениями зарядов связывают с абсолютным правилом отбора, или правилом суперотбора. Если допустить существование переходов между состояниями из разных подпространств, т. е. допустить существование эрмитова оператора с отличными от нуля матричными элементами между этими состояниями, то из-за их произвольной относительной фазы должно быть произвольным и среднее этого оператора между состояниями из разных подпространств. Между тем по условию измеримости любой величины среднее значение соответствующего оператора в любом состоянии должно быть

определенным. Поэтому оператор, связывающий два таких подпространства, не может быть наблюдаемым физическим оператором.

Возникающая при фазовых преобразованиях инвариантность, как известно, носит название инвариантности относительно калибровочных преобразований первого рода. Так, сохранение электрического заряда эквивалентно симметрии относительно однопараметрической группы унитарных преобразований $T(\delta) = \exp(i\hat{Q}\delta)$. Именно эти преобразования приводят к умножению векторов состояния на фазовый множитель $e^{iQ\delta}$, разный для разных подпространств. Поэтому правила суперотбора связаны с инвариантностью относительно указанных преобразований (для каждого абсолютно сохраняющегося аддитивного заряда).

§ 2. МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

2.1. Магнитный момент электрона. В настоящее время измерены магнитные моменты стабильных и некоторых нестабильных частиц, распадающихся за счет слабых взаимодействий. Найденные с большой точностью магнитные моменты электрона и мюона служат эффективным средством для проверки квантовой электродинамики, а также для оценки констант (и других свойств) гипотетических взаимодействий элементарных частиц, для оценки масс и характеристик различных частиц. Предпринятые в последнее время попытки объединить теорию слабых и электромагнитных взаимодействий лептонов проверяются вычислениями соответствующих поправок к магнитным моментам лептонов.

Проверка справедливости высших симметрий (SU_3 и SU_6) и кварковых моделей оказалась наиболее успешной применительно к магнитным моментам барионов — достаточно напомнить замечательное предсказание SU_6 -симметрии для отношения магнитных моментов протона и нейтрона. Правила сумм, основанные на алгебре токов, также содержат вклады магнитных моментов барионов.

Построение систематики адронов в кварковой модели требует знания магнитных моментов перехода — констант радиационных распадов нуклонных резонансов $N^* \rightarrow N + \gamma$, сопровождающихся испусканием γ -квантов магнитной мультипольности. Однако из нескольких десятков таких констант для радиационных распадов известных нуклонных резонансов определена только одна амплитуда магнитного дипольного перехода в распаде $\Delta(1236) \rightarrow N + \gamma$ (подробнее об этом см. гл. 5). Магнитные моменты электрона, мюона и протона входят в число тех данных, из которых с большой точностью находятся такие фундаментальные физические постоянные, как электрический заряд электрона e , постоянная тонкой структуры α , постоянная Планка \hbar , число Авогадро N и т. д. [20].

Изложим теперь результаты опытов по определению магнитных моментов электрона и мюона, а также принципы измерения магнитных моментов нуклонов, гиперонов, нейтрино и магнитных моментов перехода. Начнем с электрона.

Наиболее точное определение магнитного момента электрона основано на измерении разности частоты $\omega_s = 2\mu_e B/\hbar$ прецессии спина поляризованного электрона в постоянном однородном магнитном поле B и циклотронной частоты электрона $\omega_c = eB/m_e c$ в том же поле. Эта разность пропорциональна аномальному магнитному моменту

электрона, т. е. величине $a_e = \frac{\mu_e - \mu_B}{\mu_B}$ ($\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ — боровский магнетон):

$$\frac{\omega_s - \omega_c}{\omega_c} = a_e = \frac{g_e - 2}{2}.$$

Результат измерений таков [20]: $\mu_e/\mu_B = 1,0011596577$ (35), $3,5 \cdot 10^{-7}\%$ (число в скобках — представляет собой погрешность последних двух знаков).

Этот результат позволяет осуществить проверку электродинамических расчетов аномального магнитного момента электрона a_e вплоть до шестого порядка теории возмущений. Как известно [66], отличный от нуля аномальный магнитный момент электрона появляется за счет радиационных поправок. Вклад в a_e во втором порядке теории возмущений описывается одной фейнмановской диаграммой (рис. 1.3) и равен [50]

$$a_e^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\pi} = (1161409,0 \pm 2,2) \cdot 10^{-9} \quad (1.2)$$

(ошибка в (1.2) связана с погрешностью в определении постоянной тонкой структуры $\alpha^{-1} = 137,03608$ (26) [20]).

Аномальный магнитный момент электрона в четвертом порядке теории возмущений описывается семью фейнмановскими диаграммами (рис. 1.4), вклад которых также может быть найден в аналитическом виде [50]

$$\begin{aligned} a_e^{(4)} &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left[\frac{197}{144} + \frac{\pi^2}{12} - \frac{\pi^2}{2} \ln 2 + \frac{3}{4} \zeta(3) \right] = \\ &= -0,32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 = -1772,3 \cdot 10^{-9} \end{aligned} \quad (1.3)$$

($\zeta(3)$ — функция Римана). В этом выражении не учитывается очень малый вклад, обусловленный поляризацией вакуума за счет

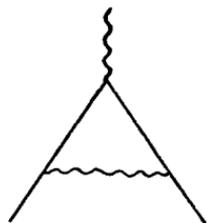


Рис. 1.3. Аномальный магнитный момент электрона в низшем (втором) порядке теории возмущений.

мюонных пар (см. рис. 1.4), составляющий

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{45} \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 = 3 \cdot 10^{-12}.$$

Аномальный магнитный момент электрона $a_e^{(6)}$ в шестом порядке теории возмущений описывается 72 фейнмановскими диаграммами, которые можно сгруппировать в шесть классов (рис. 1.5):

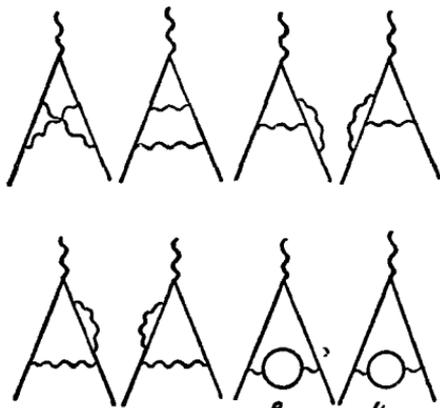


Рис. 1.4. Диаграммы, определяющие аномальный магнитный момент электрона в четвертом порядке теории возмущений.

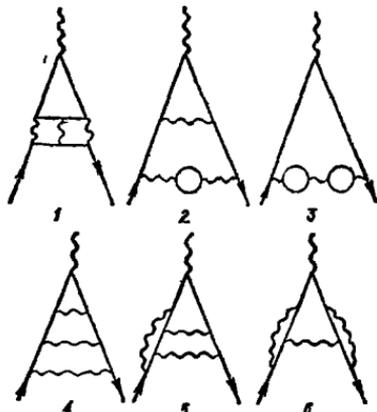


Рис. 1.5. Диаграммы, определяющие аномальный магнитный момент электрона в шестом порядке теории возмущений.

I класс объединяет 6 диаграмм типа 1, содержащих блок фотонного рассеяния;

II класс объединяет 12 диаграмм типа 2, содержащих вклад поляризации вакуума во втором порядке теории возмущений;

III класс объединяет 4 диаграммы типа 3, содержащие блоки поляризации вакуума в четвертом порядке;

IV класс объединяет 6 диаграмм типа 4, содержащих трехфотонные обмены;

V класс объединяет 20 диаграмм типа 5, содержащих всевозможные двухфотонные обмены между начальным и конечным электронами;

VI класс объединяет 24 диаграммы типа 6, содержащие всевозможные однофотонные обмены между начальным и конечным электронами.

В аналитической форме вычислены только вклады диаграмм II и III классов, вклады же диаграмм других классов вычислены с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ). Наличие γ -матриц приводит к сотням и тысячам слагаемых; другая трудность вычислений на ЭВМ связана с сингулярным поведением

подынтегральных выражений фейнмановских интегралов (семи-кратных).

Полученные результаты таковы [50]:

$$a_{e,I}^{(6)} = (0,36 \pm 0,04) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3, \quad a_{e,II}^{(6)} = -0,15013 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \quad [24],$$

$$a_{e,III}^{(6)} = 0,055429 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3, \quad a_{e,IV}^{(6)} + a_{e,V}^{(6)} + a_{e,VI}^{(6)} = (1,23 \pm 0,20) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3.$$

Суммарный вклад всех 72 диаграмм шестого порядка теории возмущений составляет

$$a_e^{(6)} = (1,49 \pm 0,20) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 = (18,7 \pm 2,5) \cdot 10^{-9}. \quad (1.4)$$

Таким образом, аномальный магнитный момент электрона определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} a_e^{th} &= \frac{\alpha}{2\pi} - 0,32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + (1,49 \pm 0,20) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 = \\ &= (1159655,4 \pm 3,3) \cdot 10^{-9}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Этот результат согласуется с измеренным значением a_e . С помощью этого выражения и известного экспериментального значения a_e можно вычислить постоянную тонкой структуры

$$\alpha^{-1} = 137,03581 (51), \quad 3,7 \cdot 10^{-4}\%.$$

Точность этого значения α^{-1} ($3,7 \cdot 10^{-4}\%$) не уступает точности, достигнутой в настоящее время при определении α другими методами [20].

Интересно отметить, что погрешности в определении α^{-1} объясняются в основном недостаточной точностью вычислений на ЭВМ $a_e^{(6)}$: улучшение этой точности приведет к увеличению точности определения α^{-1} из экспериментальных данных относительно величин a_e .

Рассмотрим теперь позитрон. Измерение аномального магнитного момента позитрона тоже основано на идее измерения разности частот прецессии спина и циклотронной частоты. В работе [42] использовались поляризованные позитроны, образующиеся при β -распаде ядер Co^{58} . В силу двухкомпонентности нейтрино, вылетающих при β -распаде вместе с позитроном, позитроны оказываются продольно поляризованными со степенью поляризации $\frac{v}{c}$ (v — скорость позитрона). Экспериментально разность частот определялась по изменению направления вектора поляризации позитронов после движения в магнитном поле. В результате для аномального магнитного момента позитрона получено значение $a(e^+) = (11602 \pm \pm 11) \cdot 10^{-7}$.

Видно, что магнитные моменты электрона и позитрона совпадают с точностью до одной миллионной.

2.2. Магнитный момент мюона. Аномальный магнитный момент мюона также определяется путем измерения разности частоты прецессии спина мюона и циклотронной частоты в магнитном поле. Опыты с мюонами двух знаков привели к следующему результату [23]:

$$a_{\mu+} = (1165750 \pm 710) \cdot 10^{-9}, \quad a_{\mu-} = (1166250 \pm 240) \cdot 10^{-9}.$$

В последнее время точность измерения a_{μ} существенно улучшена:

$$a_{\mu} = 1165895 (27) \cdot 10^{-9}, \quad 23 \cdot 10^{-4} \%.$$

Во втором порядке теории возмущений аномальный магнитный момент мюона совпадает с аномальным магнитным моментом электрона:

$$a_{\mu}^{(2)} = a_e^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\pi}$$

(здесь и далее аномальный магнитный момент мюона измеряется в мюонных магнетонах). Но в следующих порядках теории возмущений величины a_{μ} и a_e уже различаются, что связано с различным вкладом лептонных петель — электронных и мюонных.

Чтобы разъяснить это обстоятельство, запишем аномальный магнитный момент лептона с массой m в виде [50]

$$a(m) = a_1(m) + a_2(m, m'),$$

где $a_1(m)$ определяется вкладом диаграмм с одним лептоном (во внутренних петлях и внешних концах диаграмм), а $a_2(m, m')$ — вклад диаграмм с двумя лептонами с массами m и m' . Поскольку a является безразмерной величиной, $a_1(m)$ не зависит от m , то a_2 зависит только от отношения масс m и m' . Отсюда следует, что $a_e = a_1 + a_2(m_e/m_{\mu})$, $a_{\mu} = a_1 + a_2(m_{\mu}/m_e)$, и поэтому $a_{\mu} - a_e = a_2(m_{\mu}/m_e) - a_2(m_e/m_{\mu})$.

Видим, что разность $a_{\mu} - a_e$ определяется одной и той же функцией $a_2(x)$, точнее говоря, двумя ее асимптотиками — при малых и больших значениях ее аргумента.

В четвертом порядке теории возмущений функция $a_2(x)$ определяется только одной диаграммой (см. рис. 1.4) [50]:

$$\begin{aligned} a_2^{(4)}\left(\frac{m_e}{m_{\mu}}\right) &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{45} \left(\frac{m_e}{m_{\mu}}\right)^2 + O\left(\frac{m_e^4}{m_{\mu}^4}\right) \right], \\ a_2^{(4)}\left(\frac{m_{\mu}}{m_e}\right) &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{3} \ln \frac{m_{\mu}}{m_e} - \frac{25}{36} + \frac{\pi^2}{4} \frac{m_e}{m_{\mu}} - \right. \\ &\quad \left. - 4 \left(\frac{m_e}{m_{\mu}}\right)^2 \ln \frac{m_{\mu}}{m_e} + 3 \frac{m_e^2}{m_{\mu}^2} + O\left(\frac{m_e^3}{m_{\mu}^3}\right) \right], \end{aligned}$$

поэтому разность $a_\mu - a_e$ определяется выражением

$$a_\mu^{(4)} - a_e^{(4)} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{3} \ln \frac{m_\mu}{m_e} - \frac{25}{36} + \frac{\pi^2}{4} \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \ln \frac{m_\mu}{m_e} + \frac{134}{45} \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + O\left(\frac{m_e^3}{m_\mu^3}\right) \right] = 1,09426 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 = 5904,1 \cdot 10^{-9}.$$

В шестом порядке теории возмущений в разность $a_\mu - a_e$ вносят вклад 24 диаграммы, которые можно разбить на три класса (рис. 1.6):

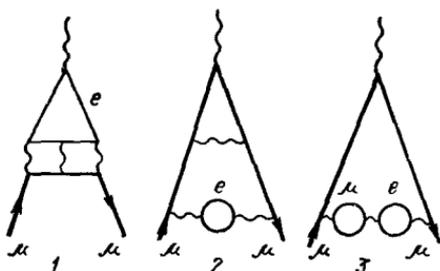


Рис. 1.6. Диаграммы, определяющие разность аномальных магнитных моментов электрона и мюона в шестом порядке теории возмущений.

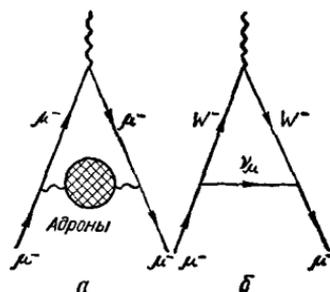


Рис. 1.7. Вклады сильного и слабого взаимодействий в магнитные моменты лептонов: а — вклад адронов; б — вклад W -бозона.

I класс охватывает 6 диаграмм типа 1, содержащих блок фотон-фотонного рассеяния;

II класс охватывает 12 диаграмм типа 2, содержащих вклад поляризации вакуума за счет электрон-позитронных пар во втором порядке;

III класс охватывает 6 диаграмм типа 3, содержащих вклад поляризации вакуума в четвертом порядке.

Суммарный вклад в разность $a_\mu^{(6)} - a_e^{(6)}$ всех диаграмм равен [50]

$$a_\mu^{(6)} - a_e^{(6)} = (20,3 \pm 1,1) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 = (254 \pm 14) \cdot 10^{-9}.$$

При достигнутой точности измерения a_μ возникает вопрос о величине других возможных вкладов неэлектродинамической природы. В низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия вклад сильных взаимодействий в аномальные магнитные моменты лептонов описывается диаграммой, представленной на рис. 1.7, а. Адронный вклад в поляризацию вакуума определяется полным сечением $\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}$ процесса $e^+ + e^- \rightarrow h$ в однофотонном приближении. Вклад адронов в аномальный магнитный момент

лептонов следующим образом связан с сечением $\sigma_{e^+e^- \rightarrow h}$:

$$a_\mu^{(h)} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} dt K(t) \sigma_{e^+e^- \rightarrow h}(t),$$

где t — квадрат эффективной массы адронной системы в $e^+ + e^- \rightarrow h$, а

$$K(t) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (1-x)\frac{t}{m_\mu^2}}.$$

Функция $K(t)$ является положительно определенной в области $4m_\pi^2 \leq t \leq \infty$, поэтому вклад адронов в аномальный магнитный момент положителен.

Интересно отметить, что вклад адронов в a_e существенно меньше соответствующего вклада в a_μ :

$$a_e^{(h)} \simeq \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 a_\mu^{(h)} \simeq 10^{-5} a_\mu^{(h)}.$$

Именно поэтому величину a_e можно считать чисто электродинамической и наиболее пригодной для определения постоянной тонкой структуры.

Слабые взаимодействия также могут вносить вклад в величину a_μ . Так, в модели с заряженным W -бозоном (см. рис. 1.7)

$$a_\mu^{(W)} = \frac{Gm_\mu^2}{8\pi^2\sqrt{2}} \left[2(1 - \mu_W) \ln \Lambda + \frac{10}{3} \right],$$

где Λ — параметр обрезания, μ_W — аномальный магнитный момент W -бозона. При $\mu_W = 1$ вклады в величины a_e и a_μ одинаковы и для соответствующего вклада в a_μ получается конечное выражение.

Просуммируем теперь отдельные вклады в аномальный магнитный момент мюона [50]:

$$a_\mu^{(2)} = (1161409,0 \pm 2,2) \cdot 10^{-9}$$

$$a_\mu^{(4)} = 4131,8 \cdot 10^{-9}$$

$$a_\mu^{(6)} = (273 \pm 14) \cdot 10^{-9}$$

$$a_\mu^{(h)} = (68 \pm 9) \cdot 10^{-9}$$

$$a_\mu^{(W)} = (2 \pm 0,2) \cdot 10^{-9}$$

$$\frac{a_\mu^{(W)}}{a_\mu^{(h)}} = (1165884 \pm 17) \cdot 10^{-9}$$

Это значение $a_\mu^{(th)}$ согласуется с экспериментальным значением $a_\mu = (1165895 \pm 27) \cdot 10^{-9}$. (Используя последнее значение α [55], $\alpha^{-1} = 137,03604(11)$, имеем $a_\mu^{(th)} = 1165908(11) \cdot 10^{-9}$ в согласии с опытом.)

По известной величине a_μ можно получить величину полного магнитного момента мюона μ_μ , если с достаточной точностью измерить квантовую постоянную \hbar и массу мюона m_μ . К сожалению, достигнутая при измерении a_μ точность снижается из-за недостаточной точности измерений \hbar и m_μ . В этой связи интересно привести результаты других измерений магнитного момента мюона. Наибольшая точность достигается при относительных измерениях магнитных моментов различных частиц в одном и том же магнитном поле, когда точность измерения магнитного поля не играет роли.

Отношение магнитных моментов мюона и протона μ_μ/μ_p может быть определено сравнением частот прецессии спинов мюона и протона в одном и том же магнитном поле. Частота прецессии спина мюона определяется по продуктам его распада: направление вылета конечных электронов из $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ (угловое распределение которых описывается формулой $1 + a_s \cos \nu_s$, ν_s — угол между направлением спина мюона и импульсом электрона) и мюонный спин изменяются с частотой $\omega_\mu = \mu_\mu \frac{2B}{\hbar}$. Частота прецессии спина протона определяется стандартным методом протонного магнитного резонанса. В результате получается следующее значение μ_μ/μ_p [33]: $\mu_\mu/\mu_p = 3,1833467$ (82), $2,6 \cdot 10^{-4}\%$, которое можно использовать для определения постоянной тонкой структуры, если известна величина сверхтонкого расщепления $\Delta\omega_\mu$ мюония, т. е. атома, состоящего из положительного μ -мезона и электрона. Величина $\Delta\omega_\mu$ связана с α и μ_μ соотношением

$$\Delta\omega_\mu = \frac{16}{3} \alpha^2 R_\infty c \frac{\mu_\mu}{\mu_p} \frac{\mu_p}{\mu_B} \left(1 + \frac{m_e}{m_\mu}\right)^{-3}$$

(поправки на отдачу и квантовоэлектродинамические поправки опущены), R_∞ — постоянная Ридберга для бесконечно тяжелого ядра. Используя значение [33] $\Delta\omega_\mu = 4463,3023$ (35) $M\mu$ и известные величины μ_μ/μ_p , μ_p/μ_B (см. ниже), получим $\alpha^{-1} = 137,03632$ (19), $1,4 \cdot 10^{-4}\%$, что в пределах ошибок совпадает со значениями α^{-1} , найденными другими методами.

Отношение частот прецессии спинов электрона и мюона в мюонии позволяет найти отношение магнитных моментов электрона и мюона [20]:

$$\frac{\mu_e}{\mu_\mu} = 206,76736$$
 (80); $3,8 \cdot 10^{-4}\%$,

а измеренные значения μ_μ/μ_e , μ_μ/μ_p — массу мюона:

$$\frac{m_\mu}{m_e} = \frac{\mu_e}{\mu_\mu} \frac{1 + a_\mu}{1 + a_e},$$

$$\frac{m_\mu}{m_e} = \frac{\mu_p}{\mu_\mu} \frac{\mu_e}{\mu_p} \frac{1 + a_\mu}{1 + a_e}.$$

Используя найденные значения a_e и a_μ , получим $m_\mu/m_e = 206,7682$ (5), что соответствует $m_\mu = 105,6594$ (4) $Mэв$, если $m_e = 0,5110041$ (16) $Mэв$. Таким образом, масса мюона определяется с точностью до 400 эв.

Заметим, что точное значение массы мюона необходимо для сравнения предсказаний теории относительно энергетических уровней μ -мезоатомов с опытными данными. Уточнение массы мюонного нейтрино из кинематики распада $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ также требует знания m_μ .

2.3. Магнитные моменты нуклонов (протона, нейтрона и антипротона). С наибольшей точностью в настоящее время удастся определить отношение магнитных моментов электрона и протона. Отношение частот переворота спинов электрона и протона в атоме водорода, помещенном в магнитное поле, с учетом поправок на отдачу ядра, а также релятивистских и радиационных поправок к магнитным моментам электрона и протона, связанных в атоме водорода, составляет [20] $0,001519270379$ (13), $9 \cdot 10^{-7}\%$. Комбинируя эту величину с величиной μ_e/μ_B , можно найти значение магнитного момента протона в боровских магнетонах: $\mu_p/\mu_B = 0,001521032213$ (15), $9,7 \times 10^{-7}\%$.

Магнитный момент протона в ядерных магнетонах μ_p/μ_N ($\mu_N = e\hbar/2m_p c$) найден с меньшей точностью путем определения отношения частоты прецессии спина протона и циклотронной частоты в магнитном поле [13]: $\mu_p/\mu_N = 2,7927745$ (12), $4,3 \cdot 10^{-5}\%$.

Наиболее точно магнитный момент нейтрона определяется сравнением частот прецессии спинов нейтрона и протона в одном и том же магнитном поле [32]

$$\frac{\omega_s(n)}{\omega_s(p)} = 0,685039 \text{ (17)} = \left| \frac{\mu_n}{\mu_p} \right|,$$

откуда, используя известное значение μ_p/μ_N , найдем $\mu_n/\mu_N = -1,913148$ (66) (знак μ_n определяется в опытах с вращающимся магнитным полем: ядерный магнитный резонанс наступает лишь при определенном направлении вращения поля, зависящем от знака μ_n).

Магнитный момент антипротона измерен в опытах по исследованию спектров адронных атомов. Как известно, отрицательно заряженные адроны, π^- , K^- -мезоны, антипротон \bar{p} , Σ^- -гиперон, двигаясь в среде, в результате торможения могут перейти на внешние атомные орбиты, в результате чего возникают адронные атомы. При спонтанных переходах с одной оболочки на другую испускаются рентгеновские γ -кванты и наблюдается захват адрона ядром.

Исследование адронных атомов позволяет определить как массу, так и магнитный момент адрона: масса определяется по энергиям испускаемых рентгеновских γ -квантов, а магнитный момент — по

величине тонкого расщепления атомных уровней. Как известно [3], тонкое расщепление атомного уровня с данными значениями главного квантового числа n и орбитального момента l , обусловленное спин-орбитальным взаимодействием, определяется формулой

$$\Delta E = (\mu_0 + 2\mu_1) \frac{(\alpha Z)^4}{2n^3} \frac{m_0}{l(l+1)},$$

где Z — заряд ядра, m_0 — приведенная масса системы (адрон + ядро), μ_0 и μ_1 — нормальный и аномальный магнитные моменты адрона (в собственных магнетонах). Из этой формулы видно, что по величине тонкого расщепления можно найти как величину, так и знак аномального магнитного момента адрона (для отрицательно заряженной частицы со спином $\mu_0 = -1$).

Так как $\Delta E \sim Z^4$, то в опытах по определению магнитных моментов предпочтительно использовать мишени из тяжелых элементов — свинца и урана. Для измерения тонкой структуры антипротонных атомов свинца и урана был выбран переход $n = 11 \rightarrow n = 10$, поскольку начиная с $n = 9$ антипротоны очень сильно захватываются ядрами. Определенный в работе [39] аномальный магнитный момент антипротона κ_p^- составляет $\kappa_p^- = -1,83 \pm 0,10$. Это значение совпадает по абсолютной величине (в пределах ошибок) с аномальным магнитным моментом протона, но противоположно по знаку, как этого и требует *CPT*-инвариантность.

2.4. Магнитные моменты гиперонов. Магнитные моменты гиперонов определяются измерением угла поворота спина гиперона в однородном магнитном поле. По существу используется то же физическое явление, что и при измерении магнитных моментов нуклонов, т. е. прецессия спина в магнитном поле. Основная трудность этих экспериментов связана с нестабильностью гиперонов. При равном нулю электрическом дипольном моменте вектор спина покоящегося гиперона испытывает прецессию в магнитном поле, описываемую классическим уравнением [25]

$$\frac{ds}{dt} = s \times \Omega, \quad \Omega = \mu_Y \frac{e}{m_Y} B,$$

где μ_Y — магнитный момент гиперона, m_Y — его масса. В случае движущегося гиперона

$$\Omega = \mu_Y \frac{e}{m_Y} \left(B - \frac{\gamma - 1}{\gamma} p_Y \frac{B \cdot p_Y}{p_Y^2} \right),$$

где p_Y — импульс гиперона, $\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$, $\beta = \frac{v}{c}$ (v — скорость гиперона). Направление прецессии спина Ω определяется знаком магнитного момента гиперона. Если $B \perp p_Y$ и $B \perp s_0$ (s_0 — направление спина Y -гиперона в момент рождения), то частота прецессии

спина равна $\mu_Y \frac{eB}{m_Y}$, поэтому угол поворота спина гиперона за время t_Y будет равен

$$\varphi_Y = \Omega t_Y = \mu_Y \frac{eB}{m_Y c} \frac{l_Y}{\beta},$$

где l_Y — расстояние, пройденное гипероном. Таким образом, изменение магнитного момента гиперона сводится к измерению угла поворота его спина.

Метод измерения угла φ_Y можно разъяснить на примере Λ -гиперона. Вследствие сохранения пространственной четности спин Λ -гиперона, образованного в двухчастичной реакции ($\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$, $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^0$) за счет сильного или электромагнитного взаимодействия, направлен перпендикулярно плоскости реакции (образованной импульсами начальных и конечных частиц), причем в этих реакциях поляризация Λ -гиперонов приближается к 100%. В последующем распаде поляризованного Λ -гиперона (например, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$) пространственная четность уже не сохраняется, что проявляется в отличной от нуля асимметрии углового распределения w распадных протонов относительно вектора поляризации Λ -гиперона:

$$w(\vartheta) = \frac{w}{4\pi} (1 + \alpha_Y P_Y \cos \vartheta),$$

где ϑ — угол между импульсом протона (из распада $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$) и перпендикуляром к плоскости реакции, P_Y — величина поляризации Λ -гиперона, а коэффициент асимметрии α_Y характеризует степень нарушения P -инвариантности в адронных распадах Λ -гиперона.

Приведенная формула описывает распределение продуктов распада Λ -гиперона в отсутствие магнитного поля. После прохождения гипероном в магнитном поле расстояния l_Y угловое распределение приобретает вид (вследствие поворота спина на угол φ_Y)

$$w_B(\vartheta) \simeq 1 + \alpha_Y P_Y \cos(\vartheta + \varphi_Y).$$

Сравнивая распределения $w(\vartheta)$ и $w_B(\vartheta)$, можно определить угол φ_Y , а следовательно, и величину магнитного момента Λ -гиперона.

Точность, достигнутая в настоящее время при измерении магнитных моментов гиперонов, невелика. Результаты наиболее точных измерений таковы [55]:

$$\mu_\Lambda = (-0,67 \pm 0,06) \mu_N, \quad \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0,$$

$$\mu_{\Sigma^+} = (2,62 \pm 0,41) \mu_N, \quad \pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+,$$

$$\mu_{\Xi^-} = (-1,48 \pm 0,75) \mu_N, \quad K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$$

(рядом со значением магнитного момента гиперона выписана реакция его образования). Если коэффициент асимметрии близок к нулю, этот способ становится неприменимым, например, для Σ^- -гиперонов при распаде $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ $\alpha_{\Sigma^-} = -0,069 \pm 0,008$. В этом случае может оказаться эффективным исследование энергетических уровней Σ^- -атомов, полученных при облучении образца пучком медленных K^- -мезонов. После захвата на внешние атомные оболочки K^- -мезоны, испуская рентгеновские γ -кванты, переходят на нижние оболочки. При ядерном захвате K^- -мезонов с низших атомных оболочек могут образоваться Σ^- -гипероны в реакциях $K^- + p \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$, $K^- + n \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$.

В некоторых случаях Σ^- -гипероны вылетают из ядра, тормозятся в веществе и образуют атом с другим ядром мишени. Опускаясь на нижние атомные оболочки, Σ^- -гипероны каскадно испускают рентгеновские γ -кванты. В опыте на мишенях из свинца и урана наблюдались γ -кванты, отвечающие переходам $n = 13 \rightarrow n = 12$, $n = 12 \rightarrow n = 11$ Σ^- -атомов, однако отчетливой тонкой структуры этих переходов наблюдать не удалось. Изучение только переходов для линий тонкой структуры показало, что магнитный момент Σ^- -гиперона заключен в интервале $[40] - 2,0 < \mu_{\Sigma^-} < 1,0$ (μ_{Σ} измеряется в гиперонных магнетонах $e\hbar/2m_{\Sigma}c$). (Более точно [55] $\mu_{\Sigma} = -1,48 \pm 0,37$.)

Отметим, что измерение вероятности радиационного распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ (с сохранением странности) позволяет определить константу $\Sigma\Lambda\gamma$ -взаимодействия $\mu_{\Sigma\Lambda}$, называемую магнитным моментом $\Sigma\Lambda$ -перехода. Эту константу относят к магнитным моментам гиперонов. Дело в том, что матричный элемент электромагнитного тока J_{μ} между состояниями Σ^0 - и Λ -гиперонов *

$$\langle \Lambda | J_{\mu} | \Sigma^0 \rangle = e \frac{\mu_{\Sigma\Lambda}}{m_{\Lambda} + m_{\Sigma}} \bar{u}_{\Lambda} \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} u_{\Sigma}$$

совпадает по виду с той частью матричных элементов оператора J_{μ} между состояниями гиперонов Y , которая пропорциональна их магнитным моментам ($u_{\Sigma,\Lambda}$ — четырехкомпонентные спиноры Σ - и Λ -гиперонов, q — импульс реального γ -кванта). Различие величин $\mu_{\Sigma\Lambda}$ и μ_Y заключается только в том, что магнитные моменты гиперонов μ_Y определяют диагональные матричные элементы J_{μ} , а магнитный момент $\Sigma\Lambda$ -перехода — недиагональный матричный элемент.

Вероятность распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ (после суммирования по поляризациям Λ и γ в конечном состоянии и усреднения по поляризациям

* Здесь и далее считаем, что $\hbar = c = 1$.

начального Σ^0 -гиперона) выражается через $\mu_{\Sigma\Lambda}$:

$$\omega(\Sigma \rightarrow \Lambda \gamma) = \tau^{-1}(\Sigma \rightarrow \Lambda \gamma) = \alpha \mu_{\Sigma\Lambda}^2 \frac{m_{\Sigma} + m_{\Lambda}}{2} \left(1 - \frac{m_{\Lambda}}{m_{\Sigma}}\right)^3.$$

С помощью этой формулы, используя имеющуюся в настоящее время оценку для времени жизни Σ^0 -гиперона относительно распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ $\tau < 1 \cdot 10^{-14}$ сек [55], получим

$$|\mu_{\Sigma\Lambda}| > 5,3 \cdot 10^{-2}.$$

Найденная нижняя оценка для $\mu_{\Sigma\Lambda}$ существенно ниже значения $\mu_{\Sigma\Lambda}$, предсказанного в SU_3 -симметрии, $\mu_{\Sigma\Lambda} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \mu_n$ (подробнее см. гл. 3).

2.5. Магнитный момент ΔN -перехода. Магнитный момент ΔN -перехода (обозначим его $\mu_{\Delta N}$), как и магнитный момент $\Sigma\Lambda$ -перехода, определяет недиагональный матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между состояниями нуклона и Δ -изобары (под изобарой будем подразумевать нуклонный резонанс Δ (1236) со спином $3/2$ и положительной пространственной четностью).

Величину магнитного момента перехода $\mu_{\Delta N}$ можно в принципе найти по вероятности радиационного распада $\Delta \rightarrow N + \gamma$. Так как амплитуда испускания в распаде $\Delta \rightarrow N + \gamma$ электрического квадрупольного γ -кванта существенно меньше амплитуды испускания магнитного дипольного γ -кванта, то с хорошей точностью можно считать, что ширина этого распада определяется только величиной магнитного момента перехода $\mu_{\Delta N}$.

Матричный элемент распада $\Delta \rightarrow N + \gamma$ с образованием магнитного γ -кванта можно записать в следующем релятивистски инвариантном виде [44]:

$$m(\Delta \rightarrow N \gamma) = eg_{\Delta N} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{u}(p) \left(\gamma_{\mu} - \frac{p'_{\mu}}{M_{\Delta}} \right) u_{\nu}(p) F_{\mu\nu},$$

$$F_{\mu\nu} = e_{\mu} q_{\nu} - e_{\nu} q_{\mu},$$

где $g_{\Delta N}$ — константа $\Delta N \gamma$ -взаимодействия; $u_{\nu}(p)$ — четырехкомпонентный спинор с векторным индексом ν , описывающий Δ -изобару с 4-импульсом p и массой M_{Δ} ; $u(p')$ — четырехкомпонентный спинор нуклона с 4-импульсом p' и массой M ; e_{α} — 4-вектор поляризации γ -кванта с 4-импульсом q .

Константу $g_{\Delta N}$ можно связать с магнитным моментом ΔN -перехода. Запишем для этого $m(\Delta \rightarrow N \gamma)$ в системе покоя Δ -изобары. Переходя от четырехкомпонентных к двухкомпонентным спинорам, получим

$$m(\Delta \rightarrow N \gamma) = eg_{\Delta N} \sqrt{\frac{3}{2}} (E + M) 2M_{\Delta} \chi^{\dagger} (\mathbf{q} \times \mathbf{e}\mathbf{f}),$$

где φ — спинор Δ -изобары, χ — спинор нуклона, E — энергия нуклона, \mathbf{q} — его импульс в системе покоя изобары.

Вводя далее волновые функции нуклона $\chi_{\pm \frac{1}{2}}$ и Δ -изобары $\varphi_{\pm \frac{1}{2}}$ с проекциями спина $\pm \frac{1}{2}$ на ось z (подробнее см. гл. 3) и вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{V} = i\mathbf{e} \times \mathbf{q}$, перепишем $m(\Delta \rightarrow N\gamma)$ в виде

$$m(\Delta \rightarrow N\gamma) = -ie g_{\Delta N} \sqrt{\frac{E+M}{2M_{\Delta}}} (\chi_{\frac{1}{2}}^* \varphi_{\frac{1}{2}} - \chi_{-\frac{1}{2}}^* \varphi_{-\frac{1}{2}}) 2M_{\Delta} V$$

(ось z направлена вдоль \mathbf{V}). Отсюда видно, что величину $g_{\Delta N} \sqrt{\frac{E+M}{2M_{\Delta}}}$ естественно назвать магнитным моментом ΔN -перехода

$$\mu_{\Delta N} = g_{\Delta N} \sqrt{\frac{E+M}{2M_{\Delta}}},$$

поскольку полученное выражение для $m(\Delta \rightarrow N\gamma)$ совпадает с характерным выражением для взаимодействия магнитного момента с магнитным полем $\mu(\mathbf{s})\mathbf{B}$ ($\langle \mathbf{s} \rangle$ — среднее значение оператора спина).

Так как непосредственно на опыте ширину распада $\Delta \rightarrow N + \gamma$ измерить трудно, то для оценки величины $\mu_{\Delta N}$ используются данные относительно сечений фотообразования π -мезонов на нуклонах в области энергий, отвечающих возбуждению первого мезон-нуклонного резонанса $\Delta(1236)$, т. е. в области энергий γ -кванта 250—400 Мэв.

Основной вклад в амплитуду процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ в этой области энергий (см. гл. 5) вносит механизм возбуждения Δ -изобары (рис. 1.8), называемый резонансным механизмом.

Из опыта известно, что резонансное образование π -мезонов в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ обусловлено главным образом поглощением магнитных дипольных γ -квантов; поглощение электрических квадрупольных γ -квантов, возможное вследствие сохранения углового момента и пространственной четности в процессе $\gamma + N \rightarrow \Delta \rightarrow N + \pi$, существенно меньше: отношение соответствующих амплитуд не превышает 5%.

Покажем теперь, что сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ в резонансной области энергий определяется магнитным моментом перехода $\mu_{\Delta N}$. Воспользуемся для этого матричным элементом процесса

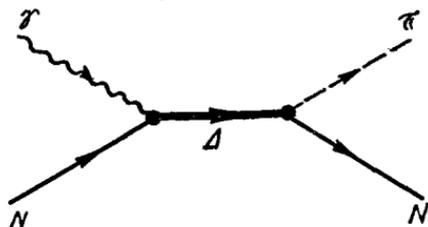


Рис. 1.8. Диаграмма, описывающая вклад Δ -изобары в амплитуду реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$.

$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, отвечающим диаграмме рис. 1.8,

$$m(\gamma N \rightarrow p\pi^0) = \frac{e\mu_{\Delta N}}{\sqrt{2/3}} \frac{g(\Delta^+, p\pi^0)}{M_{\Delta}^2 - s - i\Gamma_{\Delta}M_{\Delta}} \bar{u}(p_2) k_{\mu} \mathcal{P}_{\mu\nu} \times \\ \times \left(\gamma_{\nu} - \frac{p_{\nu}}{M_{\Delta}} \right) \gamma_5 u(p_1),$$

где $g(\Delta^+, p\pi^0)$ — константа $\Delta p\pi^0$ -взаимодействия, Γ_{Δ} — полная ширина Δ -изобары, s — квадрат полной энергии реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, k — 4-импульс π^0 -мезона, p_1, p_2 — 4-импульсы протона в начальном и конечном состояниях, p — импульс изобары в промежуточном состоянии. Тензор $\mathcal{P}_{\mu\nu}$ описывает результат суммирования по поляризационным состояниям частицы со спином и определяется выражением [58]

$$\mathcal{P}_{\mu\nu} = (\hat{p} + M_{\Delta}) \left[-g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} + \frac{\gamma_{\mu} p_{\nu} - \gamma_{\nu} p_{\mu}}{3M_{\Delta}} + \frac{2}{3} \frac{p_{\mu} p_{\nu}}{M_{\Delta}^2} \right].$$

Матричный элемент распада $\Delta \rightarrow N + \pi$, который определяет ся константой $g(\Delta^+, p\pi^0)$, можно записать в виде

$$m(\Delta^+ \rightarrow p\pi^0) = g(\Delta^+, p\pi^0) \bar{u}(p_2) u_{\nu}(p) k_{\nu}.$$

Это выражение позволяет найти ширину Γ_{Δ} распада $\Delta \rightarrow N + \pi$, просуммированную по поляризациям нуклона и усредненную по поляризациям Δ -изобары:

$$\Gamma_{\Delta} = \frac{3}{2} \frac{g^2(\Delta^+, p\pi^0)}{24\pi} \left(1 + \frac{M}{M_{\Delta}} \right)^2 k^3,$$

где k — импульс π -мезона в распаде $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$ (в системе покоя Δ -изобары). Множитель $3/2$ учитывает, что Δ^+ -изобара может распасться двумя способами: $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$ или $\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$. Переходя от четырехкомпонентных к двухкомпонентным спинорам, матричный элемент в СЦИ реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ можно представить в виде

$$m(\gamma p \rightarrow p\pi^0) = \frac{e\mu_{\Delta N} g(\Delta^+, p\pi^0)}{\sqrt{2/3} (M_{\Delta}^2 - s - i\Gamma_{\Delta}M_{\Delta})} \times \\ \times M_{\Delta} \frac{\sqrt{(E_1 + M)(E_2 + M)}}{3} (3\sigma \mathbf{k} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{q}] - 2\sigma \times \mathbf{k} \sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{e}),$$

где E_1, E_2 — энергии (3-импульсы) нуклонов в начальном и конечном состояниях реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$.

Используя это выражение для m , получим для дифференциального сечения процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ с неполяризованными час-

тицами в начальном и конечном состояниях следующую формулу:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma p \rightarrow p\pi^0) = \frac{2}{3} \frac{e^2 \mu_{\Delta N}^2}{16\pi} \frac{|k|(E_2 + M)}{\Gamma_\Delta M_\Delta} (5 - 3 \cos^2 \vartheta_\pi),$$

где ϑ_π — угол между импульсами \mathbf{k} и \mathbf{q} , $d\Omega_\pi$ — элемент телесного угла π -мезона в СЦИ реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$. Наконец, полное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ имеет вид

$$\sigma (\gamma p \rightarrow p\pi^0) = \frac{2}{3} \frac{|k|(E_2 + M)}{\Gamma_\Delta M_\Delta} e^2 \mu_{\Delta N}^2.$$

Подставляя сюда значения $\sigma (\gamma p \rightarrow p\pi^0) = (0,25 \pm 0,01) 10^{-27} \text{ см}^2$, $\Gamma_\Delta = 120 \text{ Мэв}$, получим [14]

$$\mu_{\Delta+p} = (1,25 \pm 0,02) \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p.$$

Как будет показано в гл. 3, в точной SU_6 -симметрии численный коэффициент в скобках должен равняться единице.

2.6. Оценка магнитного момента нейтрино. Отличный от нуля магнитный момент нейтрино проявился бы в электромагнитном рассеянии нейтрино заряженными частицами — электронами, протонами, ядрами.

Из данных Рейнса [47] можно получить следующую оценку для магнитного момента нейтрино: $\mu_{\nu_e} < 2,3 \cdot 10^{-10} \mu_B$.

Исследования реакции $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p + \pi^0$ взаимодействия мюонных нейтрино высоких энергий с протонами приводят к оценке для магнитного момента мюонного нейтрино [4] $\mu_{\nu_\mu} < 10^{-8} \mu_B$.

Из оценки допустимой нейтринной светимости Солнца, обусловленной процессом $\gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$, таким же способом, как и для электрического заряда нейтрино [28], можно получить $\mu_\nu < 1,5 \cdot 10^{-9} \mu_B$. Эта оценка справедлива для мюонного и электронного нейтрино, масса которых равна нулю.

Отметим, что для двухкомпонентного нейтрино магнитный момент тождественно равен нулю.

§ 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

3.1. Несовместимость существования дипольного момента элементарной частицы с инвариантностью относительно обращения времени. Опыты по рассеянию электронов адронами показывают, что адроны имеют сложную электромагнитную структуру и не могут рассматриваться как точечные образования. Это означает, что адроны следует характеризовать некоторыми электромагнитными форм-факторами, зависящими от квадрата 4-импульса, передаваемого

адрону в процессе рассеяния электроном или мюоном (см. гл. 4). Электрический заряд и магнитный момент частиц представляют собой значения электромагнитных формфакторов при нулевом переданном импульсе. В связи с электромагнитной структурой элементарных частиц может возникнуть вопрос, не обладают ли элементарные частицы электрическим дипольным моментом.

Следует, однако, иметь в виду, что существование электрического дипольного момента у элементарных частиц связано с несохранением пространственной четности. Дело в том, что оператор дипольного момента при пространственном отражении меняет знак, поэтому для состояний с определенной пространственной четностью диагональные матричные элементы такого оператора обращаются в нуль. Так как слабое взаимодействие не инвариантно относительно пространственного отражения, то можно предполагать, что слабое взаимодействие может приводить к появлению электрического дипольного момента частиц. В самом деле, несохранение P -четности в β -распаде нейтрона, например, обуславливает асимметрию углового распределения электронов, образующихся при β -распаде поляризованных нейтронов: электроны вылетают преимущественно в направлении спина нейтрона. Если подобная асимметрия будет наблюдаться и для виртуальных распадов, то асимметрия облака виртуальных электронов будет приводить к отличному от нуля дипольному моменту.

Легко видеть, что существование дипольного момента (по крайней мере для стабильных частиц) несовместимо с требованием инвариантности относительно обращения времени (T -инвариантности) [10, 61]. Действительно, электрический дипольный момент d незаряженных частиц проявляется при взаимодействии с постоянным электрическим полем E , причем гамилтониан взаимодействия определяется формулой $H_d = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$.

Для покоящейся элементарной частицы, характеризуемой определенным значением спина, дипольный момент направлен только вдоль вектора спина частицы (из-за отсутствия других векторов). Возникающее при этом взаимодействие $H_d \simeq \mathbf{s} \cdot \mathbf{E}$ меняет свой знак при отражении времени (при временном отражении вектор спина \mathbf{s} меняет знак), поэтому отличный от нуля электрический дипольный момент может возникнуть у стабильных элементарных частиц только из-за T -неинвариантных взаимодействий.

Как будет показано ниже, в сильных и электромагнитных взаимодействиях частиц существование T -инвариантности проверено с большой степенью точности, и только в распадах K^0 -мезонов обнаружены эффекты нарушения T -инвариантности (или, что то же самое, нарушения CP -инвариантности, если считать справедливой CPT -инвариантность).

Заметим, что для атома водорода справедлив эффект Штарка, линейный по напряженности внешнего электрического поля [11].

Это означает, что состояния атома водорода с отличным от нуля главным квантовым числом n обладают электрическим дипольным моментом. Возникает вопрос, не противоречит ли появление отличного от нуля электрического дипольного момента хорошо известному факту инвариантности электромагнитного взаимодействия, обеспечивающего связь электрона и протона в атоме водорода, относительно обращения времени и отражения пространственных координат.

Легко, однако, видеть, что возникновение электрического дипольного момента у состояний атома водорода связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, состояния атома водорода можно характеризовать определенными значениями параболических квантовых чисел [11], а такие состояния представляют собой суперпозиции состояний с различными значениями орбитального момента в системе протон — электрон. Следовательно, атом водорода в этом случае не имеет определенного значения пространственной четности. Во-вторых, эти состояния не обладают определенным спином. Для атома водорода из-за вырождения существует сохраняющийся вектор [11]

$$\mathcal{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{l} - \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\mathbf{r}}{r},$$

поэтому дипольный момент атома водорода может быть направлен вдоль этого вектора. А так как направление вектора \mathcal{A} не изменяется при отражении времени, то взаимодействие, пропорциональное произведению $\mathcal{A}E$, инвариантно относительно обращения времени.

Можно указать и другие объекты атомной и молекулярной физики с отличным от нуля электрическим дипольным моментом, хотя электромагнитное взаимодействие частиц в атомах и молекулах инвариантно относительно обращения времени и пространственного отражения. К таким объектам относятся молекулы с Λ -удвоением [11]. Несмотря на то что молекулы с Λ -удвоением обладают определенной величиной спина, электрический дипольный момент их отличен от нуля. Появление дипольного момента у этих молекул объясняется тем, что молекула, являясь составной частицей, характеризуется не только вектором спина, но и вектором \mathbf{n} , направленным по оси молекулы. Поэтому если дипольный момент направлен вдоль \mathbf{n} , то взаимодействие его с электрическим полем T -инвариантно. Незначительная величина энергии Λ -удвоения по сравнению с энергией штарковского расщепления (и энергией теплового движения молекул) приводит к смешиванию состояний противоположной пространственной четности, следовательно, состояния молекул с Λ -удвоением не имеют определенной пространственной четности. А это означает, что появление дипольного момента у таких молекул не противоречит P -инвариантности электромагнитного взаимодействия.

В связи с гипотезой о существовании монополей необходимо отметить, что монополи с не равным нулю спином должны иметь электрический дипольный момент [15], например, для монополя со спином $1/2$ $d_g = \frac{e\hbar}{2m_g c}$, где m_g — масса монополя, причем для монополя с положительным магнитным зарядом направления спина и дипольного момента противоположны, для отрицательно заряженных монополей они совпадают. Отсюда следует, что если бы монополи существовали, то электродинамика не обладала бы свойством инвариантности относительно обращения времени [57].

Поскольку для нестабильной частицы при обращении времени возникает особое состояние с экспоненциально растущей амплитудой, доказательство, приведенное в работе [10, 61], не может быть использовано. И как следствие этого можно показать [1], что электрический дипольный момент нестабильных элементарных частиц может быть отличен от нуля.

3.2. Экспериментальная оценка дипольных моментов. Приведем результаты экспериментов, проведенных с целью обнаружения электрических дипольных моментов элементарных частиц.

Нейтрон. Один из способов определения электрического дипольного момента нейтрона d_n сводится к обнаружению его взаимодействия с внешним электрическим полем E , т. е. к измерению энергии взаимодействия $H_d = -d_n \cdot E$.

На опыте пучок тепловых нейтронов пропускаться через однородные магнитное B и электрическое E поля, причем в одном случае поля B и E были параллельны, в другом — антипараллельны. Так как направление спина нейтрона может быть противоположным направлению поля или совпадать с ним, то разность энергий нейтрона с отличным от нуля магнитным моментом μ_n и электрическим дипольным моментом d_n , помещенного в параллельные внешние поля B и E , составляет

$$\Delta E_1 = -2(\mu_n B + d_n E).$$

Если изменить направление поля E , то разность энергий нейтрона с различными ориентациями спина равна

$$\Delta E_2 = -2(\mu_n B - d_n E).$$

Видно, что величины ΔE_1 и ΔE_2 будут различны, если электрический дипольный момент нейтрона отличен от нуля.

Величины ΔE_1 и ΔE_2 измеряются методом ядерного магнитного резонанса: высокочастотное поле с частотой $\omega_{1,2} = \Delta E_{1,2}$ вызывает переходы между состояниями нейтрона с разными ориентациями спина. Изменение резонансной частоты ($\omega_1 \neq \omega_2$) при изменении направления электрического поля определяется величиной $\Delta\omega \approx \omega_2 - \omega_1 = 4d_n E$.

В работе [36] для электрического дипольного момента нейтрона была получена следующая оценка: $d_n < 1 \cdot 10^{-23}$ е. см. Близкая к этому значению оценка для d_n была получена способом, основанным на поиске электромагнитного рассеяния нейтрона ядрами, которое обусловлено взаимодействием электрического дипольного момента нейтрона с кулоновским полем ядра. Амплитуда рассеяния нерелятивистских нейтронов, пропорциональная d_n , в борновском приближении имеет следующий вид [69]:

$$F_d = id_n \frac{Ze(1-f)}{2} \frac{\zeta_n \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)}{kv \sin^2 \vartheta_n},$$

где Ze — электрический заряд ядра, f — формфактор распределения атомных электронов, ζ_n — вектор поляризации нейтронов в начальном состоянии, \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 — импульсы начального и конечного нейтрона, ϑ_n — угол между импульсами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , v — скорость нейтрона.

Наряду с электромагнитным рассеянием, обусловленным возможным электрическим дипольным моментом нейтрона, нейтроны испытывают рассеяние, вызванное сильным взаимодействием, а также рассеяние, связанное с магнитным моментом и зарядовым распределением нейтрона (см. гл. 4). При малых d_n вклад этих взаимодействий в сечение рассеяния нейтронов ядрами будет существенно превышать вклад, обусловленный электрическим дипольным моментом нейтрона. Чтобы выделить возможный малый эффект рассеяния из-за $d_n \neq 0$, используется то обстоятельство, что зависимость от спина нейтрона различных вкладов в амплитуду нейтрон-ядерного рассеяния различна. Так, амплитуда чисто ядерного рассеяния нейтронов не зависит от вектора поляризации ζ_n , так как сильное взаимодействие медленных нейтронов с ядрами происходит в s -состоянии. Амплитуда электромагнитного рассеяния нейтронов, которая определяется μ_n и зарядовым распределением нейтрона, инвариантна относительно пространственного отражения и поэтому зависимость ее от вектора поляризации ζ_n определяется выражением $\zeta_n \cdot \mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2$. Следовательно, нейтроны, вектор поляризации ζ_n которых расположен в плоскости рассеяния нейтрона (т. е. в плоскости векторов \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2), испытывают только чисто ядерное рассеяние и электромагнитное, обусловленное электрическим дипольным моментом нейтрона. Специальным выбором мишени можно уменьшить амплитуду чисто ядерного рассеяния.

В опытах по рассеянию поляризованных нейтронов ядрами найдено [69] $d_n = (2,4 \pm 3,9) \cdot 10^{-22}$ е. см. Полученные оценки для электрического дипольного момента нейтрона приблизительно на порядок ниже величины, предсказываемых различными моделями нарушения T -инвариантности в слабых электромагнитном взаимодействиях частиц. Поэтому верхние границы для d_n представляют

собой наиболее точные ограничения величины возможного нарушения T -инвариантности.

Протон. Оценку электрического дипольного момента протона [41] нельзя получить таким же способом, как для нейтрона, поскольку в электрическом поле пучок протонов сильно отклоняется. Больше того, легко видеть, что для связанного протона, например в атоме, его возможный дипольный момент не может быть обнаружен по взаимодействию внешнего электрического поля с атомом, так как из-за экранировки энергия взаимодействия атома с внешним электрическим полем не содержит слагаемого, линейного по электрическому дипольному моменту протона d_p (даже при $d_p \neq 0$) [65].

Действительно, в силу электрической нейтральности атома ядро и облако электронов находятся в электростатическом равновесии, удерживаемые электрическим притяжением. Если такую нейтральную систему поместить в постоянное электрическое поле, то скорость ее не изменится. Это означает, что действие внешнего электрического поля на ядро компенсируется действием среднего поля облака атомных электронов, поляризованного внешним полем. Следовательно, эффективное электрическое поле в точке нахождения ядра равно нулю, поэтому с помощью внешнего электрического поля нельзя обнаружить дипольный момент ядра.

Однако для ядер с неточечным распределением заряда это утверждение уже не справедливо [63], поэтому возможный электрический дипольный момент протона, связанного в ядре, в принципе может быть обнаружен. В опыте с ядром таллия [55] получено $d_p = (7 \pm 9) \cdot 10^{-21} e \cdot \text{см}$, что на пять порядков ниже d_p ($d_p < 3 \times 10^{-15} e \cdot \text{см}$), найденного при изучении прецессии спина свободных протонов в магнитном поле [59].

Электрон. Наиболее точный метод определения электрического дипольного момента электрона d_e основан на измерении электрического дипольного момента d_a атомов щелочных металлов. Величина d_a определяется величиной d_e , причем отношение $R = d_a/d_e$, как показывает расчет [62, 64], растет с увеличением атомного номера щелочного элемента, достигая для цезия значения $R = 119$.

Поиск возможного электрического дипольного момента нейтрального атома цезия проводился следующим образом. Пучок атомов пропусклся через параллельные постоянные электрическое и магнитное поля. Возникающее расщепление энергетических уровней атома цезия, находящегося в полях \mathbf{B} и \mathbf{E} , зависит от d_a и определяется методом ядерного магнитного резонанса. В этом опыте дипольный момент у атома цезия не обнаружен и для верхней границы d_p и d_e найдено [25] $d_{Cs} < 3 \cdot 10^{-21} e \cdot \text{см}$, $d_e < 2,5 \cdot 10^{-23} e \cdot \text{см}$. Другие способы определения d_e дают существенно меньшую точность.

Отличный от нуля электрический дипольный момент электрона d_e должен вызвать изменения энергетических уровней атомов, рассчитанных в квантовой электродинамике. Однако в атомной спектроскопии таких изменений не обнаружено. Так, из анализа степени согласия предсказаний квантовой электродинамики для лэмбовского сдвига с экспериментальными данными получена следующая оценка для электрического дипольного момента электрона [37]:

$$|d_e| \leq 1,2 \cdot 10^{-14} \text{ е} \cdot \text{см}.$$

Так как при $d_e \neq 0$ в электромагнитном взаимодействии электронов с ядрами пространственная четность не сохраняется, то в атомах должны возникать атомные переходы, в которых пространственная четность также не сохраняется. При отсутствии таких переходов получаем [60] $|d_e| \leq 6 \cdot 10^{-13} \text{ е} \cdot \text{см}.$

Все эти оценки относятся к величине статического электрического дипольного момента электрона (при нулевом переданном импульсе). В опытах по рассеянию электронов ядрами можно получить оценку для d_e при отличных от нуля переданных импульсах, так как при $d_e \neq 0$ должен появиться дополнительный вклад в сечение электромагнитного рассеяния электронов ядрами. Наиболее просто этот вклад можно выделить из сечения рассеяния электронов бесспиновым ядром, например He^4 .

Дифференциальное сечение рассеяния электронов больших энергий с $d_e \neq 0$ на ядре He^4 описывается формулой [53]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(\vartheta, q^2) = \sigma_M(\vartheta) F_0^2(q^2) \left(1 + \frac{q^2}{m_e^2} \frac{d_e^2}{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}} \right),$$

где σ_M — сечение рассеяния релятивистских электронов точечной бесспиновой мишенью (сечение так называемого моттовского рассеяния), $F_0(q^2)$ — электромагнитный формфактор ядра He^4 (подробнее см. гл. 4), q^2 — квадрат переданного 4-импульса, ϑ — угол рассеяния электрона в лабораторной системе, $d\Omega_e$ — элемент телесного угла электрона в конечном состоянии реакции $e^- + \text{He}^4 \rightarrow e^- + \text{He}^4$ (эта формула справедлива в первом борновском приближении).

Видно, что отношение сечений $e^- + \text{He}^4$ -рассеяния при фиксированном значении q^2 (но разных углах рассеяния электрона ϑ_1 и ϑ_2) не зависит от формфактора ядра He^4 и определяется только величиной $d_e(q^2)$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(\vartheta_2, q^2) / \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(\vartheta_1, q^2) = \frac{\sigma_M(\vartheta_2)}{\sigma_M(\vartheta_1)} \frac{1 + \frac{q^2}{m_e^2} \frac{d_e^2(q^2)}{\cos^2 \vartheta_2}}{1 + \frac{q^2}{m_e^2} \frac{d_e^2(q^2)}{\cos^2 \vartheta_1}}.$$

Из данных по упругому рассеянию электронов на ядрах He^4 получено, что в интервале переданных импульсов $-q^2 = (1,25)^2 \div \div (2,25)^2$ ферми⁻² электрический дипольный момент электрона не превышает величину [30] $|d_e(q^2)| \leq 6 \cdot 10^{-15} e \cdot \text{см}$.

Еще одна оценка для $d_e(q^2)$ может быть получена из данных о дифференциальном сечении рассеяния электронов ядрами He^4 на угол π . При рассеянии на угол $\theta = \pi$ величина σ_M обращается в нуль, так что сечение рассеяния электронов определяется электрическим дипольным моментом d_e . При $-q^2 = 0,44$ ферми⁻² получена следующая оценка [43]: $|d_e| \leq 10^{-16} e \cdot \text{см}$.

Таким образом, при отличных от нуля значениях квадрата переданного импульса дипольный момент электрона равен нулю в пределах точности эксперимента. Следует, однако, отметить, что при $q^2 \neq \neq 0$ оценки для $d_e(q^2)$ существенно превышают оценку для $d_e(0)$.

Л - г и п е р о н. Наиболее подходящим способом оценить электрический дипольный момент нестабильных частиц является исследование прецессии спина частиц в однородном и постоянном магнитном поле. Если магнитный и дипольный моменты направлены по спину, то классическое уравнение прецессии спина (как момента количества движения) имеет вид

$$\frac{ds}{dt} = \frac{e}{2m\gamma} (\mu\gamma s \times \mathbf{B} + d\gamma s \times \mathbf{E}).$$

(Это же уравнение может быть получено из уравнения Дирака, описывающего движение частицы со спином $1/2$ в электромагнитном поле, если учесть взаимодействия поля с аномальным магнитным и электрическим дипольными моментами. Уравнение можно обобщить релятивистски ковариантным образом на движущуюся частицу с произвольным спином [25].)

Оценку для дипольного момента Λ -гиперона d_Λ можно получить из опытов, в которых изучалась прецессия спина Λ -гиперонов с отличным от нуля импульсом в магнитном поле \mathbf{B} . Если $d_\Lambda \neq 0$, то спин Λ -гиперона испытывает в магнитном поле две прецессии: одна, обусловленная магнитным моментом Λ -гиперона, будет происходить вокруг направления магнитного поля, другая, обусловленная электрическим дипольным моментом, — около направления электрического поля \mathbf{E} , которое для движущегося со скоростью β Λ -гиперона определяется формулой $\mathbf{E} = \beta \times \mathbf{B} / \sqrt{1 - \beta^2}$. Анализируя результаты измерения прецессии спина Λ -гиперона в магнитном поле, можно получить следующую оценку для d_Λ [26]: $d_\Lambda = = (-5,9 \pm 2,9) \cdot 10^{-15} e \cdot \text{см}$.

М ю о н. Для определения электрического дипольного момента мюона пучок продольно поляризованных мюонов пропускался через постоянное магнитное поле и предпринималась попытка зарегистрировать прецессию спина около оси $\beta \times \mathbf{B}$. Отрицательный ре-

зультат этого опыта позволил показать, что [31]

$$d_{\mu} = (0,6 \pm 1,1) \cdot 10^{-17} \text{ e} \cdot \text{см.}$$

Нейтрино. Для частицы со спином $1/2$ взаимодействие ее электрического дипольного момента с внешним электромагнитным полем описывается следующим инвариантным выражением (в импульсном представлении): $d_{\nu} u_2 \sigma_{\alpha\beta} q_{\beta} \gamma_{\beta} u_1 e_{\alpha}$, где e_{α} — 4-вектор поляризации, q — 4-импульс γ -кванта, u — биспинор, описывающий частицу со спином $1/2$. Отсюда прежде всего видно, что взаимодействие дипольного момента с электромагнитным полем нарушает порознь и P - и T -инвариантность. В нерелятивистском пределе $q \rightarrow 0$ приведенное инвариантное выражение переходит в стандартную формулу

$$-d_{\nu} \langle \bar{s} \rangle E,$$

где $\langle \bar{s} \rangle$ — среднее значение спина частицы в состоянии покоя.

Используя инвариантное выражение для взаимодействия дипольного момента с электромагнитным полем, можно рассчитать сечения различных процессов электромагнитного рассеяния нейтрино. Имеющиеся верхние оценки для сечений процессов $\bar{\nu}_e + e^{-} \rightarrow \bar{\nu}_e + e^{-}$, $\nu_{\mu} + e^{-} \rightarrow \nu_{\mu} + e^{-}$ позволяют показать [18], что

$$|d_{\nu_e}| < 4 \cdot 10^{-21} \text{ e} \cdot \text{см}, \quad |d_{\nu_{\mu}}| < 2 \cdot 10^{-19} \text{ e} \cdot \text{см.}$$

Оценка электрических дипольных моментов нейтрино (с нулевой массой), следующая из астрофизических расчетов нейтринной светимости звезд, по порядку величины совпадает с приведенными значениями.

Таким образом, все приведенные оценки свидетельствуют об отсутствии у элементарных частиц электрического дипольного момента. Это, в свою очередь, показывает, что возможные эффекты нарушения инвариантности относительно обращения времени малы.

ДИСКРЕТНЫЕ СИММЕТРИИ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

§ 1. ДИСКРЕТНЫЕ СИММЕТРИИ В ЛОКАЛЬНЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЕЙ

1.1. Пространственное отражение и обращение времени. Рассмотрим статические электромагнитные характеристики адронов, перейдем к изучению электромагнитных процессов, в которых участвуют адроны. Однако строгая теория таких процессов не может быть развита без последовательной теории элементарных частиц. В настоящее время имеются лишь отдельные ее фрагменты, в частности теория симметрий элементарных частиц.

Теория симметрий позволяет установить многие закономерности электромагнитных процессов, в которых участвуют адроны. Поэтому начнем изложение электродинамики адронов с теории симметрий элементарных частиц. При этом следует различать дискретные симметрии, т. е. свойства инвариантности фундаментальных взаимодействий относительно пространственных отражений, обращения времени и замены частицы античастицей, и непрерывные внутренние симметрии адронов, которые модельно можно связывать с внутренней структурой адронов.

Исследуем сперва дискретные симметрии.

Необходимым условием правильности любой физической теории является инвариантность ее уравнений относительно преобразований Лоренца L , $x \rightarrow x' = Lx$, которые оставляют инвариантным квадрат интервала $x^2 = x'^2$, имеют детерминант, равный единице, и не меняют направления времени. Такая инвариантность выражает эквивалентность различных инерциальных систем отсчета, между которыми возможен непрерывный переход. Но квадрат интервала x^2 , определяющий метрику пространства — времени, не изменяется и при двух дискретных преобразованиях — пространственном отражении $x \rightarrow x' = -x$, $x_0 \rightarrow x'_0 = x_0$ и обращении времени $x \rightarrow x' = x$, $x_0 \rightarrow x'_0 = -x_0$. Поэтому возникает вопрос, не должны ли уравнения любой физической теории быть инвариантными и по отношению к этим дискретным преобразованиям. Такое требование не является, однако, необходимым, так как к преобразованиям пространственного отражения и обращения времени нельзя прийти

с помощью непрерывного перехода ни из одного преобразования Лоренца.

Между тем уравнения классической механики Ньютона и релятивистской динамики Эйнштейна сохраняют свой вид при пространственном отражении и обращении времени. Инвариантны относительно этих преобразований также уравнения классической электродинамики Максвелла, квантовомеханическое уравнение Шредингера и, наконец, уравнения квантовой электродинамики, однако по сравнению с чисто механическими уравнениями для этих теорий должны быть предварительно определены преобразования полевых величин, соответствующие преобразованиям $x \rightarrow -x$ и $x_0 \rightarrow -x_0$. Фактически эти преобразования вводятся таким образом, чтобы соответствующие уравнения были инвариантными. Например, в квантовой электродинамике может быть введен оператор пространственного отражения \mathcal{P} , действие которого на дираковское поле $\psi(x, x_0)$ определяется соотношением

$$\mathcal{P}(\psi(x, x_0))\mathcal{P}^{-1} = \gamma_4\psi(-x, x_0)$$

и который оставляет неизменным гамильтониан \mathcal{H} электронно-позитронного поля, взаимодействующего с электромагнитным полем,

$$\mathcal{P}\mathcal{H}\mathcal{P}^{-1} = \mathcal{H}.$$

Аналогичным образом в квантовой электродинамике может быть введен и оператор обращения времени.

Всегда ли можно ввести операторы, при которых остаются неизменными уравнения движения полей и гамильтонианы их взаимодействий? Оказывается, все зависит от структуры гамильтониана \mathcal{H} , который служит для описания того или иного взаимодействия.

1.2. Операторы дискретных симметрий и СРТ-теорема. Следуя работе Ли и Вика [19], дадим формальное определение инвариантности теории относительно преобразований пространственного отражения и обращения времени.

Пусть гамильтониан \mathcal{H} , используемый в теории (его можно назвать модельным гамильтонианом), содержит локальным образом n скалярных полей $\Phi_i \equiv \Phi$ ($i = 1, 2, \dots, n$) и m спинорных полей $\psi_j \equiv \psi$ ($j = 1, 2, \dots, m$). Будем говорить, что теория инвариантна относительно отражения пространственных координат, или \mathcal{P} -инвариантна, если существует такой унитарный оператор \mathcal{P} , что

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{P}\Phi(x, x_0)\mathcal{P}^{-1} &= \tilde{u}_0^{\mathcal{P}}\Phi(-x, x_0), \\ \mathcal{P}\psi_\alpha(x, x_0)\mathcal{P}^{-1} &= \tilde{u}_1^{\mathcal{P}}[\gamma_4\psi(-x, x_0)]_\alpha, \\ \mathcal{P}\mathcal{H}\mathcal{P}^{-1} &= \mathcal{H}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где $\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_n \end{pmatrix}$, $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_m \end{pmatrix}$, u_0 и $u_{\frac{1}{2}}$ — численные соответственно $n \times n$ - и $m \times m$ -матрицы, α — спинорный индекс; тильда служит для обозначения транспонированной матрицы. Матрицы u_0 , $u_{\frac{1}{2}}$ унитарны в общем случае (для эрмитовых полей ψ и Φ они вещественны и ортогональны).

Предполагается, что дираковские матрицы γ_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) удовлетворяют условиям $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}$, где $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, отличные от нуля компоненты которого равны: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$. Матрицы γ_μ могут быть выражены через паулевские матрицы σ_i ($i = 1, 2, 3$) и единичную матрицу I :

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}.$$

Условие эрмитового сопряжения для матриц γ_μ имеет вид $\gamma_\mu^\dagger = g_{\mu\nu} \gamma_\nu$.

Предполагая, что существует невырожденное собственное состояние оператора \mathcal{H} , соответствующее наименьшей энергии, — состояние вакуума $|0\rangle$, будем считать, что оператор \mathcal{P} не меняет его, т. е.

$$\mathcal{P}|0\rangle = |0\rangle.$$

Далее будем говорить, что теория инвариантна относительно обращения времени, или T -инвариантна, если существует такой антиунитарный* оператор \mathcal{T} , что

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}\Phi(x, x_0)\mathcal{T}^{-1} &= \tilde{u}_0^\mathcal{T} \Phi^*(x, -x_0), \\ \mathcal{T}\psi_\alpha(x, x_0)\mathcal{T}^{-1} &= \tilde{u}_{\frac{1}{2}}^\mathcal{T} [\gamma_1 \gamma_3 \psi^*(x, -x_0)]_\alpha, \\ \mathcal{T}\mathcal{H}\mathcal{T}^{-1} &= \mathcal{H}, \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

где u_0 и $u_{\frac{1}{2}}$ — унитарные матрицы (для эрмитовых полей Φ и ψ эти матрицы вещественны и ортогональны).

Будем считать, что под действием оператора \mathcal{T} состояние вакуума не изменяется, т. е.

$$\mathcal{T}|0\rangle = |0\rangle.$$

Введение операторов \mathcal{P} и \mathcal{T} (если они существуют), вообще говоря, неоднозначно. Действительно, предположим, что гамильтониан \mathcal{H} инвариантен относительно некоторой группы преобразований g , не связанных с преобразованиями пространства — времени.

* Антиунитарным называется оператор, представляющий собой произведение унитарного оператора на оператор комплексного сопряжения.

Это значит, что если g_i — некоторый принадлежащий к g унитарный оператор в гильбертовом пространстве, то

$$\left. \begin{aligned} g_i \Phi(x) g_i^{-1} &= \tilde{u}_0^g \Phi(x), \\ g_i \psi(x) g_i^{-1} &= \tilde{u}_{1/2}^g \psi(x), \\ g_i \mathcal{H} g_i^{-1} &= \mathcal{H}, \quad g_i |0\rangle = |0\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где u_0^g и $u_{1/2}^g$ — некоторые унитарные $n \times n$ - и $m \times m$ -матрицы. Такой оператор называется оператором внутренней симметрии, а их совокупность — внутренней группой симметрии g , $g \equiv \{g_i\}$. Тогда, если \mathcal{P} — оператор пространственного отражения, то каждый оператор совокупности $g\mathcal{P} \equiv \{g_i \mathcal{P}\}$ также может рассматриваться как оператор пространственного отражения. Аналогично, если \mathcal{T} — оператор обращения времени, то каждый оператор совокупности $g\mathcal{T} \equiv \{g_i \mathcal{T}\}$ может рассматриваться как оператор обращения времени.

Кроме пространственного отражения и обращения времени существует еще одно дискретное преобразование — зарядовое сопряжение, относительно которого может быть инвариантна теория. Будем говорить, что теория инвариантна относительно зарядового сопряжения, или \mathcal{C} -инвариантна, если существует такой унитарный оператор \mathcal{C} , что

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{C} \Phi(x) \mathcal{C}^{-1} &= \tilde{u}_0^{\mathcal{C}} \Phi(x), \\ \mathcal{C} \psi_\alpha(x) \mathcal{C}^{-1} &= \tilde{u}_{1/2}^{\mathcal{C}} [\gamma_2 \gamma_4 \bar{\psi}(x)]_\alpha, \\ \mathcal{C} \mathcal{H} \mathcal{C}^{-1} &= \mathcal{H}, \quad \mathcal{C} |0\rangle = |0\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

где $u_0^{\mathcal{C}}$ и $u_{1/2}^{\mathcal{C}}$ — унитарные матрицы, комплексно-сопряженный спинор $\bar{\psi}(x)$ определяется формулой

$$\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x) \gamma_4.$$

Оператор \mathcal{C} называется оператором зарядового сопряжения.

Если теория инвариантна относительно \mathcal{P} -, \mathcal{T} - и \mathcal{C} -преобразований, то она, очевидно, инвариантна и по отношению к преобразованию Θ , представляющему собой произведение этих преобразований: $\Theta = \mathcal{C}\mathcal{P}\mathcal{T}$. Оператор Θ , называемый CPT -оператором, является антиунитарным и определяется, как легко убедиться, соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \Theta \Phi(x, x_0) \Theta^{-1} &= \Phi(-x, -x_0), \\ \Theta \psi_\alpha(x, x_0) \Theta^{-1} &= i [\gamma_5 \psi(-x, -x_0)]_\alpha, \\ \Theta \mathcal{H} \Theta^{-1} &= \mathcal{H}, \quad \Theta |0\rangle = |0\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

где $\gamma_5 = i\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$.

Однако теория может быть и не инвариантной относительно \mathcal{C} -, \mathcal{P} - и \mathcal{T} -преобразований, но она обязательно будет инвариантной относительно Θ -преобразования, определяемого этими формулами, если только теория лоренц-инвариантна и в ней имеет место обычная связь между спином и статистикой. Это утверждение носит название *CPT*-теоремы.

Оператор Θ антиунитарен, оператор Θ^2 унитарен, причем

$$\Theta^2\Phi(x)\Theta^{-2} = \Phi(x), \quad \Theta^2\psi(x)\Theta^{-2} = -\psi(x), \quad (2.6)$$

так что

$$\Theta^2 = (-1)^{2s},$$

где s — спин частиц поля.

1.3. Приближенный характер симметрий. Из предыдущего ясно, что, если операторы \mathcal{C} , \mathcal{P} , \mathcal{T} существуют, то вид их, вообще говоря, должен зависеть от \mathcal{H} , т. е. должен определяться структурой гамильтониана. Оператор Θ существует всегда (в локальной теории с нормальной связью между спином и статистикой) и вид его не зависит от \mathcal{H} . При этом, если операторы \mathcal{P} , \mathcal{T} и \mathcal{C} существуют, то $\Theta = \mathcal{C}\mathcal{P}\mathcal{T}$.

Пусть теперь гамильтониан системы, который обозначим через \mathcal{H}_t , складывается из нескольких гамильтонианов \mathcal{H}_i :

$$\mathcal{H}_t = \sum_i \mathcal{H}_i,$$

описывающих различные взаимодействия, и пусть парциальная теория, в которой учитывается только \mathcal{H}_i , инвариантна относительно отражения пространства, обращения времени и зарядового сопряжения, т. е. пусть для каждого из гамильтонианов существуют свои операторы \mathcal{C}_i , \mathcal{P}_i и \mathcal{T}_i , причем, очевидно,

$$\mathcal{C}_i\mathcal{P}_i\mathcal{T}_i = \Theta,$$

где оператор Θ не зависит от вида взаимодействия и определяется формулами (2.5) и (2.6).

Если операторы \mathcal{P}_i не одинаковы для всех гамильтонианов, то теория с полным гамильтонианом \mathcal{H}_t не будет инвариантна относительно отражения пространства. Точно так же можно утверждать, что если операторы \mathcal{T}_i не одинаковы для различных взаимодействий, то теория с полным гамильтонианом \mathcal{H}_t не будет инвариантна относительно обращения времени, хотя для каждого из гамильтонианов \mathcal{H}_i существует свой оператор обращения времени. Наконец, если операторы \mathcal{C}_i не одинаковы для различных взаимодействий, то теория не будет инвариантна относительно зарядового сопряжения.

Именно такого рода ситуация и возникает с тремя известными фундаментальными взаимодействиями — сильным, электромагнитным и слабым. Сильное и электромагнитное взаимодействия на вер-

няка инвариантны относительно пространственного отражения, обращения времени и зарядового сопряжения (подробнее об этом см. в § 2—4 настоящей главы). Поэтому для гамильтонианов сильного \mathcal{H}_{st} и электромагнитного \mathcal{H}_{em} взаимодействий можно ввести операторы пространственного отражения \mathcal{P}_{st} и \mathcal{P}_{em} , операторы обращения времени \mathcal{T}_{st} и \mathcal{T}_{em} и операторы зарядового сопряжения \mathcal{C}_{st} и \mathcal{C}_{em} , причем есть все основания считать, что $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_{em}$, $\mathcal{C}_{st} = \mathcal{C}_{em}$, $\mathcal{T}_{st} = \mathcal{T}_{em}$.

Что же касается слабого взаимодействия, то, как показывают опыты, оно наверняка не инвариантно относительно преобразований \mathcal{P}_{st} и \mathcal{C}_{st} . Для существующей модели гамильтониана слабого взаимодействия можно ввести оператор пространственного отражения \mathcal{P}_{wk} , но он не будет совпадать с оператором \mathcal{P}_{st} , т. е. $\mathcal{P}_{wk} \neq \mathcal{P}_{st}$, и не будет коммутировать с гамильтонианом \mathcal{H}_{st} . Поэтому для полного гамильтониана Вселенной $\mathcal{H}_t = \mathcal{H}_{st} + \mathcal{H}_{em} + \mathcal{H}_{wk}$ нельзя ввести единого оператора пространственного отражения.

Строго говоря, пока точно не известно, инвариантно ли слабое взаимодействие само по себе относительно пространственного отражения и обращения времени. Аналогично обстоит дело и с зарядовым сопряжением.

Таким образом, о симметрии относительно пространственного отражения и обращения времени можно говорить только в том случае, если не учитывать слабого взаимодействия, т. е. вместо точного гамильтониана \mathcal{H}_t рассматривать усеченный (или модельный) гамильтониан $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{st} + \mathcal{H}_{em}$, для которого отражение пространства и обращение времени будут уже точными симметриями. Так, изотопическая симметрия является приближенной и становится точной только в том случае, если исходить из гамильтониана \mathcal{H}_{st} и считать при этом массы частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, одинаковыми.

Если взять теперь модельный гамильтониан \mathcal{H} , для которого существуют операторы \mathcal{P} и \mathcal{T} , то действие этих операторов на одночастичные состояния $|p, \lambda\rangle$, относящиеся к этому гамильтониану (p — импульс частицы, λ — спиральность, т. е. проекция спина частицы на направление ее импульса), будет определяться соотношениями

$$\mathcal{P}|p, \lambda\rangle = \eta_p | -p, -\lambda\rangle, \quad \mathcal{T}|p, \lambda\rangle = \eta_T | -p, \lambda\rangle, \quad (2.7)$$

где η_p и η_T — фазовые множители, равные по модулю единице.

В этих соотношениях состояния $|p, \lambda\rangle$ и $| -p, \pm\lambda\rangle$ относятся к одной и той же частице, которая обязательно должна быть стабильной. Действительно, для нестабильной частицы у вектора состояния рано или поздно появятся компоненты, соответствующие продуктам распада, а если распад нарушает симметрии пространственного отражения и обращения времени, то написанные соотношения

теряют смысл. Именно поэтому следует всегда иметь в виду некоторый модельный гамильтониан, для которого могут быть введены \mathcal{P} - и \mathcal{T} -операторы.

§ 2. ИНВАРИАНТНОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОТРАЖЕНИЯ

2.1. Пространственная четность элементарных частиц. Как мы уже говорили, сильное и электромагнитное взаимодействия симметричны относительно пространственного отражения, и операторы пространственного отражения для этих фундаментальных взаимодействий \mathcal{P}_{st} и \mathcal{P}_{em} совпадают: $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_{em} \equiv \mathcal{P}$. Поэтому, если исходить из модельного гамильтониана $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{st} + \mathcal{H}_{em}$, не содержащего гамильтониана слабого взаимодействия \mathcal{H}_{wk} , то он будет коммутировать с оператором \mathcal{P} : $[\mathcal{H}, \mathcal{P}]_- = 0$. Это значит, что операторы \mathcal{H} и \mathcal{P} имеют общие собственные состояния. Для одной частицы эти состояния будем характеризовать спином s и его проекцией m_s на произвольно избранное направление.

Рассмотрим теперь некоторую элементарную частицу, обладающую энергией E , спином s и проекцией спина m_s , так что

$$\mathcal{H} |E, s, m_s\rangle = E |E, s, m_s\rangle,$$

где $|E, s, m_s\rangle$ — вектор состояния частицы. Поскольку операторы \mathcal{H} и \mathcal{P} коммутируют, то вектор состояния $|E, s, m_s\rangle$ можно выбрать таким образом, что он будет собственным вектором оператора \mathcal{P} , т. е.

$$\mathcal{P} |E, s, m_s\rangle = \eta_p |E, s, m_s\rangle, \quad (2.8)$$

где η_p — собственное значение оператора \mathcal{P} , называемое внутренней пространственной четностью частицы. Поскольку двукратное применение оператора \mathcal{P} не должно менять состояния, то $\eta_p^2 = 1$ и, следовательно, возможны только два значения: $\eta_p = \pm 1$. Ясно, что величина η_p должна быть включена в совокупность квантовых чисел, характеризующих состояние элементарной частицы, так что векторы состояния частицы следует обозначать через $|E, s, m_s, \eta_p\rangle$.

Если состояние частицы характеризовать импульсом \mathbf{p} , спином s и проекцией спина m_s , то собственным вектором оператора \mathcal{P} может быть только состояние с $\mathbf{p} = 0$, при этом

$$\mathcal{P} |s, m_s, \mathbf{p} = 0\rangle = \eta_p |s, m_s, \mathbf{p} = 0\rangle. \quad (2.9)$$

Как мы видели (см. § 1 гл. 2), определение оператора \mathcal{P} неоднозначно, если взаимодействие обладает внутренними симметриями. В частности, из закона сохранения электрического заряда вытекает инвариантность гамильтониана относительно калибровочных пре-

образований, которым соответствует оператор $e^{iQ\delta_Q}$ (Q — оператор заряда, δ_Q — непрерывный вещественный параметр). Поэтому можно сказать, что если \mathcal{P} — оператор пространственного отражения, то оператор $\mathcal{P}e^{iQ\delta_Q}$ (при любом δ_Q в интервале $0 \leq \delta_Q \leq 2\pi$) также может рассматриваться как оператор пространственного отражения. Отсюда видно, что однозначное определение оператора \mathcal{P} возможно только для состояний с $Q = 0$.

Рассмотрим барионный заряд B . Так как этот заряд сохраняется, то возникает инвариантность относительно калибровочных преобразований, которым соответствует оператор $e^{i\mathcal{B}\delta_B}$ (\mathcal{B} — оператор барионного заряда, δ_B — непрерывный вещественный параметр). И снова однозначное определение \mathcal{P} возможно только в том случае, если барионный заряд равен нулю.

Таким образом, инвариантность взаимодействий относительно калибровочных преобразований в принципе позволяет ввести бесконечное множество операторов $\mathcal{P}e^{i(Q\delta_Q + \mathcal{B}\delta_B)}$, которые с равным правом могут быть названы операторами пространственного отражения. При этом, очевидно, пространственная четность частиц с неравными нулю Q и B будет комплексной и равной по модулю единице. Ясно, что данное выше определение \mathcal{P} соответствует значениям параметров δ_Q , δ_B , равным нулю или π , при других же значениях δ_Q и δ_B двукратное применение обобщенного оператора пространственного отражения $\mathcal{P} \exp(iQ\delta_Q + i\mathcal{B}\delta_B)$ не эквивалентно тождественному преобразованию для состояний с $Q = B \neq 0$.

Так как сильное взаимодействие инвариантно относительно изотопических поворотов (изотопическая инвариантность), то оператор \mathcal{P} всегда можно выбрать коммутирующим с оператором изотопического спина I :

$$[\mathcal{P}, I]_- = 0. \quad (2.10)$$

Поэтому пространственную четность частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, можно считать одинаковой.

Сильное взаимодействие инвариантно также относительно преобразований группы SU_3 , поэтому пространственную четность всех частиц, принадлежащих к одному мультиплету группы SU_3 , можно считать также одинаковой.

Формула (2.9) определяет внутреннюю четность одночастичного состояния. Можно ввести также пространственную четность η_p (1, 2) двухчастичных состояний. Если две частицы обладают относительным орбитальным моментом l , то их пространственная четность

определяется формулой

$$\eta_p(1, 2) = \eta_p(1)\eta_p(2)(-1)^l, \quad (2.11)$$

где $\eta_p(i)$ — внутренняя четность i -й частицы.

Так как оператор \mathcal{P} коммутирует с \mathcal{H} , то в сильном и электромагнитном взаимодействиях сохраняется пространственная четность $\eta_p(1, 2)$ (речь идет о двухчастичных процессах взаимодействия). Закон сохранения пространственной четности в сильном и электромагнитном взаимодействиях позволяет в принципе определять внутреннюю пространственную четность элементарных частиц.

Пространственная четность может быть найдена однозначно только для истинно нейтральных частиц, т. е. для частиц с равными нулю электрическим, барионным и лептонными зарядами и равной нулю странностью. К истинно нейтральным частицам относятся γ -квант и π^0 -мезон. Так, например, изучение углового распределения образующихся частиц в реакциях

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0, \quad p + p \rightarrow p + p + \gamma \quad (2.12)$$

позволяет определить орбитальные моменты начального и конечного состояний в этих реакциях, а следовательно, и внутреннюю четность π^0 -мезона и γ -кванта. Поскольку в этих реакциях число протонов в начальном состоянии равно числу протонов в конечном состоянии, то найденная пространственная четность π^0 и γ не зависит от внутренней четности протона и имеет абсолютный характер.

Если пространственные четности π^0 -мезона и γ -кванта установлены (опыт показывает, что пространственные четности π^0 -мезона и γ -кванта равны -1 ; π^0 -мезон — псевдоскалярная частица, γ -квант — векторная), то исследование корреляции между направлениями векторов поляризации γ -квантов в распаде $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ можно использовать для проверки P -инвариантности электромагнитных процессов, т. е. для проверки справедливости соотношения $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_{em}$. В самом деле, если при распаде псевдоскалярного мезона $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ сохраняется пространственная четность, то матричный элемент распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ определяется произведением $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{k}$, где $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ — векторы поляризации γ -квантов, \mathbf{k} — импульс одного из γ -квантов в распаде покоящегося π^0 -мезона. Поэтому γ -кванты образуются с взаимно перпендикулярными поляризациями. Если бы четность в этом распаде не сохранялась, то в матричном элементе присутствовала бы комбинация $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2$ и векторы поляризации γ -квантов были бы параллельны. На опыте наблюдается только комбинация $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{k}$.

Отметим, что пространственную четность γ -кванта невозможно определить с помощью формулы (2.9), поскольку для частицы с нулевой массой не существует системы отсчета, в которой ее импульс обращается в нуль. Поэтому четность γ -кванта определяется по трансформационным свойствам при пространственном отражении

векторного потенциала A_μ электромагнитного поля, как это делается в квантовой электродинамике [2].

Как мы уже отмечали, пространственная четность частиц, у которых не равен нулю хотя бы один из зарядов (Q, B), не может быть определена однозначно. Пространственную четность протона нельзя определить из сохранения P -четности в процессах типа (2.12). Из-за сохранения барионного и электрического зарядов во всех взаимодействиях не существует процесса, который позволил бы сравнить пространственные четности протона и истинно нейтральных частиц. По этой причине пространственная четность протона может быть произвольно выбрана равной $+1$ или -1 . Это означает, что при любом выборе пространственной четности для протона будет выполняться закон сохранения P -четности в сильном и электромагнитном взаимодействиях, причем переход от соглашения, что пространственная четность протона равна $+1$, к соглашению, что четность протона равна -1 (и наоборот), никак не скажется на определении четности истинно нейтральных частиц. В этой связи удобно считать, что пространственная четность протона равна $+1$.

Четность нейтрона также не может быть определена однозначно. Даже при фиксированной четности протона не существует процесса с участием протона и нейтрона, который позволил бы сравнить их четности. Следовательно, их относительная четность произвольна. Поскольку протон и нейтрон в сильном взаимодействии ведут себя одинаково (изотопическая инвариантность), образуя изотопический дублет, то, как было сказано выше, пространственные четности протона и нейтрона удобно выбрать одинаковыми. Этим выбором мы фиксируем некоторую систему отсчета, в которой четности всех других адронов с нулевой странностью могут быть определены на основе закона сохранения P -четности в различных процессах. Так, внутренняя четность дейтрона, являющегося связанным s - и d -состоянием нейтрона и протона, должна быть равна $+1$.

Далее, внутренняя четность π^- -мезона может быть определена из закона сохранения P -четности в реакции $\pi^- + d \rightarrow n + n$, когда медленные π^- -мезоны захватываются дейтроном в s -состоянии (с нулевым орбитальным моментом). В самом деле, сохранение P -четности в этом процессе дает

$$\eta_p(\pi^-)\eta_p(d) = \eta_p(n)\eta_p(n)(-1)^{l_{nn}},$$

откуда

$$\eta_p(\pi^-) = (-1)^{l_{nn}},$$

где l_{nn} — орбитальный момент конечных нейтронов, равный единице (в силу сохранения углового момента в этой реакции и определенной перестановочной симметрии волновой функции двух нейтронов). Поэтому $\eta_p(\pi^-) = -1$, т. е. четности π^0 - и π^- -мезонов

одинаковы, что согласуется с изотопической инвариантностью сильного взаимодействия: π -мезоны с разными электрическими зарядами принадлежат к одному изотопическому мультиплету.

Чтобы включить в рассмотрение и странные частицы, необходимо определить четность хотя бы одной из них. В силу сохранения странности не существует сильного или электромагнитного процесса, который позволил бы сравнивать четности странной и нестранной частиц. Но, как мы уже говорили, частицы, входящие в один мультиплет группы SU_3 , должны иметь одинаковую пространственную четность, поэтому естественно считать, что четность всех частиц, принадлежащих к октету барионов со спином $1/2$, т. е. четность $p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^-, \Xi^0$, равна $+1$. Отсюда, пользуясь сохранением P -четности в сильном и электромагнитном взаимодействиях, можно установить в принципе четность любого адрона.

Электроны и мюоны участвуют в сохраняющих P -четность электромагнитных взаимодействиях и в не сохраняющих P -четность слабых взаимодействиях. Сохранение лептонных (электронного и мюонного) чисел не позволяет сравнивать четности электрона и мюона между собой, а также с четностью γ -кванта и адронов. Поэтому независимо от выбранного выше соглашения относительно четностей адронов можно электрону и отрицательному мюону произвольно приписать четность $+1$. Этот произвол обусловлен неоднозначностью определения оператора \mathcal{P} для лептонных состояний, поскольку взаимодействия лептонов инвариантны относительно калибровочных преобразований $\exp(i\mathcal{L}_\mu\delta_\mu + i\mathcal{L}_e\delta_e)$, где δ_μ и δ_e — непрерывные вещественные параметры, $\mathcal{L}_\mu, \mathcal{L}_e$ — операторы мюонного и электронного зарядов.

Четность позитрона и положительного мюона (при выбранных четностях e^- и μ^-) в принципе может быть установлена с помощью закона сохранения P -четности в процессах $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma, \mu^+ + \mu^- \rightarrow 2\gamma$. Внутренняя четность e^+ и μ^+ равна -1 . Как мы покажем далее, фермион и соответствующий ему антифермион имеют противоположные пространственные четности, в то время как четности бозона и соответствующего ему антибозона одинаковы.

Заметим, что в отличие от электрона и мюона нейтрино нельзя приписать определенную четность, поскольку для нейтрино и антинейтрино нельзя ввести оператор \mathcal{P} . Действительно, согласно формуле (2.7) состояния $|\mathbf{p}, \lambda\rangle$ и $|\mathbf{-p}, \mathbf{-}\lambda\rangle$ должны относиться к одной и той же частице. Нейтрино же описывается двухкомпонентной волновой функцией, причем спин и импульс нейтрино антипараллельны (спиральность нейтрино λ равна $-1/2$), а спин и импульс антинейтрино параллельны (спиральность антинейтрино $+1/2$). Поэтому при пространственном отражении нейтрино должно переходить в нефизическое состояние — нейтрино с положительной спиральностью, а такой частицы в природе не существует.

2.2. Свойства симметрии амплитуд рассеяния, связанные с P -инвариантностью. Из P -инвариантности теории вытекают важные свойства симметрии амплитуд рассеяния частиц, обусловленного сильным или электромагнитным взаимодействием. Чтобы установить их, будем исходить из того, что матрица рассеяния S должна коммутировать с оператором пространственного отражения \mathcal{P} ,

$$[S, \mathcal{P}] = 0,$$

откуда в силу унитарности оператора \mathcal{P} ($\mathcal{P}^+ \mathcal{P} = \mathcal{P} \mathcal{P}^+ = 1$) следует, что

$$S = \mathcal{P}^+ S \mathcal{P}. \quad (2.13)$$

Амплитуда $A_{\alpha \rightarrow \beta}$ процесса $\alpha \rightarrow \beta$, где $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ — некоторые состояния частиц, определяется матричным элементом матрицы рассеяния S ,

$$A_{\alpha \rightarrow \beta} = \langle \beta | S | \alpha \rangle.$$

Далее будем рассматривать те процессы, когда $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ представляют собой двухчастичные состояния. Рассмотрим сначала тот случай, когда каждое из состояний $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ характеризуется определенным полным угловым моментом j и определенными спиральностями частиц (напомним, что спиральностью частицы называют проекцию спина на импульс). Если в начальном состоянии имеются частицы a и b , а в конечном состоянии — частицы c и d и спиральности их равны соответственно λ , λ_b , λ_c , λ_d , то амплитуду процесса $a + b \rightarrow c + d$ будем обозначать через $\langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle$:

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle \equiv \langle | \mathbf{p}_2 | j m_j; \lambda_c \lambda_d | S | | \mathbf{p}_1 | j m_j; \lambda_a \lambda_b \rangle,$$

где m_j — проекция полного углового момента, $|\mathbf{p}_1|$, $|\mathbf{p}_2|$ — абсолютные значения импульсов каждой из частиц в начальном и конечном состояниях соответственно (мы пользуемся системой центра инерции СЦИ). Эти амплитуды будем называть парциальными спиральными амплитудами.

Из соотношения (2.13) следует, что

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle = \langle | \mathbf{p}_2 | j m_j; \lambda_c \lambda_d | \mathcal{P}^+ S^j \mathcal{P} | | \mathbf{p}_1 | j m_j; \lambda_a \lambda_b \rangle.$$

Поэтому мы должны выяснить, как действует оператор \mathcal{P} на двухчастичное состояние. Действие это определяется, как мы покажем ниже, формулой [31]

$$\mathcal{P} | | \mathbf{p} | j m_j; \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \eta_p(1) \eta_p(2) (-1)^{s_1 + s_2 - j} | | \mathbf{p} |, j m_j; -\lambda_1 - \lambda_2 \rangle. \quad (2.14)$$

Используя эту формулу, имеем

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle = \eta \langle -\lambda_c - \lambda_d | S^j | -\lambda_a - \lambda_b \rangle, \quad (2.15)$$

где $\eta \equiv \eta_p(a) \eta_p(b) \eta_p(c) \eta_p(d) (-1)^{s_c + s_d - s_a - s_b}$ (мы воспользовались здесь тем, что $j - s_c - s_d$ — целое число). Это соотношение,

вытекающее из P -инвариантности, показывает, что при изменении знаков спиральностей всех участвующих в реакции частиц парциальная спиральная амплитуда приобретает только фазовый множитель.

Наряду с парциальными амплитудами введем еще амплитуды $f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\theta, \varphi)$ процесса $a + b \rightarrow c + d$, когда каждая из частиц характеризуется определенным импульсом \mathbf{p} и спиральностью:

$$f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\theta, \varphi) \equiv \frac{1}{8\pi W} \sqrt{\frac{|p_z|}{|p_t|}} \langle p_c, p_d; \lambda_c, \lambda_d | S | p_a, p_b; \lambda_a, \lambda_b \rangle, \quad (2.16)$$

где W — полная энергия частиц a и b (или c и d) в СЦИ; θ, φ — углы, определяющие направление вектора импульса \mathbf{p}_c по отношению к импульсу \mathbf{p}_a . При таком определении амплитуд дифференциальное сечение процесса $a + b \rightarrow c + d$ имеет следующий простой вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(ab \rightarrow cd) = |f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\theta, \varphi)|^2 \quad (2.17)$$

($d\Omega$ — элемент телесного угла частиц в конечном состоянии).

Из P -инвариантности теории следует, что амплитуды $f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\theta, \varphi)$ удовлетворяют соотношению

$$f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\theta, \varphi) = \eta^{f_{-\lambda_c - \lambda_d; -\lambda_a - \lambda_b}}(\theta, \pi - \varphi). \quad (2.18)$$

Переходя теперь к доказательству свойств (2.15) и (2.18), покажем предварительно, как строится вектор двухчастичного состояния.

Одночастичное состояние с не равным нулю импульсом \mathbf{p} , направленным вдоль оси квантования спина (оси z), и спиральностью λ можно получить из состояния с нулевым импульсом путем соответствующего преобразования Лоренца

$$|s, \lambda, \mathbf{p}\rangle = L_p |s, \lambda, \mathbf{p} = 0\rangle, \quad (2.19)$$

где L_p — преобразование Лоренца из системы покоя частицы в систему, в которой импульс частицы равен \mathbf{p} (проекция спина частицы не изменяется при преобразованиях Лоренца вдоль оси квантования).

Вектор двухчастичного состояния с равным нулю суммарным импульсом можно определить как прямое произведение векторов одночастичных состояний

$$|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \lambda_1 \lambda_2\rangle \equiv |s_1, \lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes |s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle. \quad (2.20)$$

Удобно, однако, вместо $|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \lambda_1 \lambda_2\rangle$ ввести вектор состояния $||\mathbf{p}|\theta\varphi; \lambda_1 \lambda_2\rangle$, где $|\mathbf{p}|$ — значение 3-импульса частиц в СЦИ; θ, φ — углы, определяющие ориентацию вектора \mathbf{p} . Векторы состояний $|\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2; \lambda_1 \lambda_2\rangle$ и $||\mathbf{p}|\theta, \varphi; \lambda_1, \lambda_2\rangle$ связаны соотношением

$$|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \lambda_1, \lambda_2\rangle = N_p ||\mathbf{p}|00; \lambda_1, \lambda_2\rangle,$$

где N_p — нормировочный множитель, который, как мы покажем ниже, равен

$$N_p = 4\pi \sqrt{\frac{W}{|p|}}.$$

Предполагая, что импульс частицы \mathbf{p} направлен вдоль оси z , и замечая, что направление вектора \mathbf{p} можно изменить на обратное поворотом на угол π вокруг оси y , имеем

$$|s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle = (-1)^{s_2 - \lambda_2} e^{-i\pi j_y} |s_2 \lambda_2, \mathbf{p}\rangle, \quad (2.21)$$

где j_y — y -компонета оператора полного углового момента, $\exp(-i\theta j_y)$ — оператор поворота на угол θ около оси y . Фазовый множитель $(-1)^{s_2 - \lambda_2}$ выбран так, чтобы обе части соотношения (2.21) совпадали при $\mathbf{p} = 0$. Действительно, действие оператора $\exp(-i\pi j_y)$ определяется формулой

$$e^{-i\pi j_y} |s, \lambda, \mathbf{p} = 0\rangle = \sum_{\lambda'} d_{\lambda'\lambda}^s(\pi) |s, \lambda', \mathbf{p} = 0\rangle, \quad (2.22)$$

где $d_{\lambda'\lambda}^s(\theta)$ — матричные элементы оператора поворота $e^{-i\theta j_y}$,

$$d_{\lambda'\lambda}^s(\theta) \equiv \langle s, \lambda', \mathbf{p} = 0 | e^{-i\theta j_y} | s, \lambda, \mathbf{p} = 0 \rangle.$$

Замечая, далее, что из определения $d_{\lambda'\lambda}^s(\theta)$ и свойств матричных элементов оператора \mathbf{j} следует, что

$$d_{\lambda'\lambda}^s(\pi) = (-1)^{s - \lambda} \delta_{\lambda, -\lambda'},$$

придем к формуле (2.21).

Если направление импульса \mathbf{p} не совпадает с осью z , т. е. $\theta \neq 0$, $\varphi \neq 0$, то вектор такого состояния $||\mathbf{p}|\theta\varphi; \lambda_1\lambda_2\rangle$ можно получить из (2.20) поворотом $R(\theta, \varphi)$ вектора состояния $||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle$:

$$\left. \begin{aligned} ||\mathbf{p}|\theta\varphi; \lambda_1\lambda_2\rangle &= R(\theta, \varphi) ||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle, \\ R(\theta, \varphi) &= \exp(-i\varphi j_z) \exp(-i\theta j_y) \exp(i\varphi j_z). \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Чтобы разложить $||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle$ по состояниям с определенным полным угловым моментом j и проекцией m_j , воспользуемся известным фактом, что при движении вдоль оси z проекция полного углового момента m_j совпадает с проекцией вектора полного спина:

$$||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle = \sum_j \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} ||\mathbf{p}|j\lambda; \lambda_1\lambda_2\rangle, \quad (2.24)$$

где $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ — суммарная проекция спинов частиц. Подставляя (2.24) в (2.17), получим

$$||\mathbf{p}|\theta\varphi; \lambda_1\lambda_2\rangle = \sum_{j, m_j} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} D_{m_j \lambda}^j(\varphi, \theta, -\varphi) ||\mathbf{p}|jm_j; \lambda_1\lambda_2\rangle. \quad (2.25)$$

Элементы матрицы конечных вращений $D_{mm'}^j$ определяются следующим образом:

$$D_{mm'}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi) \equiv \langle |p\rangle | jm; \lambda_1 \lambda_2 | R(\vartheta, \varphi) | |p\rangle | jm'; \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

и удовлетворяют условию ортонормированности

$$\int d\Omega D_{m_1 m_2}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi) [D_{m_1' m_2'}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi)]^* = \frac{4\pi}{2j+1} \delta_{jj'} \delta_{m_1 m_1'} \delta_{m_2 m_2'}$$

где $d\Omega = d\varphi d\vartheta \cos \vartheta$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq \vartheta \leq \pi$).

Векторы состояний $| |p\rangle | \vartheta\varphi; \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ и $| |p\rangle | jm; \lambda_1 \lambda_2 \rangle$ нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle |p'\rangle | \vartheta'\varphi'; \lambda_1' \lambda_2' | |p\rangle | \vartheta\varphi; \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \delta(\Omega - \Omega') (2\pi)^4 \delta^4(p - p') \delta_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_2 \lambda_2'} \\ \langle |p'\rangle | j'm'; \lambda_1' \lambda_2' | |p\rangle | jm; \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= (2\pi)^4 \delta^4(p - p') \delta_{jj'} \delta_{mm'} \delta_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_2 \lambda_2'} \\ \delta(\Omega - \Omega') &= \delta(\cos \vartheta - \cos \vartheta') \delta(\varphi - \varphi'), \end{aligned} \quad (2.26)$$

где p — суммарный 4-импульс двухчастичного состояния.

Если состояния $|p_1, p_2; \lambda_1, \lambda_2\rangle$ нормировать релятивистски инвариантным способом (в единице объема находится $2E$ частиц каждого сорта)

$$\begin{aligned} \langle p_1', p_2'; \lambda_1', \lambda_2' | p_1, p_2; \lambda_1, \lambda_2 \rangle &= 2E_1 2E_2 (2\pi)^6 \delta^3(p_1 - p_1') \times \\ &\times \delta^3(p_2 - p_2') \delta_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_2 \lambda_2'}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где E_1, E_2 — энергии частиц, то из сравнения (2.26) и (2.27) нетрудно найти нормировочный коэффициент N_p в формуле (2.20):

$$N_p = 4\pi \sqrt{\frac{W}{|p|}}. \quad (2.28)$$

Выясним теперь, как действует оператор пространственного отражения \mathcal{P} на вектор одночастичного состояния с отличным от нуля импульсом состояния.

Согласно (2.9) и (2.19) имеем

$$\mathcal{P} |s, \lambda, p\rangle = \eta_p \mathcal{P} L_p \mathcal{P}^{-1} |s, \lambda, p=0\rangle = \eta_p L_{-p} |s, \lambda, p=0\rangle, \quad (2.29)$$

где L_{-p} — преобразование Лоренца, аналогичное L_p , но выполненное в противоположном направлении (при P -отражении меняет направление вектор импульса).

С другой стороны, направление импульса p (вдоль оси z) можно изменить на обратное также поворотом на угол π вокруг оси y , поэтому

$$L_{-p} = \exp(i\pi j_y) L_p \exp(-i\pi j_y). \quad (2.30)$$

После подстановки (2.30) в (2.29) получим, воспользовавшись формулой (2.22),

$$\begin{aligned} \mathcal{P} |s, \lambda, \mathbf{p}\rangle &= \eta_p e^{i\pi j_y L_p} e^{-i\pi j_y} |s, \lambda, \mathbf{p} = 0\rangle = \\ &= \eta_p (-1)^{s-\lambda} e^{i\pi j_y L_p} |s, -\lambda, \mathbf{p} = 0\rangle = \eta_p (-1)^{s-\lambda} e^{i\pi j_y} |s, -\lambda, \mathbf{p}\rangle. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Легко определить действие оператора \mathcal{P} на вектор состояния $|s, \lambda - \mathbf{p}\rangle$:

$$\mathcal{P} |s, \lambda, -\mathbf{p}\rangle (-1)^{s-\lambda} \mathcal{P} e^{-i\pi j_y} |s, \lambda, \mathbf{p}\rangle.$$

Используя коммутативность операторов \mathcal{P} и $e^{-i\pi j_y}$, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} |s, \lambda, -\mathbf{p}\rangle &= (-1)^{s-\lambda} e^{-i\pi j_y} \mathcal{P} |s, \lambda, \mathbf{p}\rangle = \\ &= \eta_p |s, -\lambda, \mathbf{p}\rangle = \eta_p (-1)^{s+\lambda} |s, -\lambda, -\mathbf{p}\rangle. \end{aligned}$$

Мы видим, что одночастичное состояние с импульсом \mathbf{p} , не равным нулю, не обладает определенной пространственной четностью.

Выяснив, как действует оператор \mathcal{P} на вектор одночастичного состояния, мы можем в соответствии с (2.20) утверждать, что действие оператора \mathcal{P} на вектор двухчастичного состояния определяется формулой

$$\mathcal{P} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1 \lambda_2\rangle = N_p^{-1} \mathcal{P} |s_1, \lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes \mathcal{P} |s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle.$$

Используя теперь формулу (2.31) для действия оператора \mathcal{P} на одночастичные состояния, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1 \lambda_2\rangle &= \eta_p (1) \eta_p (2) (-1)^{s_1+s_2-\lambda_1+\lambda_2} N_p^{-1} e^{i\pi j_y} |s_1, -\lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes \\ &\otimes e^{i\pi j_y} |s_2, -\lambda_2, -\mathbf{p}\rangle. \end{aligned}$$

Учитывая формулу (2.20), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1 \lambda_2\rangle &= \eta_p (1) \eta_p (2) (-1)^{s_1+s_2-\lambda_1+\lambda_2} N_p^{-1} e^{i\pi j_y} \times \\ &\times (|s_1, -\lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes |s_2, -\lambda_2, -\mathbf{p}\rangle) = \\ &= \eta_p (1, 2) (-1)^{s_1+s_2-\lambda_1+\lambda_2} e^{i\pi j_y} ||\mathbf{p}|00; -\lambda_1 - \lambda_2\rangle, \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $\eta_p (1, 2) = \eta_p (1) \eta_p (2)$ — произведение внутренних четностей частиц. Подставляя в (2.32) разложение (2.24) в ряд по угловым моментам, получим формулу (2.14).

Обратим внимание на то, что при $\lambda \neq 0$ двухчастичные состояния с любым j не имеют определенной четности. Легко, однако, образовать состояния с определенным j , которые являются собственными векторами оператора \mathcal{P} ,

$$||\mathbf{p}|jm_j; \lambda_1 \lambda_2\rangle \pm \eta_p (1, 2) (-1)^{j-s_1-s_2} ||\mathbf{p}|jm_j; -\lambda_1, -\lambda_2\rangle, \quad (2.33)$$

где знаки \pm отвечают пространственным четностям ± 1 соответствующих суперпозиций.

Перейдем теперь к выводу формулы (2.18). Разложим амплитуду $f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\vartheta, \varphi)$ в ряд по парциальным амплитудам, воспользовавшись формулами (2.24) и (2.25):

$$\begin{aligned} f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\vartheta, \varphi) &= \frac{2\pi}{|\mathbf{p}_1|} \langle \mathbf{p}_2 | \vartheta \varphi; \lambda_c \lambda_d | S | \mathbf{p}_1 | 00; \lambda_a, \lambda_b \rangle = \\ &= \frac{1}{2|\mathbf{p}_1|} \sum_j (2j+1) \langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle [D_{\lambda \lambda'}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi)]^*, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\lambda' = \lambda_c - \lambda_d$. (Множитель $2\pi/|\mathbf{p}_1|$ возникает при переходе от состояний $|\mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b; \lambda_a \lambda_b\rangle$ к состояниям $|\mathbf{p}_1 | 00; \lambda_a, \lambda_b\rangle$.)
Используя соотношения между D -функциями [6, 8, 29]

$$\begin{aligned} D_{\lambda \lambda'}^j(\varphi, \vartheta, -\varphi) &= e^{-i\lambda\varphi} d_{\lambda \lambda'}^j(\vartheta) e^{i\lambda'\varphi} = \\ &= e^{-i\lambda\varphi} (-1)^{\lambda-\lambda'} d_{-\lambda, -\lambda'}^j(\vartheta) e^{i\lambda'\varphi} = D_{-\lambda, -\lambda'}^j(\pi - \varphi, \vartheta, -\pi + \varphi) \end{aligned}$$

и свойства симметрии (2.14) парциальных амплитуд, получим формулу (2.18).

Если плоскость рассеяния частиц в реакции $a + b \rightarrow c + d$ совпадает с плоскостью xz , т. е. $\varphi = 0$, то соотношение (2.18) принимает вид

$$f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\vartheta) = \eta (-1)^{\lambda' - \lambda} f_{-\lambda_c - \lambda_d; -\lambda_a - \lambda_b}(\vartheta). \quad (2.35)$$

Соотношение (2.35) показывает, что благодаря инвариантности теории относительно пространственных отражений в два раза уменьшается число независимых спиральных амплитуд двухчастичных процессов (в сильном и электромагнитном взаимодействиях).

Для получения соотношения (2.16) воспользуемся тем, что дифференциальное сечение процесса $a + b \rightarrow c + d$ определяется формулой

$$\begin{aligned} d\sigma(ab \rightarrow cd) &= (2\pi)^4 \frac{|\langle p_c p_d; \lambda_c \lambda_d | S | p_a p_b; \lambda_a \lambda_b \rangle|^2}{2E_a E_b v_{ab}} \delta(p_a + p_b - \\ &- p_c - p_d) \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_d}{(2\pi)^3 2E_d}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

где p_a, p_b, p_c, p_d — 4-импульсы частиц, v_{ab} — относительная скорость частиц a и b в начальном состоянии. Устранив δ -функцию интегрированием по импульсам конечных частиц, приведем дифференциальное сечение к виду

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(ab \rightarrow cd) = \frac{1}{|\mathbf{p}_1|} |\langle p_c p_d; \lambda_c \lambda_d | S | p_a p_b; \lambda_a \lambda_b \rangle|^2 \frac{d\Omega}{64\pi^2 W^2}. \quad (2.37)$$

Из сравнения формул (2.17) и (2.37) для дифференциального сечения вытекает соотношение (2.16) между амплитудами.

2.3. Экспериментальная проверка симметрии сильного и электромагнитного взаимодействий относительно пространственного отражения. Уже отмечалось [25], что P -инвариантность физической теории нельзя считать априори данной, а напротив, она нуждается

в экспериментальной проверке. Указывалось также, что обнаружение у элементарных частиц электрического дипольного момента могло бы сыграть важную роль, так как нуклон с электрическим дипольным моментом должен обнаруживать асимметрию между левой и правой системами координат. Однако, как отмечено в гл. 1, отличный от нуля электрический дипольный момент элементарных частиц может возникнуть только при одновременном нарушении P - и T -инвариантностей. Поэтому если бы даже в сильном и электромагнитном взаимодействиях заметно нарушалась P -инвариантность, но сохранялась T -инвариантность, то электрические дипольные моменты элементарных частиц должны были бы равняться нулю.

Симметрия фундаментальных взаимодействий относительно пространственного отражения проявляется прежде всего в том, что на опыте наблюдаются P -четные корреляции и не наблюдаются P -нечетные корреляции, т. е. наблюдаются только такие комбинации спинов \mathbf{s} и импульсов \mathbf{p} частиц, которые не изменяют при преобразованиях $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{s}$ и $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ своего знака. P -нечетные корреляции при этом изменяют свой знак. К ним относятся, например, продольные поляризации \mathbf{sp} образующихся частиц (\mathbf{s} , \mathbf{p} — спин и импульс образующейся в некотором процессе частицы), асимметрии типа $\mathbf{s}_i \mathbf{p}_f$ в угловом распределении образующихся частиц, если одна из начальных частиц поляризована (\mathbf{s}_i — вектор спина начальной частицы, \mathbf{p}_f — импульс одной из частиц в конечном состоянии), угловые корреляции типа $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3$ (\mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 , \mathbf{p}_3 — импульсы частиц в некотором процессе) и т. д. Поэтому при проверке P -инвариантности теории ищут P -нечетные корреляции и оценивают их верхнюю границу, а также запрещенные сохранением P -четности переходы.

Вероятности процессов, запрещенных сохранением P -четности, пропорциональны квадрату их P -нечетных амплитуд. Такие процессы должны быть сильно подавлены, поскольку отношение P -нечетной амплитуды процесса, обусловленной, как мы думаем, слабым взаимодействием в первом порядке по константе слабого взаимодействия G , к P -четной амплитуде этого же процесса, обусловленной сильным взаимодействием, равно $Gm_x^2 = 10^{-6} \div 10^{-7}$, где характерная масса m_x предполагается заключенной в пределах от m_π до $3m_\pi$. Таким образом, если сильное и электромагнитное взаимодействия симметричны относительно пространственного отражения, то отношение вероятностей запрещенных сохранением P -четности процессов к разрешенным должно лежать в интервале $10^{-12} - 10^{-14}$. Опыт подтверждает эти оценки.

Наиболее точные оценки получаются в ядерной физике. Так, ширина α -распада ядра O^{16} в возбужденном состоянии со спином и четностью 2^- (энергия возбуждения $8,88 \text{ Мэв}$) с образованием ядра C^{12} в основном состоянии (со спином и четностью 0^+) очень мала [14]: $\Gamma_\alpha = (1,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-10} \text{ эв}$. Этого следовало ожидать, поскольку

ку переход $2^- \rightarrow 0^+$ с испусканием α -частицы со спином и четностью 0^+ (орбитальный момент перехода l равен двум) запрещен сохранением P -четности и может происходить только при нарушении P -инвариантности.

Для сравнения приведем расчетную ширину разрешенного α -распада $\Gamma_{\alpha}^{(+)}$ с тем же энергосвободением и тем же орбитальным моментом α -частицы, равную 6,7 кэВ. Величина отношения ширин

$$\frac{\Gamma_{\alpha}}{\Gamma_{\alpha}^{(+)}} = \frac{(1,8 + 0,8) \cdot 10^{-10}}{6,7 \cdot 10^3} = (2,5 \pm 1,2) \cdot 10^{-14}$$

показывает, что нарушение P -инвариантности происходит с интенсивностью, характерной для слабого взаимодействия.

К запрещенным переходам относится также распад $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, в котором сохраняются все квантовые числа, за исключением пространственной четности. Степень нарушения P -инвариантности в этом распаде можно оценить из следующих соображений. За верхнюю границу ширины $\Gamma^{(-)}$ ($\eta \rightarrow 2\pi$) запрещенного распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ примем величину $\Gamma^{(-)}$ ($\eta \rightarrow 2\pi$) $\simeq 2 \cdot 10^{-5} \Gamma_+(\eta)$ [22] ($\Gamma_+(\eta)$ — полная ширина η -мезона, равная 3 кэВ) такую же, как и для ширины распада $\eta \rightarrow \mu^+ + \mu^-$. Если бы распад $\eta^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ был разрешен, то его ширина $\Gamma^{(+)}$ ($\eta \rightarrow 2\pi$) была бы порядка 100 МэВ, т. е.

$$\frac{\Gamma^{(-)}(\eta \rightarrow 2\pi)}{\Gamma^{(+)}(\eta \rightarrow 2\pi)} \leq \frac{6 \cdot 10^{-8}}{100} = 6 \cdot 10^{-10}.$$

Полагая $\frac{\Gamma^{(-)}(\eta \rightarrow 2\pi)}{\Gamma^{(+)}(\eta \rightarrow 2\pi)} = \left| \frac{A^{(-)}}{A^{(+)}} \right|^2$, где $A^{(-)}$ и $A^{(+)}$ — P -нечетная и

P -четная амплитуды перехода $\eta \rightarrow 2\pi$, найдем $|A^{(-)}/A^{(+)}| \leq 2 \cdot 10^{-5}$

При изучении P -нечетных корреляций измерялись циркулярная поляризация γ -квантов (или продольная поляризация частиц, возникающих с неполяризованными частицами) и асимметрия углового распределения частиц, если одна из начальных частиц поляризована. P -нечетные корреляции определяются интерференцией P -четной и P -нечетной амплитуд соответствующих процессов. Наиболее точные данные относительно P -нечетных эффектов получены при измерении циркулярной поляризации γ -квантов в ядерных переходах и асимметрии углового распределения γ -квантов, испускаемых поляризованными ядрами. Если эти эффекты обусловлены слабым взаимодействием протонов с нейтронами, то величины поляризации и асимметрии должны быть малы, порядка $10^{-4} - 10^{-6}$.

Для усиления эффекта обычно выбирают тот ядерный переход, P -четная амплитуда которого подавлена по сравнению с не сохраняющей P -четность амплитудой, например, для возбужденного состояния ядра K^{41} (энергия возбуждения 1290 кэВ) разрешенный по

четности переход в основное состояние сопровождается испусканием γ -кванта мультипольности $M2$ (магнитный квадруполь), в то время как не сохраняющий P -четность переход сопровождается испусканием γ -кванта мультипольности $E2$ (электрический квадруполь). Из теории электромагнитных ядерных переходов следует [2], что вероятность магнитного перехода в $(v/c)^2$ раз меньше вероятности электрического перехода той же мультипольности (v — средняя скорость нуклонов в ядре). Поэтому величина P -нечетных эффектов должна усиливаться соответствующим образом.

Приведем результаты измерений степени циркулярной поляризации γ -квантов ϵ_γ для различных ядерных переходов:

$$\text{Ta}^{181} \left(\frac{5^+}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2}, E_\gamma = 482 \text{ кэВ} \right), \epsilon_\gamma = (-6 \pm 1) \cdot 10^{-6} [5, 6, 20],$$

$$\text{Lu}^{175} \left(\frac{5^+}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2}, E_\gamma = 343 \text{ кэВ} \right), \epsilon_\gamma = (6,1 \pm 1) \cdot 10^{-5} [29],$$

$$\text{K}^{41} \left(\frac{7^-}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, E_\gamma = 1290 \text{ кэВ} \right), \epsilon_\gamma = (2 \pm 0,4) \cdot 10^{-5} [7],$$

а также величину ϵ_γ для реакции радиационного захвата нейтронов [21] $n + p \rightarrow d + \gamma$, $\epsilon_\gamma = (-1,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-6}$.

Угловое распределение γ -квантов при распаде поляризованного ядра описывается формулой

$$W(\theta) \cong (1 + P_A a_p \cos \theta_\gamma),$$

где P_A — степень поляризации ядра, θ_γ — угол между импульсом γ -кванта и направлением вектора поляризации ядра в начальном состоянии. Коэффициент асимметрии a_p характеризует степень нарушения P -инвариантности. Для поляризованного ядра Cd^{114} асимметрия γ -квантов при переходе $1^+ \rightarrow 0^+$ (энергия возбуждения $9,05 \text{ МэВ}$) достигает величины [1] $(-4,1 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$. Усиление P -нечетных эффектов при этом переходе объясняется двумя причинами: подавленностью разрешенного перехода $M1$ по сравнению с P -нечетным переходом $E1$, а также сильным перемешиванием большого числа уровней 1^- с близко расположенным уровнем 1^+ ядра Cd^{114} . Аномально большой коэффициент асимметрии для ядра Ni^{180} [16], $a_p = (-1,49 \pm 0,25) \cdot 10^{-2}$, объясняется сильным подавлением разрешенных по четности переходов.

Если имеет место P -инвариантность, то полное сечение pp -взаимодействия не должно зависеть от продольной поляризации одного из протонов [11]. Экспериментально это установлено как при малых [24], так и при больших энергиях [10].

Общий итог этих экспериментов таков, что P -нечетные корреляции несомненно существуют, однако относительная их величина по сравнению с P -четными корреляциями очень мала и соответствует относительно малой интенсивности слабого взаимодействия по

сравнению с сильным. Следовательно, если бы не было слабого взаимодействия, то законы природы были бы инвариантны относительно пространственного отражения. Иными словами, сильное и электромагнитное взаимодействия симметричны относительно пространственного отражения. Как было показано выше, оператор пространственного отражения, если он существует, может быть различным для разных взаимодействий. Так как при пренебрежении слабым взаимодействием P -нечетные корреляции исчезают, можно считать, что операторы пространственного отражения \mathcal{P}_{st} и \mathcal{P}_{em} для сильного и электромагнитного взаимодействий совпадают, $\mathcal{P}_{st} = \mathcal{P}_{em} = \mathcal{P}$, и оператор \mathcal{P} не является оператором пространственного отражения для слабого взаимодействия.

Можно предполагать, что оператор \mathcal{P}_{wk} существует, по крайней мере для широко используемого гамильтониана слабого взаимодействия он может быть построен. В этом случае слабое взаимодействие также было бы симметричным относительно пространственного отражения, но так как $\mathcal{P}_{wk} \neq \mathcal{P}$, то во всей природе нет симметрии между правым и левым.

Чтобы прояснить возможность симметрии слабого взаимодействия относительно пространственного отражения [3], рассмотрим слабые распады заряженных ионов $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. Поскольку нейтрино ν_μ и антинейтрино $\bar{\nu}_\mu$ в этих распадах оказываются продольно-поляризованными (спин и импульс ν_μ параллельны, а $\bar{\nu}_\mu$ антипараллельны), то следует считать, что в них нарушается P -инвариантность. Однако, если эти распады происходят в отсутствие электрического поля, т. е. мы не различаем знаков электрических зарядов пионов, можно определить следующие две независимые комбинации, не имеющие определенного заряда: $\pi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi^+ + \pi^-)$, $\pi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi^+ - \pi^-)$. Тогда при распадах π_1 и π_2 будут образовываться одинаковые количества нейтрино и антинейтрино и результирующая продольная поляризация нейтрино в распадах $\pi_{1,2} \rightarrow \mu + \nu$ должна равняться нулю. Поэтому P -нечетные корреляции обратятся в нуль. Другими словами, если не различать заряда частиц, то можно говорить о P -инвариантности слабых распадов, если их различать, то P -инвариантность окажется нарушенной. Однако при этом мы выходим за рамки только слабого взаимодействия.

§ 3. ИНВАРИАНТНОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ

3.1. Свойства симметрии амплитуд рассеяния, связанные с T -инвариантностью. Как мы видели, в отличие от пространственного отражения, которому соответствует унитарный оператор (если он,

конечно, существует), обращению времени соответствует антиунитарный оператор. Поэтому имеет смысл понятие внутренней пространственной четности элементарной частицы, но не имеет смысла понятие внутренней временной четности.

Однако инвариантность теории относительно обращения времени, хотя и нельзя ввести квантового числа, связанного с ней, приводит к важным свойствам симметрии амплитуд рассеяния. Поскольку относительно обращения времени симметричны сильное и электромагнитное взаимодействия, то речь идет о свойствах симметрии амплитуд процессов, обуславливаемых сильным и электромагнитным взаимодействиями. Свойства эти могут быть сформулированы следующим образом:

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^i | \lambda_a \lambda_b \rangle = \langle \lambda_a \lambda_b | S^i | \lambda_c \lambda_d \rangle, \quad (2.38)$$

$$f_{\lambda_c \lambda_d; \lambda_a \lambda_b}(\vartheta, \varphi) = f_{\lambda_a \lambda_b; \lambda_c \lambda_d}(\vartheta, \pi - \varphi) \frac{|p_2|}{|p_1|} \quad (2.39)$$

(здесь использованы те же обозначения, что и в § 2).

Чтобы доказать эти соотношения, заметим прежде всего, что в случае одночастичного состояния с нулевым импульсом при обращении времени меняется только знак проекции спина. Поэтому для одночастичного состояния с нулевым импульсом действие оператора отражения времени \mathcal{T} эквивалентно пространственному повороту около второй оси на угол π :

$$\mathcal{T} |s, \lambda, p = 0\rangle = e^{-i\pi j_y} |s, \lambda, p = 0\rangle = (-1)^{s-\lambda} |s, -\lambda, p = 0\rangle \quad (2.40)$$

(мы воспользовались формулой (2.22)).

Действие оператора \mathcal{T} на вектор одночастичного состояния с импульсом p , не равным нулю, определяется формулой

$$\mathcal{T} |s, \lambda, p\rangle = \mathcal{T} L_p |s, \lambda, p = 0\rangle = \mathcal{T} L_p \mathcal{T}^{-1} \mathcal{T} |s, \lambda, p = 0\rangle. \quad (2.41)$$

Поскольку при отражении времени направление импульса изменяется на противоположное, то преобразования Лоренца L_p и L_{-p} связаны между собой соотношением

$$\mathcal{T} L_p \mathcal{T}^{-1} = L_{-p}. \quad (2.42)$$

С другой стороны, изменение направления импульса на противоположное (для импульса, направленного вдоль оси z) может быть достигнуто поворотом на угол π вокруг оси y (см. формулу (2.29)):

$$\mathcal{T} L_p \mathcal{T}^{-1} = e^{i\pi j_y} L_p e^{-i\pi j_y}. \quad (2.43)$$

Подставляя (2.43) в (2.41), получим

$$\mathcal{T} |s, \lambda, p\rangle = e^{i\pi j_y} L_p e^{-i\pi j_y} \mathcal{T} |s, \lambda, p = 0\rangle = (-1)^{2s} e^{i\pi j_y} |s, \lambda, p\rangle. \quad (2.44)$$

Отсюда следует, что спиральность частицы не изменяется при отражении времени.

Выясним теперь, как действует оператор отражения времени на вектор двухчастичного состояния $||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle$. Используя определение (2.20), имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{T} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle &= N_p^{-1} \mathcal{T} (|s_1, \lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes |s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle) = \\ &= N_p^{-1} \mathcal{T} |s_1, \lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes \mathcal{T} |s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle, \end{aligned}$$

где нормировочный множитель N_p равен $N_p = 4\pi \sqrt{\frac{W}{|\mathbf{p}|}}$. Учитывая далее (2.44), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{T} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle &= N_p^{-1} (-1)^{2s_1+2s_2} e^{i\pi j_y} |s_1, \lambda_1, \mathbf{p}\rangle \otimes e^{i\pi j_y} |s_2, \lambda_2, -\mathbf{p}\rangle = \\ &= (-1)^{2(s_1+s_2)} e^{i\pi j_y} ||\mathbf{p}|00; \lambda_1\lambda_2\rangle. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Чтобы выяснить, как действует оператор \mathcal{T} на вектор двухчастичного состояния с определенным полным угловым моментом j и проекцией m_j , подставим в (2.45) мультипольное разложение вектора состояния $||\mathbf{p}|00, \lambda_1\lambda_2\rangle$, в результате получим

$$\mathcal{T} ||\mathbf{p}|jm_j; \lambda_1\lambda_2\rangle = (-1)^{j-m_j} ||\mathbf{p}|j-m_j; \lambda_1\lambda_2\rangle \quad (2.46)$$

(мы воспользовались тем, что $2(s_1 + s_2 - j)$ — четное число).

Заметим теперь, что инвариантность теории относительно обращения времени из-за антиунитарности оператора \mathcal{T} не сводится к коммутативности S -матрицы и оператора \mathcal{T} , а может быть сформулирована только как равенство вероятностей перехода между состояниями $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ и обратного перехода между состояниями $|\beta'\rangle = \mathcal{T} |\beta\rangle$ и $|\alpha'\rangle = \mathcal{T} |\alpha\rangle$, т. е.

$$|\langle\beta|S|\alpha\rangle|^2 = |\langle\alpha'|S|\beta'\rangle|^2. \quad (2.47)$$

Для антиунитарного оператора \mathcal{T} отсюда следует соотношение

$$\mathcal{T} + S^+ \mathcal{T} = S. \quad (2.48)$$

Взяв от обеих частей этого соотношения матричный элемент между двухчастичными состояниями процесса $a + b \rightarrow c + d$ с определенными значениями полного углового момента и спиральностей частиц и воспользовавшись формулой (2.46), получим свойство симметрии (2.38) для парциальных амплитуд.

Свойство симметрии (2.39) для амплитуд $f_{\lambda_c\lambda_d; \lambda_a\lambda_b}(\theta, \varphi)$ можно получить, если воспользоваться разложением (2.34) амплитуды $f_{\lambda_c\lambda_d; \lambda_a\lambda_b}(\theta, \varphi)$ в ряд по парциальным амплитудам и свойством симметрии (2.38) для парциальных амплитуд:

$$\begin{aligned} f_{\lambda_c\lambda_d; \lambda_a\lambda_b}(\theta, \varphi) &= \frac{1}{2|\mathbf{p}_1|} \sum_l (2j+1) [D_{\lambda\lambda'}^j(\varphi, \theta, -\varphi)]^* \langle\lambda_c\lambda_d|S^j|\lambda_a\lambda_b\rangle = \\ &= \frac{1}{2|\mathbf{p}_1|} \sum_l (2j+1) [D_{\lambda\lambda'}^j(\varphi, \theta, -\varphi)]^* \langle\lambda_a\lambda_b|S^j|\lambda_c\lambda_d\rangle, \end{aligned} \quad (2.49)$$

где $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\lambda' = \lambda_c - \lambda_d$. Замечая далее, что

$$D_{\lambda\lambda'}^{\lambda}(\varphi, \vartheta, -\varphi) \equiv e^{-i\lambda\varphi} d_{\lambda\lambda'}^{\lambda}(\vartheta) e^{i\lambda'\varphi} = (-1)^{\lambda-\lambda'} e^{i\lambda'\varphi} d_{\lambda\lambda'}^{\lambda}(\vartheta) e^{-i\lambda\varphi} = \\ = e^{-i\lambda'(\pi-\varphi)} d_{\lambda\lambda'}^{\lambda}(\vartheta) e^{i\lambda(\pi-\varphi)} \equiv D_{\lambda\lambda'}^{\lambda}(\pi - \varphi, \vartheta, \varphi - \pi), \quad (2.50)$$

и подставляя последнее выражение в формулу (2.49), получим свойство симметрии (2.39). В частности, в системе координат, где $\varphi = 0$, из (2.39) получим

$$f_{\lambda\lambda_d\lambda_a\lambda_b}(\vartheta) = (-1)^{\lambda'-\lambda} f_{\lambda_d\lambda_b\lambda_c\lambda_a}(\vartheta) \frac{|p_2|}{|p_1|}. \quad (2.51)$$

Для процессов с одинаковыми частицами в начальном и конечном состояниях, например $N + N \rightarrow N + N$, $\Lambda + N \rightarrow \Lambda + N$, $\gamma + N \rightarrow \gamma + N$, соотношение (2.51) уменьшает число независимых амплитуд.

3.2. Экспериментальная проверка симметрии сильного и электромагнитного взаимодействий относительно обращения времени. Одним из способов экспериментальной проверки T -инвариантности сильного и электромагнитного взаимодействий является сравнение сечений прямой и обратной реакций. Из соотношения (2.47) вытекает, что дифференциальные сечения прямой и обратной реакций (после усреднения по начальным и суммирования по конечным поляризациям частиц) связаны между собой соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(i \rightarrow f) / \frac{d\sigma}{d\Omega}(f \rightarrow i) = \frac{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)}{(2s_1 + 1)(2s_{II} + 1)} \frac{p_f^2}{p_i^2}, \quad (2.52)$$

где $i \rightarrow f$ обозначает реакцию $1 + 2 \rightarrow I + II$, а $f \rightarrow i$ — реакцию $I + II \rightarrow 1 + 2$ ($1, 2, I, II$ — произвольные частицы), p_i, p_f — абсолютные значения импульсов частиц 1 и I в начальном и конечном состояниях реакции $1 + 2 \rightarrow I + II$. (Сечения прямого и обратного процессов в (2.52) необходимо, естественно, сравнивать при одинаковой полной энергии W .)

В области сравнительно небольших энергий взаимодействующих частиц наиболее точные данные получены для следующих реакций [30]: $\alpha + Mg^{24} \rightleftharpoons Al^{27} + p$, $d + Mg^{27} \rightleftharpoons Mg^{25} + p$. Для каждой из реакций $\alpha + Mg^{24} \rightarrow Al^{27} + p$, $p + Al^{27} \rightarrow Mg^{24} + \alpha$ измерялась энергетическая зависимость дифференциальных сечений для полных энергий W , которые отвечают энергиям протона в реакции $p + Al^{27} \rightarrow Mg^{24} + \alpha$ в интервале 9—12 Мэв. При этом определялось отношение R сечения каждой из этих реакций в максимуме к сечению в минимуме (в исследованном диапазоне энергий в энергетической зависимости сечений реакций наблюдался максимум и минимум). Если сильное и электромагнитное взаимодействия адронов T -инвариантны, то эти отношения для прямой и обратной реакций должны совпадать. Действительно, экспериментально получено $R = 144 \pm 4$ для реакции $p + Al^{27} \rightarrow Mg^{24} + \alpha$ и $R = 140 \pm 10$ для реакции $\alpha + Mg^{24} \rightarrow Al^{27} + p$, т. е. в пределах ошибок экспе-

римента отношения сечений одинаковы.

Для реакций $d + Mg^{24} \rightarrow Mg^{25} + p$ (обозначим ее d) и $p + Mg^{25} \rightarrow Mg^{24} + d$ (обозначим ее p) сравнивались отношения сечений:

$$R_{d,p} \equiv \sigma_{d,p}(\vartheta_2, E) / \sigma_{d,p}(\vartheta_1, E),$$

где $\sigma_{d,p}(\vartheta, E)$ — сечения d и p реакций при энергии возбуждения E , когда продукты реакций вылетают под углом ϑ в СЦИ. При $E =$

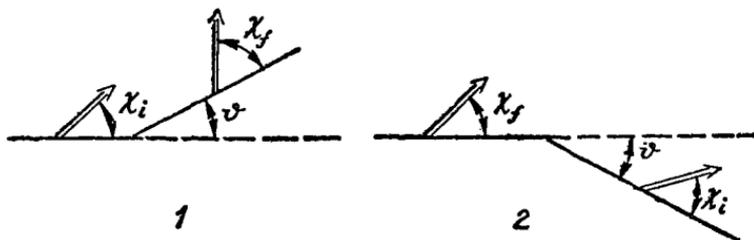


Рис. 2.1. Кинематика упругого pp -рассеяния с поляризованными частицами. Стрелками показано направление спина протона, ϑ_i, ϑ_f — углы между векторами поляризации и импульсами в начальном и конечном состояниях.

$= 20,68$ Мэв и $\vartheta_1 = 29,7^\circ$, $\vartheta_2 = 119,2^\circ$ (для этих значений углов в дифференциальных сечениях этих реакций наблюдались максимумы) на опыте было получено $R_d = 0,1902 \pm 0,0004$, $R_p = 0,1901 \pm \pm 0,0006$, т. е. величины R_d и R_p совпадают с точностью до 0,4%.

Так как для упругого протон-протонного рассеяния прямая и обратная реакции совпадают, то из T -инвариантности сильного взаимодействия следует, в частности, равенство поляризаций конечных протонов в тех кинематических условиях, которые связаны преобразованием отражения времени (рис. 2.1). Конфигурация спинов и импульсов 1 может быть получена из конфигурации 2 (и наоборот) обращением времени. Из T -инвариантности вытекает тогда равенство поляризаций протонов, рассеянных под углом ϑ : $P_I = P_{II}$, где P_I обозначает поляризацию протона в конечном состоянии, направленную под углом ϑ_f к его импульсу, если начальный протон поляризован под углом ϑ_i к его импульсу, а P_{II} — поляризацию, направленную под углом ϑ_i к импульсу конечного протона, если протон в начальном состоянии поляризован под углом ϑ_f к его импульсу.

Для протонов с энергией 430 Мэв, рассеянных в лабораторной системе на угол $\vartheta \approx 30^\circ$, при $\vartheta_i \approx \vartheta_f = 45^\circ$ было получено [13] $P_I - P_{II} = 0,0019 \pm 0,009$, что в пределах экспериментальных ошибок согласуется с T -инвариантностью сильного взаимодействия.

Равенство «поляризация = асимметрии», проверенное при энергии протонов 635 Мэв в $p + p \rightarrow p + p$ [32], также свидетельствует о T -инвариантности сильного взаимодействия.

T -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов также подтверждается различными опытами. При высоких энергиях для проверки T -инвариантности были измерены дифференциальные сечения процессов $\gamma + d \rightarrow n + p$ и $n + p \rightarrow d + \gamma$. В интервале полных энергий W , которые соответствуют кинетической энергии нейтронов 300—720 Мэв в лабораторной системе процесса $n + p \rightarrow d + \gamma$, угловая зависимость дифференциальных сечений процессов $\gamma + d \rightleftharpoons n + p$ описывается полиномом второй степени по $\cos \vartheta^*$ (ϑ^* — угол между импульсами нейтрона и дейтрона в СЦИ)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma d \rightarrow np) = \frac{|k_n|}{|k_\gamma|} \frac{1}{3} [A_0(\gamma d \rightarrow np) + P_2(\cos \vartheta^*) A_2(\gamma d \rightarrow np)],$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(np \rightarrow d\gamma) = \frac{|k_\gamma|}{2|k_n|} [A_0(np \rightarrow d\gamma) + P_2(\cos \vartheta^*) A_2(np \rightarrow d\gamma)],$$

где $A_0(\gamma d \rightleftharpoons np)$, $A_2(\gamma d \rightleftharpoons np)$ — некоторые величины, зависящие только от полной энергии реакций $\gamma + d \rightleftharpoons n + p$, $P_2(\cos \vartheta^*)$ — полином Лежандра, $d\Omega$ — элемент телесного угла частиц в конечном состоянии реакций $\gamma + d \rightleftharpoons n + p$ в их СЦИ.

Если электромагнитные взаимодействия адронов T -инвариантны, то величины A_0 и A_2 для прямой и обратной реакций должны быть равны между собой, т. е.

$$A_0(\gamma d \rightarrow np) = A_0(np \rightarrow d\gamma), \quad A_2(\gamma d \rightarrow np) = A_2(np \rightarrow d\gamma).$$

Возможные T -нечетные эффекты можно характеризовать величиной

$$\sin \varphi_t \equiv 3 \left[\frac{A_2(\gamma d \rightarrow np)}{A_0(\gamma d \rightarrow np)} - \frac{A_2(np \rightarrow d\gamma)}{A_0(np \rightarrow d\gamma)} \right],$$

причем $\varphi_t = \pi/2$ в случае максимального нарушения T -инвариантности [9], т. е. при одинаковых по абсолютной величине T -четной и T -нечетной амплитудах, $\varphi_t = 0$ для T -инвариантной теории. Полученное экспериментально значение $\varphi_t = 4 \pm 10^\circ$ [27] свидетельствует о том, что в пределах экспериментальных ошибок в реакциях $\gamma + d \rightleftharpoons n + p$ отсутствуют T -нечетные эффекты.

Еще одна проверка T -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов связана с упругим и неупругим рассеянием электронов адронами.

Для адронов со спинами 0 и 1/2 сохранение электромагнитного тока и условие его эрмитовости автоматически приводят к тем же следствиям для электромагнитных формфакторов адронов, что и требование CP -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов, а следовательно, к тем же следствиям, что и требование T -инвариантности (в силу CPT -теоремы). Однако матричные элементы сохраняющегося электромагнитного тока между состояниями адронов, спин которых равен или превышает единицу, могут содержать T -нечетные слагаемые. Эти слагаемые приводят к возникновению в первом борновском приближении поляризации ко-

нечных частиц при упругом e^-A -рассеянии, где A — некоторый адрон со спином, большим или равным единице (см. гл. 4).

Отметим, что отличная от нуля поляризация может возникнуть и в T -инвариантной теории при учете высших борновских приближений к упругому e^-A -рассеянию, т. е. при учете электромагнитного взаимодействия сталкивающихся частиц в начальном и конечном состояниях процесса $e^- + A \rightarrow e^- + A$. Однако она должна быть малой и пропорциональной постоянной тонкой структуры α . Так как при рассеянии электронов на адронах с малыми значениями электрического заряда первое борновское приближение является удовлетворительным (что проверено при измерении поперечной поляризации протонов в конечном состоянии реакции $e^- + p \rightarrow e^- + p$), то заметная поперечная поляризация конечного адрона A при упругом e^-A -рассеянии с неполяризованными начальными частицами свидетельствовала бы о нарушении T -инвариантности.

Для проверки T -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов может быть использован процесс упругого рассеяния электронов дейтронами. Спин дейтрона равен единице, поэтому его электромагнитная структура характеризуется тремя вещественными формфакторами, если сохраняются порознь P - и T -инвариантности. Если T -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов нарушена, то у дейтрона появляется еще один электромагнитный формфактор (T -нечетный). Интерференция T -четных и T -нечетного формфакторов приводит к появлению T -нечетной поляризации P_d дейтронов в конечном состоянии процесса $e^- + d \rightarrow e^- + d$.

Опыт показывает, что заметной поляризации P_d не возникает [23] — при квадрате переданного импульса, равном $(720 \text{ Мэв})^2$, было получено $|P_d| = 0,075 \pm 0,088$. Эта величина показывает, что в электромагнитном взаимодействии адронов отсутствует заметное нарушение T -инвариантности.

Проверка T -инвариантности в процессах неупругого рассеяния электронов поляризованными адронами сводится к поиску асимметрии углового распределения электронов в конечном состоянии. Если в процессе неупругого e^-A -взаимодействия детектируется только рассеянный электрон, т. е. измеряется сечение, проинтегрированное по всем адронам в конечном состоянии, то асимметрия рассеяния электронов, характеризуемая T -нечетной корреляцией $\xi \cdot \mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2$ (ξ — вектор поляризации адрона в начальном состоянии, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — 3-импульсы электрона в начальном и конечном состояниях), может возникнуть только при нарушении T -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов (см. § 4). Это утверждение справедливо в однофотонном приближении для e^-A -взаимодействия. При учете высших приближений асимметрия углового распределения электронов, рассеянных поляризованными адронами, обна-

руживается и при T -инвариантном взаимодействии. Эта «естественная» асимметрия может быть найдена сравнением рассеяния электронов и позитронов на одной и той же поляризованной мишени. При этом естественные асимметрии для e^-p - и e^+p -взаимодействий одинаковы по величине, но противоположны по знаку. Дело в том, что асимметрия определяется произведением (противоположным по знаку для рассеяния электронов и позитронов) амплитуд $e^\pm p$ -рассеяния, которые описывают обмен одним и двумя виртуальными γ -квантами. Если T -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов нарушается, то асимметрия рассеяния электронов поляризованной адронной мишенью должна возникать в первом борновском приближении и, следовательно, совпадать с асимметрией рассеяния позитронов.

На опыте асимметрия рассеяния электронов и позитронов поляризованными протонами определялась для реакций образования нуклонных резонансов Δ (1236), N^* (1520) и N^* (1688) (в скобках приведены массы в мегаэлектрон-вольтах). Оказалось [26], что асимметрия рассеяния электронов и позитронов не превышает нескольких процентов и в пределах точности эксперимента равна нулю. Этот результат — еще одно подтверждение T -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов.

Отсутствие асимметрии неупругого рассеяния электронов поляризованными адронами объясняется тем, что в T -инвариантной теории разность фаз мультипольных амплитуд образования реальными и/или виртуальными γ -квантами адронной системы с определенными значениями полного углового момента и пространственной четности должна равняться 0 или π [11]. Для мультипольных амплитуд, которые описывают электромагнитные ядерные переходы, разность фаз φ_i амплитуд испускания магнитных и электрических γ -квантов определенной мультипольности также должна быть равна 0 или π .

Опыт с большой точностью подтверждает T -инвариантность электромагнитных ядерных взаимодействий. Так, для 90-килоэлектрон-вольтового перехода в ядре Ru^{99} с испусканием магнитного дипольного и электрического квадрупольного γ -квантов найдено, что [15] $\sin \varphi_i = (1,0 \pm 1,7) \cdot 10^{-3}$. Наконец, подтверждаемое опытом равенство нулю электрических дипольных моментов элементарных частиц также свидетельствует о T -инвариантности электромагнитного взаимодействия.

В гл. 1 было указано, что дипольный момент частиц может отличаться от нуля только при одновременном нарушении P - и T -инвариантности. Так как нарушение P -инвариантности происходит только при слабом взаимодействии, то дипольный момент должен быть пропорционален константе G слабого взаимодействия. Обозначая через ef константу возможного взаимодействия, нарушающего инвариантность относительно обращения времени, для дипольного момента нейтрона, например, из соображений размерности, можно

получить следующую оценку: $d_n \cong efGM = f \cdot 10^{-19} e \cdot \text{см}$. Полученная на опыте верхняя оценка для d_n позволяет заключить, что $|f| \ll 1$.

Таким образом, можно считать доказанным, что в сильном и электромагнитном взаимодействиях частиц сохраняется инвариантность относительно обращения времени.

§ 4. ИНВАРИАНТНОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ЗАРЯДОВОГО СОПРЯЖЕНИЯ

4.1. Частица и античастица. Оператор зарядового сопряжения \mathcal{C} , введенный в гл. 2, коммутирует с гамильтонианом $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{st} + \mathcal{H}_{em}$, но антикоммутирует с операторами электрического Q , барионного \mathcal{B} и лептонного \mathcal{L} зарядов, а также с оператором странности S :

$$[\mathcal{C}, \mathcal{H}]_- = 0, [\mathcal{C}, Q]_+ = [\mathcal{C}, \mathcal{B}]_+ = [\mathcal{C}, \mathcal{L}]_+ = [\mathcal{C}, S]_+ = 0, \quad (2.53)$$

где $[X_1, X_2]_+$ — антикоммутатор операторов X_1 и X_2 . Отсюда следует, что, действуя на какой-либо вектор состояния $|a\rangle$, являющийся собственным вектором гамильтониана \mathcal{H} , $\mathcal{H}|a\rangle = E(a)|a\rangle$ ($E(a)$ — энергия в состоянии $|a\rangle$), оператор \mathcal{C} изменяет знаки зарядов и странности. Действительно, пусть, например, в состоянии $|a\rangle$ электрический заряд равен $Q(a)$, т. е.

$$Q|a\rangle = Q(a)|a\rangle,$$

тогда

$$\mathcal{C}Q|a\rangle = Q(a)\mathcal{C}|a\rangle,$$

но $\mathcal{C}Q = -QC$, поэтому $QC|a\rangle = -Q(a)\mathcal{C}|a\rangle$. Аналогично

$$\mathcal{B}\mathcal{C}|a\rangle = -B(a)\mathcal{C}|a\rangle, \quad \mathcal{L}\mathcal{C}|a\rangle = -L(a)\mathcal{C}|a\rangle,$$

$$S\mathcal{C}|a\rangle = -S(a)\mathcal{C}|a\rangle,$$

где $B(a)$, $L(a)$, $S(a)$ — барионное и лептонное числа и странность в состоянии $|a\rangle$.

Таким образом, в состоянии $\mathcal{C}|a\rangle$ электрический заряд, барионное и лептонное числа и странность отличаются от соответствующих величин в состоянии $|a\rangle$ знаком. Что же касается энергии, то она, очевидно, в обоих состояниях одинакова, так как

$$\mathcal{H}\mathcal{C}|a\rangle = \mathcal{C}\mathcal{H}|a\rangle = E(a)\mathcal{C}|a\rangle,$$

поэтому одинаковы и массы в состояниях $|a\rangle$ и $|\bar{a}\rangle$. Отсюда следует, что если $|a\rangle$ представляет собой вектор состояния какой-либо частицы, то вектор состояния $\mathcal{C}|a\rangle$ следует интерпретировать как вектор состояния $|\bar{a}\rangle$ соответствующей античастицы, точнее, они отличаются лишь некоторым фазовым множителем:

$$\mathcal{C}|a\rangle = e^{i\delta}|\bar{a}\rangle, \quad \mathcal{C}|\bar{a}\rangle = e^{-i\delta}|a\rangle, \quad (2.54)$$

где δ — фаза, изменяющаяся в интервале $(0, 2\pi)$.

Если рассматривать это соотношение как определение вектора состояния античастицы, то возникает вопрос, как быть в тех случаях, когда теория не инвариантна относительно \mathcal{C} -преобразования, т. е. когда для гамильтониана системы нельзя построить оператор \mathcal{C} . Именно такая ситуация, как мы уже говорили, имеет место в реальном мире с гамильтонианом $\mathcal{H}_t = \mathcal{H}_{st} + \mathcal{H}_{em} + \mathcal{H}_{wk}$, поскольку $\mathcal{C}_{st} = \mathcal{C}_{em} \equiv \mathcal{C}$, а $\mathcal{C}_{wk} \neq \mathcal{C}$.

Так как понятие античастицы не может быть связано с тем или иным модельным гамильтонианом, то должно быть более общее определение вектора состояния частицы или, точнее говоря, должна существовать более общая связь между векторами частицы $|a\rangle$ и соответствующей ей античастицы $|\bar{a}\rangle$. Эта связь имеет следующий вид [27]:

$$|\bar{a}\rangle = \Theta |a\rangle, \quad (2.55)$$

где Θ — CPT -оператор, определяемый формулами (2.5) и (2.6) (для простоты здесь опущен произвольный фазовый множитель).

Чтобы убедиться в справедливости соотношения (2.55), покажем, что энергии (а значит, и массы) состояний $|a\rangle$ и $|\bar{a}\rangle$ одинаковы, а электрические, барионные и лептонные заряды и странности отличаются лишь знаком. Воспользуемся для этого тем, что оператор CPT антикоммутирует с операторами Q , \mathcal{B} , \mathcal{L} , S :

$$[\Theta, Q]_+ = [\Theta, \mathcal{B}]_+ = [\Theta, \mathcal{L}]_+ = [\Theta, S]_+ = 0. \quad (2.56)$$

Поддействовав оператором \mathcal{H} на вектор состояния античастицы $|\bar{a}\rangle$, получим согласно (2.55)

$$\mathcal{H} |\bar{a}\rangle = \mathcal{H} \Theta |a\rangle = \Theta \mathcal{H} |a\rangle,$$

откуда, если $\mathcal{H} |a\rangle = E(a) |a\rangle$, где $E(a)$ — энергия в состоянии $|a\rangle$,

$$\mathcal{H} |\bar{a}\rangle = E(a) \Theta |a\rangle = E(a) |\bar{a}\rangle.$$

Видим, что энергия $E(\bar{a})$ в состоянии $|\bar{a}\rangle$, $\mathcal{H} |\bar{a}\rangle = E(\bar{a}) |\bar{a}\rangle$, совпадает с $E(a)$, т. е. массы частицы и соответствующей ей античастицы совпадают.

Сравним далее электрические заряды в состояниях $|a\rangle$ и $|\bar{a}\rangle$. Применяя оператор Q к соотношению (2.55), получим

$$Q |\bar{a}\rangle = Q \Theta |a\rangle = -\Theta Q |a\rangle.$$

Поэтому, если $Q |a\rangle = Q(a) |a\rangle$, то $Q |\bar{a}\rangle = -Q(a) |\bar{a}\rangle$. Аналогичные соотношения справедливы для операторов \mathcal{B} , \mathcal{L} , S .

Сравним, наконец, пространственные четности частицы и античастицы. Оператор \mathcal{P} (если он существует) коммутирует с CPT -оператором в случае бозонов и антикоммутирует в случае

фермионов, т. е.

$$\mathcal{P}\Theta = (-1)^{2s}\Theta\mathcal{P}, \quad (2.57)$$

где s — спин частицы. Поэтому

$$\mathcal{P}|\bar{a}\rangle = \mathcal{P}\Theta|a\rangle = (-1)^{2s}\Theta\mathcal{P}|a\rangle$$

и, если

$$\mathcal{P}|a\rangle = \eta_p(a)|a\rangle,$$

где $\eta_p(a)$ — пространственная четность состояния $|a\rangle$, то

$$\mathcal{P}|\bar{a}\rangle = (-1)^{2s}\eta_p(a)|\bar{a}\rangle.$$

Отсюда следует, что, если $\eta_p(\bar{a})$ — пространственная четность античастицы, т. е.

$$\mathcal{P}|\bar{a}\rangle = \eta_p(\bar{a})|\bar{a}\rangle,$$

то

$$\eta_p(\bar{a}) = (-1)^{2s}\eta_p(a). \quad (2.58)$$

Видим, что пространственные четности бозона и соответствующего ему антибозона совпадают, четности же фермиона и соответствующего ему антифермиона отличаются знаком.

4.2. Зарядовая четность. В приведенных выше соотношениях не обязательно считать $|a\rangle$ вектором одночастичного состояния — это может быть и вектор произвольного многочастичного состояния, тогда $|\bar{a}\rangle$ будет вектором состояния, в котором участвуют соответствующие античастицы.

Пусть теперь в состоянии $|a\rangle$ суммарные заряды Q , B , L и суммарная странность S равны нулю, $Q(a) = B(a) = L(a) = S(a) = 0$. Тогда вектор состояния $|\bar{a}\rangle$ только фазовым множителем будет отличаться от вектора состояния $|a\rangle$. Это значит, что при равенстве нулю всех зарядов и странности вектор состояния $|a\rangle$ будет собственным вектором оператора CPT или оператора \mathcal{C} (если он существует). Считая, что оператор \mathcal{C} существует, можем, следовательно, написать

$$\mathcal{C}|a\rangle = \eta_c(a)|a\rangle, \quad Q(a) = B(a) = L(a) = S(a) = 0, \quad (2.59)$$

где $\eta_c(a)$ — собственное значение \mathcal{C} в состоянии $|a\rangle$, причем

$$\eta_c^2(a) = 1.$$

Это значит, что оператор \mathcal{C} для состояний с $Q = B = L = S = 0$ имеет только два собственных значения: $\eta_c(a) = \pm 1$.

Величина $\eta_c(a)$ называется зарядовой четностью состояния $|a\rangle$. Состояния с $\eta_c = +1$ называются зарядово-четными, с $\eta_c = -1$ — зарядово-нечетными.

Подчеркнем, что частица или система частиц может обладать определенной четностью только в том случае, если для нее $Q = B = L = S = 0$. Что касается частиц, то определенной зарядовой четностью обладает, например, γ - и π^0 -мезон. Как мы покажем далее, зарядово-четными являются π^{\pm} , η -, f^0 -мезоны, а зарядово-нечетными — γ -квант, ρ^{\pm} , ω -, ϕ -мезоны.

Рассмотрим подробнее двухчастичное состояние, вектор которого обозначим через $|p_1, p_2; \lambda_1, \lambda_2; \kappa\rangle$, где κ обозначает совокупность квантовых чисел Q, B, L, S для обеих частиц. Тогда, очевидно,

$$\mathcal{C} |p_1, p_2; \lambda_1 \lambda_2; \kappa\rangle = e^{i\delta(\kappa)} |p_1, p_2; \lambda_1 \lambda_2; -\kappa\rangle, \quad (2.60)$$

где $\delta(\kappa)$ — величина фазы, зависящей от квантовых чисел κ . Согласно сказанному выше двухчастичное состояние может быть собственным состоянием оператора \mathcal{C} только в том случае, если суммарные электрический, барионный и лептонный заряды, а также странность равны нулю, т. е. $\kappa = 0$. В частности, двухчастичное состояние из двух тождественных частиц, каждая из которых имеет определенную C -четность, всегда имеет положительную C -четность.

Состояния системы, состоящей из частицы и соответствующей ей античастицы, также обладают определенной C -четностью. Чтобы найти ее, будем считать, что система состоит из одинаковых частиц, которые помимо спиральностей отличаются только знаками зарядов и странности. Тогда естественно предполагать, что вектор состояния системы обладает определенной симметрией относительно перестановки частицы и античастицы. Это дает возможность связать собственные значения оператора \mathcal{C} системы с ее полным спином и угловым моментом.

Предположим, что при перестановке частицы и античастицы вектор состояния пары бозон — антибозон не изменяет, а вектор состояния пары фермион — антифермион изменяет свой знак. Это предположение можно рассматривать как обобщенный принцип Паули. Тогда можем написать

$$\mathcal{C} |jm; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle = (-1)^{2s} \mathcal{P}_{12} |jm; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle, \quad (2.61)$$

где j, m — полный угловой момент и его проекция, s — спин каждой из частиц, \mathcal{P}_{12} — оператор перестановки пространственных и спиновых переменных обеих частиц, $\kappa = 0$ обозначает, что электрический, барионный заряды и странность равны нулю.

Легко видеть, что

$$\mathcal{P}_{12} |jm; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle = (-1)^{l-2s} |jm; \lambda_2, \lambda_1; \kappa = 0\rangle. \quad (2.62)$$

Действительно, действие оператора перестановки \mathcal{P}_{12} на вектор двухчастичного состояния $||p\rangle 00; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle$ определяется формулой

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{12} ||p\rangle 00; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle &= N_p^{-1} \mathcal{P}_{12} (|s, \lambda_1, p; \kappa_1\rangle \otimes |s, \lambda_2, -p; \kappa_2\rangle) = \\ &= N_p^{-1} |s, \lambda_2, -p; \kappa_2\rangle \otimes |s, \lambda_1, p; \kappa_1\rangle, \quad \kappa_1 + \kappa_2 = 0, \end{aligned} \quad (2.63)$$

где N_p — нормировочный множитель, равный $N_p = 4\pi \sqrt{\frac{W}{|p|}}$. Изменение знака импульса первой и второй частиц можно осуществить действием на одночастичные состояния оператора поворота около оси y на угол π , т. е.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{12} ||p|00; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle &= N_p^{-1} (-1)^{s+\lambda_2} e^{i\pi j_y} |s, \lambda_2, p; \kappa_2\rangle \otimes \\ &\otimes (-1)^{s-\lambda_1} e^{i\pi j_y} |s, \lambda_1, -p; \kappa_1\rangle = \\ &= (-1)^{2s-\lambda_1+\lambda_2} e^{i\pi j_y} ||p|00; \lambda_2, \lambda_1; \kappa = 0\rangle. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Подставляя в (2.64) разложение вектора $||p|00; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle$ по состояниям с определенными значениями полного углового момента, получим формулу (2.62). Из формул (2.61) и (2.62) следует, что для того чтобы получить состояния с определенной симметрией относительно перестановки частиц, необходимо взять суперпозиции состояний

$$|jm_j; \lambda_1 \lambda_2; \kappa = 0\rangle \pm (-1)^j |jm_j; \lambda_2 \lambda_1; \kappa = 0\rangle. \quad (2.65)$$

При этом S -четность суперпозиции со знаком плюс будет согласно (2.61) равна $+1$, а со знаком минус будет равна -1 .

Двухчастичное состояние с определенным значением полного углового момента j и проекцией полного углового момента мы характеризовали до сих пор спиральностями λ_1 и λ_2 частиц, т. е. совокупностью чисел $j, m_j; \lambda_1, \lambda_2$. Вместо спиральностей λ_1 и λ_2 двухчастичное состояние можно характеризовать величиной орбитального момента l и полного спина двух частиц s_t , т. е. совокупностью четырех квантовых чисел j, m_j, l и s_t . Связь между векторами состояний $|jm_j; \lambda_1 \lambda_2; \kappa\rangle$ и $|jm_j; l s_t; \kappa\rangle$ будет определяться формулой

$$\begin{aligned} |jm_j; \lambda_1 \lambda_2; \kappa\rangle &= \\ &= \sum_{l, s_t} \left(\frac{2l+1}{2j+1} \right)^{\frac{1}{2}} (l 0 s_t \lambda | jm_j) (s_1 \lambda_1 s_2 - \lambda_2 | s_t \lambda) |jm_j; l s_t; \kappa\rangle, \end{aligned} \quad (2.66)$$

где $(l 0 s_t \lambda | jm_j)$ и $(s_1 \lambda_1 s_2 - \lambda_2 | s_t \lambda)$ — коэффициенты Клебша — Гордона. Из этой формулы видно, что полный угловой момент j двух частиц получается следующим образом: сначала спины s_1 и s_2 складываются в полный спин s_t (с помощью коэффициента $(s_1 \lambda_1 s_2 - \lambda_2 | s_t \lambda)$), а затем орбитальный момент l складывается с полным спином s_t (с помощью коэффициента $(l 0 s_t \lambda | jm_j)$).

Воспользовавшись формулой (2.62), из (2.66) получим

$$\mathcal{P}_{12} |jm_j; l s_t; \kappa = 0\rangle = (-1)^{l+s_t-2s} |jm_j; l s_t; \kappa = 0\rangle,$$

откуда в соответствии с (2.61) имеем

$$C |jm_j; l s_z; \kappa = 0\rangle = (-1)^{l+s_z} |jm_j; l s_z; \kappa = 0\rangle. \quad (2.67)$$

Таким образом, C -четность вектора двухчастичного состояния $|jm_j; l s_z; \kappa = 0\rangle$ с определенным значением орбитального момента l и полного спина s_z равняется $\eta_c = (-1)^{l+s_z}$.

C -четность различных частиц (с нулевыми зарядами и странностью) можно найти, если воспользоваться инвариантностью сильного и электромагнитного взаимодействий относительно зарядового сопряжения. Эта инвариантность приводит, в частности, к закону сохранения C -четности в сильном и электромагнитном взаимодействиях.

Рассмотрим виртуальное превращение протона и антипротона в нейтральный пион, обусловленное сильным взаимодействием. Из-за псевдоскалярности π^0 -мезона аннигиляция нуклонной пары возможна только из состояния с $l = s_z = 0$ (напомним, что внутренняя пространственная четность пары протон — антипротон отрицательна). Из (2.67) следует, что C -четность π^0 -мезона положительна. C -четность ρ^0 -мезона можно определить из распада $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Благодаря сохранению углового момента и пространственной четности образующаяся при распаде система $\pi^+ + \pi^-$ имеет момент $j = 1$, поэтому с помощью (2.67) можно получить $C |\rho^0\rangle = -|\rho^0\rangle$, т. е. C -четность ρ^0 -мезона отрицательна.

Аналогичным способом из распадов $f^0 \rightarrow K^+ + K^-$, $\phi \rightarrow K^+ + K^-$ (спин j и P -четность f^0 -мезона равны 2^+ , а спин и четность ϕ -мезона — 1^-) можно показать, что C -четность f^0 -мезона равна $+1$, а ϕ -мезона равна -1 .

Основным для ω -мезона является распад на три π -мезона, $\omega^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Поскольку изотопический спин ω -мезона равен нулю, то изотопический спин подсистемы $\pi^+\pi^-$ должен равняться единице, т. е. орбитальный момент этой системы нечетен (в силу обобщенного принципа симметрии относительно перестановки двух частиц). Таким образом, $C |\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = -|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle$ (здесь использовано $C |\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$). В итоге получаем, что C -четность ω^0 -мезона равна -1 , $C |\omega^0\rangle = -|\omega^0\rangle$.

Наконец, из электромагнитных виртуальных переходов $\bar{p} + p \rightarrow \gamma$ или $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \gamma$ следует, что C -четность γ -кванта отрицательна. Заметим, что этот факт связан с тем, что γ -квант взаимодействует с электрическим зарядом, который меняет знак при зарядовом преобразовании.

Заметим также, что C -инвариантность сильного и электромагнитного взаимодействий позволяет установить, что разрешенными являются распады $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $\eta \rightarrow 2\gamma$, $f^0 \rightarrow 2\gamma$, $\eta \rightarrow 3\pi^0$, $\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$, $\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$, в то время как распады $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$, $\eta \rightarrow 3\gamma$ запрещены.

C -инвариантность, как нетрудно видеть, приводит к равенству спиральных парциальных амплитуд для процессов $a + b \rightarrow c + d$ и $\bar{a} + \bar{b} \rightarrow \bar{c} + \bar{d}$:

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^j | \lambda_a \lambda_b \rangle = \langle \lambda_c \lambda_{\bar{d}} | S^j | \lambda_{\bar{a}} \lambda_{\bar{b}} \rangle.$$

Для процессов вида $a + \bar{a} \rightarrow b + \bar{b}$ это соотношение приводит к уменьшению числа независимых амплитуд. Так как состояния $|\bar{a}a\rangle$, $|\bar{b}b\rangle$ симметричные или антисимметричные относительно перестановок λ_a и $\lambda_{\bar{a}}$, λ_b и $\lambda_{\bar{b}}$, имеют в силу (2.65) противоположную C -четность, то переходы $a + \bar{a} \rightarrow b + \bar{b}$ между состояниями с различной симметрией относительно перестановки спиральностей частиц запрещены законом сохранения C -четности.

Заметим, что ограничения, накладываемые T -инвариантностью на амплитуды процесса $a + b \rightarrow a + b$, эквивалентны ограничениям, накладываемым C -инвариантностью на амплитуды процесса $a + \bar{a} \rightarrow b + \bar{b}$.

4.3. Экспериментальная проверка C -инвариантности сильного и электромагнитного взаимодействий. Наиболее точно C -инвариантность сильного взаимодействия частиц проверена в реакциях аннигиляции пары протон — антипротон в π - и K -мезоны, причем на опыте исследовались аннигиляция антипротонов с нулевым импульсом (аннигиляция в покое) и аннигиляция антипротонов с отличным от нуля импульсом (аннигиляция на лету).

Выбор для проверки C -инвариантности сильного взаимодействия именно процессов аннигиляции пары протон — антипротон в мезоны, $\bar{p} + p \rightarrow$ мезоны вызван тем, что состояния $|\bar{p}p\rangle$ с определенными значениями орбитального момента и полного спина обладают определенной C -четностью. Поэтому, если сохраняется C -инвариантность сильного взаимодействия, то вероятности (полные и дифференциальные) процессов $\bar{p} + p \rightarrow a_1 + a_2 + a_3$, $\bar{p} + p \rightarrow a_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3$ должны быть одинаковыми (здесь a_i , $i = 1, 2, 3$, служит для обозначения π - и K -мезонов). Такие реакции будем называть зарядово-сопряженными реакциями (это определение относится к образованию произвольного числа мезонов при $\bar{p}p$ -аннигиляции).

Для проверки C -инвариантности на опыте сравнивались распределения по энергиям и эффективным массам мезонов, которые образуются в зарядово-сопряженных реакциях. В случае аннигиляции антипротонов на лету производилось сравнение угловых распределений образующихся частиц и античастиц.

Если сильное взаимодействие адронов C -инвариантно, то, например, в паре зарядово-сопряженных реакций $\bar{p} + p \rightarrow \bar{K}^0 + K^+ + \pi^-$, $\bar{p} + p \rightarrow K^0 + K^- + \pi^+$ число π^- -мезонов данной энергии

должно быть равно числу π^+ -мезонов с той же энергией, а число пар ($K^+\pi^-$) с некоторой эффективной массой $m(K^+\pi^-)$ — число пар ($K^-\pi^+$) с той же эффективной массой. В этих реакциях также должны совпадать числа $K^0(K^+)$ - и $\bar{K}^0(K^-)$ -мезонов, а также распределения по эффективным массам пар (\bar{K}^0K^+) и (K^0K^-), ($\bar{K}^0\pi^-$) и ($K^0\pi^+$).

Система $\bar{p} + p$ для антипротонов с нулевым импульсом имеет нулевой орбитальный момент и может находиться в двух состояниях: триплетном (полный спин равен единице) с C -четностью $\eta_c = -1$ и синглетном (полный спин равен нулю) с C -четностью $\eta_c = +1$. C -нечетные эффекты аннигиляции антипротонов в покое могут возникнуть вследствие интерференции амплитуд процесса $p + \bar{p} \rightarrow$ мезоны с противоположными значениями C -четности. Полная вероятность процесса $p + \bar{p} \rightarrow$ мезоны не будет содержать интерференции этих амплитуд и, следовательно, не будет чувствительна к возможным эффектам нарушения C -инвариантности. Поэтому, чтобы обнаружить нарушение C -инвариантности, необходимо сравнивать именно дифференциальные распределения частиц в конечном состоянии реакций $p + \bar{p} \rightarrow$ мезоны.

На опыте не были обнаружены эффекты нарушения C -инвариантности. При этом были получены следующие верхние границы для относительной величины $r_c \equiv |A^{(-)}|/|A^{(+)}|$ C -нечетной ($A^{(-)}$) и C -четной ($A^{(+)}$) амплитуд аннигиляции пары протон — антипротон в мезоны:

- при $p\bar{p}$ -аннигиляции в покое образуются пионы [8] $r_c = 0,01$;
- при $p\bar{p}$ -аннигиляции в покое образуются K -мезоны [8] $r_c = 0,02$;
- при $p\bar{p}$ -аннигиляции на лету (импульс антипротона равен $1,2 \text{ Гэв}$) [12] $r_c = 0,004 \pm 0,01$.

Эти оценки позволяют считать экспериментально доказанным, что в сильном взаимодействии C -инвариантность выполняется с хорошей точностью.

C -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов наиболее точно проверена в электромагнитных распадах π^0 - и η -мезонов. Выбор именно этих мезонов обусловлен тем, что π^0 и η имеют определенную C -четность и их распады обусловлены электромагнитным взаимодействием.

Проверка C -инвариантности может быть осуществлена либо поиском запрещенных сохранением C -четности распадов, например таких, как $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, либо поиском зарядовой асимметрии частиц, образующихся в разрешенных сохранением C -четности распадах, например таких, как $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Вероятность запрещенных распадов пропорциональна квадрату амплитуды, не сохраняющей C -четность. Зарядовая асимметрия

продуктов распада определяется интерференцией C -четной и C -нечетной амплитуд соответствующего распада.

Для ширины Γ распадов, запрещенных сохранением C -четности, на опыте получены следующие оценки [22]:

$$\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 3\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} \leq 5 \cdot 10^{-6}, \quad \frac{\Gamma(\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)}{\Gamma_t(\eta)} \leq 4 \cdot 10^{-4},$$

где $\Gamma_t(\eta)$ — полная ширина η -мезона.

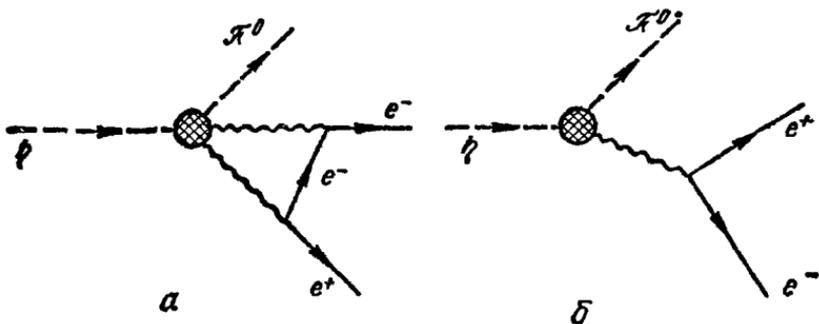


Рис. 2.2. Возможные механизмы распада $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$:

а — двухфотонный сохраняющий C -четность; б — однофотонный не сохраняющий C -четность.

Заметим, что простейший матричный элемент распада $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$, удовлетворяющий требованиям градиентной инвариантности и симметрии относительно перестановок γ -квантов в конечном состоянии, должен быть пропорционален седьмой степени импульсов конечных γ -квантов. Поэтому из соображений размерности для вероятности $\omega(\pi^0 \rightarrow 3\gamma)$ распада $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$ можно написать

$$\omega(\pi^0 \rightarrow 3\gamma) = \text{const } \alpha^3 f^2 m_\pi (\bar{E}_\gamma R_a)^{13},$$

где $\bar{E}_\gamma = \frac{m_\pi}{3}$, R_a — радиус взаимодействия, f — константа возможного C -нечетного ($\pi 3\gamma$) взаимодействия. Неопределенность в величине R_a делает, как видно из приведенной формулы, исключительно неопределенной оценку константы f .

Если C -четность сохраняется в электромагнитном взаимодействии адронов, то распад $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$ будет определяться двухфотонным механизмом (рис. 2.2, а), поэтому матричный элемент этого распада должен быть пропорционален малой величине α^2 . Отсюда следует, что распад $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ e^-$ должен быть существенно подавлен по сравнению с другими распадами η -мезона, например такими, как $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, $\eta \rightarrow 3\pi^0$, $\eta \rightarrow 2\gamma$, матричные элементы которых пропорциональны α . Если же C -четность не сохраняется в электромагнитном взаимодействии адронов, то становится возможным однофотонный механизм распада $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ (см.

рис. 2.2, б) и матричный элемент будет пропорционален α . Следовательно, в этом случае вероятность распада $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$ должна быть сравнима с вероятностями разрешенных распадов η -мезона.

Полученная на опыте оценка для $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$ свидетельствует о том, что C -неинвариантный однофотонный механизм для распада $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ существенно подавлен. Отметим, что распад $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ чувствителен только к изовекторной части тока между состояниями π^0 - и η -мезонов, нарушающего C -инвариантность электромагнитного взаимодействия.

Интерференция C -четных и C -нечетных амплитуд может наблюдаться в следующих распадах.

Распад $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Степень нарушения C -инвариантности в этом распаде удобно характеризовать величиной зарядовой асимметрии образующихся заряженных π -мезонов

$$\mathcal{A}_c = \frac{N^{(+)} - N^{(-)}}{N^{(+)} + N^{(-)},}$$

где N^\pm — число распадов $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$, в которых энергия π^\pm -мезонов превышает энергию π^\mp -мезонов.

Если $\mathcal{A}_c \neq 0$, то следует говорить о нарушении C -инвариантности в распаде $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Отметим, однако, что при отсутствии взаимодействия между пионами в конечном состоянии распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ $\mathcal{A}_c = 0$, если имеет место CPT -инвариантность. Поэтому величина асимметрии \mathcal{A}_c может характеризовать нарушение C -инвариантности только в том случае, если π -мезоны в конечном состоянии распада $\eta \rightarrow 3\pi$ сильно взаимодействуют.

Из анализа 220 659 случаев распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ найдено [18], что $\mathcal{A}_c = -0,0005 \pm 0,0022$, т. е. в пределах достигнутой высокой точности измерений асимметрия распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ равна нулю.

Распад $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$. Этот распад особенно чувствителен к изоскалярной части C -неинвариантного электромагнитного взаимодействия адронов (подробнее см. § 1 гл. 3).

Возможное нарушение C -инвариантности в этом распаде тоже можно характеризовать зарядовой асимметрией. На основе анализа 36 155 распадов $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$ найдено [28] $\mathcal{A}_c = 0,005 \pm \pm 0,006$, что в пределах ошибок согласуется с нулевым значением \mathcal{A}_c . Отметим, что малая зарядовая асимметрия распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$ не позволяет, однако, утверждать, что C -нечетная амплитуда этого распада существенно меньше C -четной. Дело в том, что зарядовая асимметрия распада $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ должна быть малой независимо от того, выполняется или не выполняется C -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов. Больше того, если сохраняется CPT -инвариантность, то $\mathcal{A}_c = 0$ даже в том

случае, если C -инвариантность электромагнитного взаимодействия нарушена. Это утверждение справедливо, если пренебречь взаимодействием пионов в конечном состоянии распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Поэтому возможная C -нечетная амплитуда может привести к зарядовой асимметрии распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ только в том случае, если пионы сильно взаимодействуют в конечном состоянии. Однако пионы, образующиеся в распаде, не могут взаимодействовать достаточно сильно. Действительно, зарядовая асимметрия распада $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$ определяется интерференцией C -четной и C -нечетной амплитуд. C -четная амплитуда распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ описывает образование системы $(\pi^+\pi^-)$ с нечетными значениями орбитального момента, C -нечетная — с четными значениями орбитального момента начиная с $l = 2$. Наибольший вклад в зарядовую асимметрию должна вносить интерференция амплитуд распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ с образованием пионов в состояниях с $l = 1$ и 2. Но из-за малого энерговыделения в распаде $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ взаимодействие пионов в этих состояниях подавлено центробежным барьером.

Таким образом, можно утверждать, что имеющиеся опытные данные хорошо согласуются с соотношением $\mathcal{C}_{st} = \mathcal{C}_{em} \equiv \mathcal{C}$. Иными словами, сильное и электромагнитное взаимодействия инвариантны относительно зарядового сопряжения и операторы зарядового сопряжения одинаковы для этих фундаментальных взаимодействий.

Слабое взаимодействие элементарных частиц нарушает C -инвариантность, т. е. $\mathcal{C}_{wk} \neq \mathcal{C}$. Это нарушение столь же сильно, как и нарушение P -инвариантности слабого взаимодействия. Между тем большинство слабых процессов CP -инвариантно. Незначительное нарушение CP -инвариантности наблюдается только при слабых распадах нейтральных K -мезонов [4].

Глава 3

УНИТАРНЫЕ СИММЕТРИИ

§ 1. ИЗОТОПИЧЕСКАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

1.1. Изотопический спин. Изучим приближенные динамические симметрии, свойственные сильному взаимодействию.

С точки зрения только сильного взаимодействия адроны могут быть разбиты на определенные группы с одинаковыми свойствами частиц в каждой. Эти группы называются изотопическими мультиплетами, а одинаковость свойств частиц в рамках одного мультиплета — изотопической инвариантностью.

Простейшими изотопическими мультиплетами являются нуклонный дублет, объединяющий протон p и нейтрон n , и пионный триплет, объединяющий заряженные пионы π^+ , π^- и нейтральный пион π^0 . На примере этих мультиплетов и их взаимодействия между собой легче всего разъяснить сущность изотопической симметрии и понять возможности ее обобщения [3].

Если пренебречь электромагнитным взаимодействием, то массы протона и нейтрона, как и массы пионов трех сортов, будут одинаковы. Поэтому в этом случае можно ввести единое нуклонное поле, объединяющее протонное поле ψ_p и нейтронное поле ψ_n ,

$$\psi_N = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

и единое пионное поле φ_π , объединяющее поля заряженных и нейтральных пионов,

$$\varphi_\pi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3),$$

где компоненты σ_i следующим образом связаны с полями π -мезонов:

$$\varphi_{\pi^+} = \frac{\varphi_1 + i\varphi_2}{\sqrt{2}}, \quad \varphi_{\pi^0} = \varphi_3, \quad \varphi_{\pi^-} = \frac{\varphi_1 - i\varphi_2}{\sqrt{2}}.$$

Очевидно, ψ_N представляет собой 8-компонентный спинор, а φ_π — трехкомпонентный вектор.

Лагранжиан нуклонного и пионного полей имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 \equiv \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\pi = & -\bar{\psi}_N \left(i\gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + M \right) \psi_N - \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_\pi}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \varphi_\pi}{\partial x_\alpha} + m_\pi^2 \varphi_\pi \varphi_\pi \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$\bar{\psi}_N \psi_N = \bar{\psi}_p \psi_p + \bar{\psi}_n \psi_n, \quad \varphi_\pi \varphi_\pi = \varphi_1 \varphi_1 + \varphi_2 \varphi_2 + \varphi_3 \varphi_3,$$

M — масса нуклона, m_π — масса π -мезона. Протонное и нейтронное поля в этот лагранжиан входят совершенно одинаково, как и пионные поля с различными электрическими зарядами. Иными словами, в лагранжиане \mathcal{L}_0 эти поля нельзя отличить друг от друга. Поэтому целесообразно пользоваться обозначениями $\psi_p = \psi_1$, $\psi_n = \psi_2$, чтобы подчеркнуть эквивалентность двух типов нуклонов (как и трех типов пионов). Индекс i при ψ_i ($i = 1, 2$), как и индекс k при φ_k ($k = 1, 2, 3$), будем называть изотопическим индексом. Математически эта эквивалентность означает, что лагранжиан инвариантен относительно преобразований

$$\left. \begin{aligned} \psi_N \rightarrow \psi'_N = U^{(N)} \psi_N, \quad \psi'_i = U_{ik}^{(N)} \psi_k, \quad i, k = 1, 2, \\ \varphi_\pi \rightarrow \varphi'_\pi = U^{(\pi)} \varphi_\pi, \quad \varphi'_i = U_{ik}^{(\pi)} \varphi_k, \quad i, k = 1, 2, 3, \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

где

$$\psi_N = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad \varphi_\pi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix},$$

$U^{(N)}$, $U^{(\pi)}$ — матрицы, действующие на изотопический индекс и оставляющие инвариантными квадратичные формы

$$\bar{\psi}_N \psi_N = \bar{\psi}_1 \psi_1 + \bar{\psi}_2 \psi_2, \quad \varphi_\pi \cdot \varphi_\pi = \varphi_1 \varphi_1 + \varphi_2 \varphi_2 + \varphi_3 \varphi_3.$$

Матрицу $U^{(N)}$ легко построить. Это должна быть унитарная 2×2 -матрица, т. е. $U^{(N)} U^{(N)\dagger} = U^{(N)\dagger} U^{(N)} = I$, а наиболее общая ее структура такова:

$$U^{(N)} = e^{i\delta} e^{i\Lambda \cdot \tau/2},$$

где δ — произвольное вещественное число, Λ — произвольный вещественный вектор, $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ — три матрицы Паули:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Совокупность преобразований $e^{i\Lambda \cdot \tau/2}$, т. е. унитарных 2×2 -матриц в двумерном комплексном пространстве с единичным детерминантом ($\det e^{i\Lambda \cdot \tau/2} = 1$), образует группу, которая называется группой SU_2 . Умножение на $e^{i\delta}$ также образует группу — группу фазовых преобразований. Таким образом, можно сказать, что лагранжиан \mathcal{L}_0 инвариантен относительно группы преобразований SU_2 и группы фазовых преобразований.

Инвариантность относительно преобразований группы SU_2 называется изотопической.

Матрицы $U^{(\alpha)}$ соответствуют вращениям в трехмерном действительном пространстве Φ_π , однако такие вращения также образуют группу SU_2 , так как $\Phi_\pi \cdot \Phi_\pi$ можно записать в виде

$$\Phi_\pi \cdot \Phi_\pi = \Phi_+^* \Phi_+ + \Phi_3 \Phi_3,$$

где $\Phi_+ = \Phi_1 + i\Phi_2$. Поэтому при вращениях в таком пространстве остается инвариантной квадратичная форма, содержащая две комплексные переменные Φ_+ и Φ_3 .

Существование группы симметрии всегда приводит к законам сохранения, выражающим постоянство некоторых квантовых чисел. Действительно, пусть лагранжиан $\mathcal{L}(x)$ системы полей $\psi_i(x)$ инвариантен относительно бесконечно малых преобразований $\psi_i(x) \rightarrow \psi_i(x) + \Lambda F_i(\psi)$, где Λ — бесконечно малый и не зависящий от x параметр, F_i — некоторые функции полей ψ_i , т. е. $\delta\mathcal{L}(x)/\delta\Lambda = 0$. Предположим, что Λ является функцией x , $\Lambda = \Lambda(x)$, тогда величины

$$J_\mu = \delta\mathcal{L}(x)/\delta\partial_\mu\Lambda(x), \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \quad (3.3)$$

где $\partial_\mu\Lambda \equiv \frac{\partial\Lambda}{\partial x_\mu}$, удовлетворяют (в силу уравнений движения поля) уравнению

$$\frac{\partial J_\mu(x)}{\partial x_\mu} = \frac{\delta\mathcal{L}(x)}{\delta\Lambda} = 0. \quad (3.4)$$

Величины $J_\mu(x)$ образуют 4-вектор, который можно назвать током, связанным с преобразованием $\psi_i(x) \rightarrow \psi_i(x) + \Lambda F_i$. Соотношение (3.4) представляет собой уравнение непрерывности для тока (или сохранение тока). Из него вытекает постоянство во времени величины

$$Q = \int J_0(x) d^3x, \quad (3.5)$$

которую называют зарядом, отвечающим току J_μ . Например, инвариантности лагранжиана (3.1) относительно фазовых преобразований $\psi_N \rightarrow \psi_N e^{i\delta}$, $\Phi_\pi \rightarrow \Phi_\pi$ соответствует сохраняющийся ток

$$J_\mu^{(B)}(x) = \bar{\psi}_N(x) \gamma_\mu \psi_N(x) \quad (3.6)$$

и постоянный заряд

$$B = \int \psi_N^*(x) \psi_N(x) d^3x. \quad (3.7)$$

Эта величина называется барионным зарядом (или барионным числом), который в процессах с участием нуклонов сохраняется вследствие инвариантности лагранжиана относительно фазовых преобразований $e^{i\delta}$.

Учитывая операторный характер поля $\psi_N(x)$, барионный заряд можно представить в виде

$$B = \int d^3p [n_+(p) - n_-(p)],$$

где $n_+(\mathbf{p}) d^3p$ — число барионов, $n_-(\mathbf{p}) d^3p$ — число антибарионов в интервале импульсов $\mathbf{p}, \mathbf{p} + d\mathbf{p}$. Эта величина не меняется с течением времени.

Инвариантности лагранжиана свободного нуклонного поля относительно преобразований $\psi_N \rightarrow e^{i\Lambda\tau/2} \psi_N$ соответствуют три тока

$$J_{i,\mu}^{(N)} = \bar{\psi}_N(x) \gamma_\mu \frac{\tau_i}{2} \psi_N(x), \quad i = 1, 2, 3,$$

и три не зависящих от времени заряда

$$I_i^{(N)} = \int \psi_N^\dagger(x) \frac{\tau_i}{2} \psi_N(x) d^3x, \quad (3.8)$$

которые называются компонентами изотопического спина нуклонного поля.

Учитывая перестановочные соотношения $[\psi_{N,i}^\dagger(\mathbf{x}, x_0), \psi_{N,i'}(\mathbf{x}', x_0)]_+ = \delta_{i'i} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ для поля ψ_N (i — изотопический индекс, $i = 1, 2$), легко убедиться, что компоненты изотопического спина (3.8) удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[I_m^{(N)}, I_n^{(N)}]_- = i\epsilon_{mni} I_i^{(N)}, \quad (3.9)$$

где ϵ_{mni} — совершенно антисимметричный единичный тензор. Легко проверить, что

$$[I^{(N)}, \psi_N(x)]_- = -\frac{\tau}{2} \psi_N(x), \quad [I^{(N)}, \psi_N^\dagger(x)]_- = \psi_N^\dagger(x) \frac{\tau}{2}. \quad (3.10)$$

Поля ψ_N и $\psi'_N(x)$ удовлетворяют одинаковым перестановочным соотношениям и одинаковым уравнениям движения. Поэтому они должны быть связаны между собой некоторым не зависящим от времени унитарным преобразованием U , действующим в гильбертовом пространстве векторов состояний системы полей

$$\psi'_N(x) = U\psi_N(x)U^\dagger = e^{-i\Lambda \cdot \tau/2} \psi_N(x). \quad (3.11)$$

Используя соотношение (3.10), получим

$$U = e^{i\Lambda \cdot I^{(N)}}, \quad I^{(N)} = \int \psi_N^\dagger(x) \frac{\tau}{2} \psi_N(x) d^3x.$$

Отсюда можно найти законы преобразования барионного числа B и компонент изотопического тока нуклонов $J_{i,\mu}^{(N)}$ при преобразовании $\psi_N \rightarrow \psi'_N = e^{i\Lambda \cdot \tau/2} \psi_N$. Барионное число, очевидно, не изменяется:

$$\begin{aligned} B' &= e^{i\Lambda \cdot I^{(N)}} \left(\int d^3x \varphi_N^\dagger(x) \psi_N(x) \right) e^{-i\Lambda \cdot I^{(N)}} = \\ &= \int d^3x \psi_N^\dagger(x) \psi'_N(x) = \int \psi_N^\dagger(x) \psi_N(x) d^3x. \end{aligned}$$

Поэтому говорят, что B представляет собой изотопический скаляр.

Чтобы найти закон преобразования $J_\mu^{(N)}$, достаточно рассмотреть бесконечно малые Λ . В этом случае

$$\begin{aligned} (J_\mu^{(N)})' &= \bar{\psi}'_N(x) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi'_N(x) = \\ &= \bar{\psi}_N \left(1 + i \frac{\Lambda \cdot \tau}{2} \right) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} \left(1 - i \frac{\Lambda \cdot \tau}{2} \right) \psi_N = J_\mu^{(N)} + \Lambda \times J_\mu^{(N)}, \end{aligned}$$

т. е. изотопический ток преобразуется как обычный вектор при вращениях координатной системы. Поэтому изотопический ток и другие величины, преобразующиеся как ток, называют изотопическими векторами.

Совокупность преобразований $e^{i\Lambda \cdot \tau/2}$ образует двумерное представление операторов $e^{i\Lambda \cdot 1}$ группы SU_2 . При бесконечно малых Λ операторы $U = e^{i\Lambda \cdot 1^{(N)}}$ имеют вид $U = 1 + i\Lambda \cdot \mathbf{I}^{(N)}$. Поэтому операторы $\mathbf{I}^{(N)}$ являются генераторами группы SU_2 . Они удовлетворяют перестановочным соотношениям (3.9).

Лагранжиан свободного пионного поля \mathcal{L}_π инвариантен относительно вращений в трехмерном пространстве вещественных полей $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Этим вращениям соответствуют матрицы

$$R(\Lambda) = \exp(i\Lambda \cdot \mathbf{t}/2),$$

где Λ — вещественный вектор, t_i ($i = 1, 2, 3$) — три 3×3 -матрицы, которые можно выбрать в виде

$$t_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad t_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad t_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Эти матрицы удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[t_i, t_k]_- = 2i\epsilon_{ikl}t_l. \quad (3.12')$$

Бесконечно малым Λ соответствуют преобразования пионного поля $\varphi_\pi \rightarrow \varphi_\pi - \Lambda \times \varphi_\pi$. Используя это преобразование, можно в соответствии с (3.3) получить выражения для сохраняющего тока

$$J_\mu^{(\pi)} = \varphi_\pi \times \frac{\partial \varphi_\pi}{\partial x_\mu} \quad (3.13)$$

и соответствующих ему зарядов

$$I^{(\pi)} = \int d^3x \varphi_\pi(x) \times \varphi_\pi(x), \quad \varphi_\pi(x) = \frac{\partial \varphi_\pi(x)}{\partial x_0}. \quad (3.14)$$

Эти величины представляют собой компоненты изотопического спина пионного поля. Они удовлетворяют тем же перестановочным соотношениям, что и компоненты $\mathbf{I}^{(N)}$:

$$[I_m^{(\pi)}, I_n^{(\pi)}]_- = i\epsilon_{mnl}I_l^{(\pi)}.$$

Как и в случае нуклонного поля, пионное поле φ_π и преобразованное пионное поле $\varphi'_\pi = e^{i\Lambda \cdot t/2} \varphi_\pi$ удовлетворяют одинаковым перестановочным соотношениям и одинаковым уравнениям движения. Поэтому поля φ_π и φ'_π должны быть связаны между собой не зависящим от времени унитарным преобразованием, действующим в гильбертовом пространстве векторов состояний пионного поля. Легко проверить, что таким унитарным преобразованием является $e^{i\Lambda \cdot t^{(n)}}$, т. е.

$$e^{i\Lambda \cdot t^{(n)}} \varphi_\pi e^{-i\Lambda \cdot t^{(n)}} = \varphi'_\pi = e^{i\Lambda \cdot t/2} \varphi_\pi.$$

Как и совокупность матриц $e^{i\Lambda t/2}$, совокупность матриц $e^{i\Lambda \cdot t/2}$ с 3×3 -матрицами t , удовлетворяющими соотношениям (3.12'), определяет представление группы SU_2 : первая совокупность матриц определяет двумерное, вторая — трехмерное представление.

Преобразования полей $\psi_{(N)}$ и φ_π , относительно которых инвариантен лагранжиан \mathcal{L}_0 , по своей структуре тождественны преобразованиям двухкомпонентного спинора и трехкомпонентного вектора при вращениях в трехмерном вещественном пространстве. Поэтому их можно интерпретировать как вращения в некотором абстрактном трехмерном пространстве. Это пространство называется изотопическим пространством, а соответствующие вращения — изотопическими вращениями.

Так как перестановочные соотношения для операторов $I_i(I_i^{(N)}, I_i^{(n)})$ совпадают с перестановочными соотношениями для операторов углового момента, то операторы изотопического спина должны обладать свойствами углового момента. Можно ввести поэтому оператор квадрата изотопического спина

$$\mathbf{I}^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2.$$

Как и для углового момента, оператор \mathbf{I}^2 коммутирует со всеми I_i , поэтому операторы \mathbf{I}^2 и I_3 можно одновременно привести к диагональному виду. Оператор I_3 можно назвать оператором проекции изотопического спина, а его собственные значения — проекциями изотопического спина.

Если протон и нейтрон описываются изотопическими волновыми функциями

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то, очевидно,

$$I_3^{(N)} |p\rangle = \frac{\tau_3}{2} |p\rangle = \frac{1}{2} |p\rangle, \quad I_3^{(N)} |n\rangle = \frac{\tau_3}{2} |n\rangle = -\frac{1}{2} |n\rangle.$$

Таким образом, проекции изотопического спина протона и нейтрона равны $+\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$ соответственно.

Легко видеть, что

$$(I^{(N)})^2 |N\rangle = \frac{\tau^2}{4} |N\rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) |N\rangle,$$

т. е. квадрат изотопического спина нуклона равен $I^{(N)} (I^{(N)} + 1)$, где $I^{(N)}$ — максимальное значение проекции изотопического спина. Эта величина называется изотопическим спином.

Аналогичные соотношения можно установить для пионов. Выбрав операторы $I^{(\pi)}$ в виде матрицы \mathbf{t} , легко убедиться, что комбинации пионного поля $\varphi_{\pi^0} = \varphi_3$, $\varphi_{\pi^{\pm}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1 \pm i\varphi_2)$ диагонализуют оператор $I_3^{(\pi)}$, причем собственные значения $I_3^{(\pi)}$ для этих комбинаций равны 0, ± 1 .

Можно также показать, что квадрат изотопического спина пиона равен $I^{(\pi)} (I^{(\pi)} + 1)$, где $I^{(\pi)} = 1$ — максимальное значение проекции $I_3^{(\pi)}$. Эта величина называется изотопическим спином пиона.

Подобно протону, нейтрону, заряженным и нейтральному пионам другие адроны также могут быть сгруппированы в отдельные изотопические мультиплеты. Все адроны в рамках одного изомультиплета обладают определенным изотопическим спином, но различными его проекциями. Массы отдельных адронов, входящих в изомультиплет, — они называются компонентами изомультиплета — близки. Например, гипероны Σ^+ , Σ^0 , Σ^- образуют изотопический триплет с изоспином 1, гипероны Ξ^0 , Ξ^- образуют изотопический дублет с изоспином 1/2, а Λ -гиперон представляет собой изотопический синглет с изоспином 0.

Так как в пределах изотопического мультиплета частицы отличаются только проекцией изотопического спина, изменяющейся через единицу от $-I$ до I , принимая всего $(2I + 1)$ разных значений, то изомультиплет с изоспином I содержит $(2I + 1)$ частиц. Число частиц в изомультиплете называют размерностью мультиплета. Поскольку для любого изоспина $(2I + 1)$ — целое число, то размерность изомультиплетов может принимать значения 1, 2, 3, ...

До сих пор мы рассматривали свободные нуклоны и пионы и получили для них сохраняющиеся изотопические спины $I^{(N)}$ и $I^{(\pi)}$. Если учитывать взаимодействие нуклонов и пионов, то эти величины уже не будут сохраняться. Однако если взаимодействие изотопически инвариантно, то, хотя величины $I^{(N)}$ и $I^{(\pi)}$ порознь не сохраняются, их сумма, представляющая суммарный изотопический спин нуклонов и пионов, сохраняется.

Чтобы разъяснить это обстоятельство, предположим, что лагранжиан взаимодействия нуклонов с пионами определяется выражением

$$\mathcal{L}_{\pi N}(x) = g_{\pi} \bar{\psi}_N(x) \gamma_5 \frac{\tau}{2} \psi_N(x) \varphi_{\pi}(x),$$

где g_{π} — безразмерная константа.

Инвариантность «полного» лагранжиана $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\pi N}$ относительно одновременных бесконечно малых преобразований нуклонного и пионного полей

$$\psi_N(x) \rightarrow \psi'_N(x) = \left(1 + \frac{i}{2} \Lambda \tau\right) \psi_N, \quad \varphi_\pi(x) \rightarrow \varphi_\pi + \varphi_\pi \times \Lambda, \quad |\Lambda| \ll 1,$$

приводит к трем токам

$$J_\mu^{(\pi N)} = \bar{\psi}_N(x) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi_N(x) + \varphi_\pi \times \frac{\partial \varphi_\pi}{\partial x_\mu},$$

из сохранения которых вытекает независимость от времени трех зарядов

$$I^{(\pi N)} = \int d^3x \left(\psi_N^\dagger(x) \frac{\tau}{2} \psi_N(x) + \varphi_\pi(x) \times \frac{\partial \varphi_\pi(x)}{\partial x_0} \right) = I^{(N)} + I^{(\pi)},$$

образующих вектор суммарного изотопического спина нуклонов и пионов.

Так как нуклонное и пионное поля коммутируют между собой, то

$$[I_m^{(\pi N)}, I_n^{(\pi N)}]_- = i \varepsilon_{mnl} I_l^{(\pi N)}.$$

Эти перестановочные соотношения совпадают с перестановочными соотношениями для компонент изотопического спина нуклонов и пионов и с перестановочными соотношениями для углового момента.

Таким образом, инвариантность лагранжиана πN -взаимодействия $\mathcal{L}_{\pi N}$ относительно изотопических поворотов приводит к сохранению суммарного изотопического спина нуклонов и пионов. Этот вывод не связан с видом лагранжиана. Более того, он справедлив и в том случае, когда вообще нельзя пользоваться лагранжевым формализмом, например в случае сильного взаимодействия. Сильное взаимодействие обладает изотопической инвариантностью, т. е. сохраняются полный изотопический спин и одна из его проекций во всех процессах, обусловленных сильным взаимодействием. При этом полный изотопический спин системы адронов складывается из изотопических спинов отдельных адронов по правилам сложения угловых моментов.

Из изотопической инвариантности сильного взаимодействия следует, что матрица рассеяния S , описывающая процессы, обусловленные сильным взаимодействием (сильные процессы), коммутирует с проекциями I_i изотопического спина, $[S, I_i]_- = 0$, причем ее матричные элементы, связывающие состояния с изотопическими спинами I, I' и их проекциями I_3, I'_3 , имеют следующую структуру:

$$\langle I', I'_3 | S | I, I_3 \rangle = \delta_{II'} \delta_{I_3 I'_3} S(I, I_3), \quad (3.15)$$

Можно показать, что величина $S(I, I_3)$ в действительности зависит только от I и не зависит от I_3 , $S(I, I_3) = S(I)$.

Величины $S(I)$, которые можно назвать изотопическими амплитудами, описывают рассеяние адронов в состоянии с полным изотопическим спином I .

Число изотопических амплитуд определяется изотопическими спинами частиц, участвующих в реакции. Например, рассеяние π -мезонов нуклонами ($\pi + N \rightarrow \pi + N$) описывается двумя изотопическими амплитудами с полными изоспинами $1/2$ и $3/2$. Поэтому амплитуда любого процесса πN -рассеяния (с определенным набором зарядов частиц) может быть выражена через изотопические амплитуды $S\left(\frac{1}{2}\right)$ и $S\left(\frac{3}{2}\right)$. Так как число различных процессов $\pi + N \rightarrow \pi + N$ больше двух, то изотопическая инвариантность приводит к определенным линейным соотношениям между амплитудами πN -рассеяния.

1.2. Экспериментальная проверка изотопической инвариантности. В предыдущем разделе показано, что изотопическая инвариантность позволяет получать изотопические соотношения между амплитудами различных процессов, обусловленных сильным взаимодействием. На этом основана экспериментальная проверка изотопической инвариантности сильного взаимодействия.

Однако следует иметь в виду, что такого рода соотношения будут справедливы только в том случае, если пренебречь электромагнитным взаимодействием, которое, как будет видно далее, нарушает изотопическую инвариантность. Поэтому точность этих соотношений не должна превышать степени различия масс частиц в одном изотопическом мультиплете, которое обусловлено электромагнитным взаимодействием. Например, в случае пионов точность не должна превышать величины $(m_{\pi^+} - m_{\pi^0})/m_{\pi} \approx 0,03$.

Приведем результаты наиболее точной проверки следствий, вытекающих из изотопической инвариантности сильного взаимодействия.

1. Поскольку изотопический спин φ^0 -мезона равен нулю, то квадраты амплитуд распадов $\varphi^0 \rightarrow K^+ + K^-$ и $\varphi^0 \rightarrow K^0 + \bar{K}^0$ должны быть равны. Чтобы получить соотношение между вероятностями этих распадов, необходимо учесть различие фазовых объемов, обусловленное различием масс K^+ - и K^0 -мезонов. В результате для отношения вероятностей распадов φ^0 -мезона получается величина $r_{th} = \Gamma(\varphi^0 \rightarrow K^0 \bar{K}^0) / \Gamma(\varphi^0 \rightarrow K^+ K^-) = 0,67$, которая хорошо согласуется с измеренным на опыте значением $r_{exp} = 0,74 \pm \pm 0,09$ [46].

2. Сохранение полного изоспина в реакциях $p + d \rightarrow \pi^0 + \text{He}^3$ и $p + d \rightarrow \pi^+ + \text{H}^3$ позволяет предсказать для отношения сечений (если считать, что ядра He^3 и H^3 принадлежат к изотопи-

ческому дублету с изотопическим спином $I = \frac{1}{2}$) величину

$$r_d = \frac{\sigma(pd \rightarrow \pi^+ \text{H}^3)}{\sigma(pd \rightarrow \pi^0 \text{He}^3)} = 2,$$

так как конечные частицы образуются в состоянии с полным изоспином $1/2$ (как будет показано ниже, изотопический спин дейтрона равен нулю). На опыте найдено $r_d = 1,91 \pm 0,25$ [28] и $2,26 \pm 0,11$ [22].

3. Реакция $d + d \rightarrow \text{He}^4 + \pi^0$ запрещена сохранением изоспина, поскольку ядра d и He^4 имеют нулевой изоспин [7]. Найденная верхняя оценка сечения [1] $\sigma(dd \rightarrow \pi^0 \text{He}^4) < 1,6 \cdot 10^{-32}$ сравнима с сечением электромагнитного разрешенного процесса $d + d \rightarrow \text{He}^4 + \gamma$ ($\sigma \geq 0,8 \cdot 10^{-32} \text{ см}^2$).

4. Ширина запрещенного сохранением изоспина распада $\omega \rightarrow 2\pi$ составляет $\Gamma(\omega \rightarrow 2\pi) \simeq 0,13 \text{ Мэв}$ [46], тогда как ширина разрешенного распада ρ -мезона существенно больше: $\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = 150 \text{ Мэв}$. Величина $\sqrt{\Gamma(\omega \rightarrow 2\pi)/\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi)} \simeq 3 \cdot 10^{-2}$ характеризует отношение амплитуды, не сохраняющей изоспин, к амплитуде, сохраняющей изоспин, и совпадает с ожидаемой величиной электромагнитных поправок.

5. Процессы $p + p \rightarrow d + \pi^+$, $p + n \rightarrow d + \pi^0$ описываются одной изотопической амплитудой, отвечающей взаимодействию с полным изоспином 1, поэтому должно выполняться соотношение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(pn \rightarrow d\pi^0) = \frac{1}{2} \frac{d\sigma}{d\Omega}(pp \rightarrow d\pi^+), \quad (3.16)$$

причем сечения этих процессов необходимо сравнивать при одинаковых полных энергиях и углах образования пионов в СЦИ (вдали от порога этих процессов различием масс нуклонов и пионов можно пренебречь). Такое же соотношение выполняется и между полными сечениями, что подтверждается опытом [13]: $\sigma_i(d\pi^0)/\sigma_i(d\pi^+) = 0,50 \pm 0,11$ в интервале лабораторных кинетических энергий налетающих нуклонов 350—750 Мэв.

6. Изотопическая инвариантность приводит также к симметрии углового распределения π^0 -мезонов в реакции $p + n \rightarrow d + \pi^0$ относительного угла образования пиона в СЦИ $\vartheta = 90^\circ$. В самом деле, эта симметрия характерна для процесса $p + p \rightarrow d + \pi^+$, поскольку начальные частицы тождественны. Но из соотношения (3.16) следует, что и дифференциальное сечение процесса $p + n \rightarrow d + \pi^0$ должно быть симметрично относительно $\vartheta = 90^\circ$. Усредненное по всему исследованному интервалу кинетических энергий нейтрона (308—463 Мэв) значение асимметрии углового распределения пионов в распаде $p + n \rightarrow d + \pi^0$, которая определяется фор-

мулой

$$A_{\pi} = \frac{(f - b)}{(f + b)},$$

где $f = \int_0^{90} \frac{d\sigma}{d\Omega} (pn \rightarrow d\pi^0) d\Omega$, $b = \int_0^{180} \frac{d\sigma}{d\Omega} (np \rightarrow d\pi^0) d\Omega$, равно $A_{\pi} = 1 \pm 1,9\%$, т. е. в пределах экспериментальных ошибок равно нулю.

7. Многочисленными и точными опытами доказано сохранение изоспина в таких ядерных реакциях, как неупругое рассеяние дейтронов и α -частиц на ядрах [8]. Так, при рассеянии этих частиц на ядрах с нулевым изотопическим спином не наблюдалось возбуждение ядерных уровней с изоспином 1. Например, в случае реакции $^{10}\text{B} (d, d')$ для отношения сечения σ_1 возбуждения уровня с $I = 1$ (энергия возбуждения равна $1,74 \text{ Мэв}$) к сечению σ_0 возбуждения уровня с $I = 0$ (энергия возбуждения равна $0,72 \text{ Мэв}$) $\sigma_1/\sigma_0 \leq 0,017$, в случае реакции $^{14}\text{N} (d, d')$ $\sigma_1/\sigma_0 \leq 0,015$, а для реакций $^{14}\text{N} (\alpha, \alpha')$ $\sigma_1/\sigma_0 \leq 0,05$ (σ_1 — сечение возбуждения уровня с энергией $2,31 \text{ Мэв}$, а σ_0 — сечение возбуждения уровня с энергией $3,94 \text{ Мэв}$).

Отметим, что отклонения от предсказаний изотопической инвариантности сильного взаимодействия, обсуждавшиеся в 1, 2, 4 пунктах, пропорциональны первой степени амплитуд, не сохраняющих изотопический спин.

Покажем, что изотопический спин дейтрона равен нулю. Воспользуемся для этого обобщенным принципом Паули для нуклонов, согласно которому, если в совокупность квантовых чисел, характеризующих состояние нуклона, включить проекцию изотопического спина, то волновая функция двух нуклонов должна быть антисимметричной относительно перестановки двух нуклонов. (Подчеркнем, что речь идет о перестановке не только координатных и спиновых переменных, но и изоспиновых.) Пространственная волновая функция дейтрона, представляющая собой смесь s - и d -волн в системе $(n + p)$, симметрична; симметрична также спиновая волновая функция дейтрона, так как она соответствует триплетному состоянию. Поэтому, чтобы полная волновая функция дейтрона была антисимметричной, необходимо, чтобы антисимметричной была изоспиновая функция системы $(n + p)$. Но такая волновая функция соответствует нулевому полному изоспину двух нуклонов.

Заметим, что в отличие от нуклонов волновая функция двух пионов должна быть симметричной относительно перестановки координатных и изоспиновых переменных, так как нуклоны являются фермионами, а пионы — бозонами. Поэтому два пиона с четными орбитальными моментами имеют полный изоспин 0 или 2, а два пиона с нечетными орбитальными моментами имеют изоспин 1.

В рассмотренном выше распаде $\omega^0 \rightarrow 2\pi$ образуются пионы с орбитальным моментом $l = 1$, поэтому их полный изотопический спин должен быть равен единице. Следовательно, в распаде $\omega^0 \rightarrow 2\pi$ изотопический спин не сохраняется.

1.3. Изотопическая структура электромагнитного тока адронов. Электромагнитное взаимодействие нарушает изотопическую инвариантность. Чтобы разъяснить это, построим лагранжиан взаимодействия нуклонов и пионов с электромагнитным полем, воспользовавшись так называемым принципом минимального электромагнитного взаимодействия. Согласно этому принципу в лагранжиане свободных полей \mathcal{L}_0 необходимо произвести замену

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu,$$

где A_μ — 4-вектор-потенциал электромагнитного поля, e — заряд-частицы. Возникающая при этом добавка к лагранжиану свободных полей

$$\mathcal{L}_V = +ieA_\mu \left[i(\bar{p}\gamma_\mu p) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}(\pi^+\partial_\mu\pi^- - \partial_\mu\pi^+\pi^- + \partial_\mu\pi^-\pi^+ - \pi^-\partial_\mu\pi^+) - ieA_\mu\pi^+\pi^- \right], \quad (3.17)$$

где p — протонное поле, π^\pm — поля заряженных пионов, может рассматриваться как лагранжиан взаимодействия нуклонов и пионов с электромагнитным полем.

Лагранжиан \mathcal{L}_V инвариантен относительно преобразования

$$p(x) \rightarrow p(x)(1 + i\Lambda), \quad \pi^\pm(x) \rightarrow \pi^\pm(x)(1 \pm i\Lambda), \quad |\Lambda| \ll 1.$$

Отсюда следует, что существует сохраняющийся 4-ток

$$\left. \begin{aligned} J_\mu^{(V)} &= J_\mu^{(V,N)} + J_\mu^{(V,\pi)}, & J_\mu^{(V,N)} &= \bar{p}\gamma_\mu p, \\ J_\mu^{(V,\pi)} &= \frac{-i}{2}(\pi^+\partial_\mu\pi^- + \partial_\mu\pi^-\pi^+ - \partial_\mu\pi^+\pi^- - \pi^-\partial_\mu\pi^+) - \\ &- eA_\mu\pi^+\pi^-, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

которому соответствует не зависящий от времени заряд

$$Q = \int J_0^{(V)}(x) d^3x.$$

Величина Q (с точностью до множителя e) представляет собой электрический заряд нуклонного и пионного полей, а $J_\mu^{(V)}$ (также с точностью до множителя e) — 4-электромагнитный ток нуклонов и пионов.

Электромагнитный ток нуклонов можно, очевидно, записать в виде

$$J_\mu^{(V,N)} = \bar{N}\gamma_\mu \frac{1 + \tau_3}{2} N, \quad (3.19)$$

где N — восьмикомпонентный спинор, описывающий нуклонное поле. Комбинация $\frac{1+\tau_3}{2}$ играет здесь роль проекционного оператора для протонного состояния, так как $\frac{1+\tau_3}{2} |p\rangle = |p\rangle$, а $\frac{1+\tau_3}{2} |n\rangle = 0$. Для нейтрона проекционным оператором является комбинация $\frac{1-\tau_3}{2}$, так как $\frac{1-\tau_3}{2} |n\rangle = |n\rangle$, $\frac{1-\tau_3}{2} |p\rangle = 0$.

В низшем порядке теории возмущений по константе электромагнитного взаимодействия последнее слагаемое в выражении для $J_{\mu}^{(\gamma, \pi)}$ (пропорциональное e) можно опустить, и электромагнитный ток пиона совпадает с третьей компонентой изотопического тока пионов:

$$J_{\mu}^{(\gamma, \pi)} = J_{3, \mu}^{(\pi)}. \quad (3.20)$$

Лагранжиан электромагнитного взаимодействия нуклонов и пионов, как следует из (3.17) и (3.18), можно представить в виде

$$\mathcal{L}_{\gamma} = -e A_{\mu} J_{\mu}^{(\gamma)}.$$

Видим, что в выражение для \mathcal{L}_{γ} входит только третья компонента изотопического тока нуклонов и пионов, т. е. этот лагранжиан содержит выделенную ось в изотопическом пространстве, поэтому он не инвариантен относительно произвольных вращений в изотопическом пространстве. Подчеркнем, однако, что лагранжиан \mathcal{L}_{γ} инвариантен относительно изотопических вращений вокруг третьей оси, и именно эта инвариантность приводит к закону сохранения электрического заряда.

Неинвариантность \mathcal{L}_{γ} относительно изотопических вращений означает, что учет электромагнитного взаимодействия приводит к несохранению изотопического спина.

При изотопических вращениях электромагнитный ток пионов (в низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия) преобразуется согласно (3.20) как третья компонента изотопического вектора, а электромагнитный ток нуклона согласно (3.19) — как сумма изотопического скаляра и третьей компоненты изотопического вектора.

Электромагнитный ток нуклонов можно связать с барионным током $J_{\mu}^{(B)} = \bar{N} \gamma_{\mu} N$ и третьей компонентой изотопического тока нуклонов $J_{3, \mu}^{(N)}$:

$$J_{\mu}^{(\gamma, N)} = \frac{1}{2} J_{\mu}^{(B)} + J_{3, \mu}^{(N)}. \quad (3.21)$$

Отсюда вытекает следующее соотношение между зарядами Q и B :

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} B. \quad (3.22)$$

Итак, полный электромагнитный ток нуклонов и пионов является суммой изотопического скаляра и третьей проекции изотопического вектора. Этот вывод, полученный на основе лагранжиана $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\pi$ и принципа минимальности электромагнитного взаимодействия, не изменится, если учесть также лагранжиан пион-нуклонного взаимодействия $\mathcal{L}_{\pi N}$.

Такие трансформационные свойства электромагнитного тока приводят к тому, что поглощение или испускание адронами γ -кванта должно сопровождаться изменением изотопического спина адрона максимум на единицу. Можно говорить поэтому, что γ -квант является суперпозицией состояний с изотопическим спином 0 (изоскалярный γ -квант) и изотопическим спином 1 (изовекторный γ -квант).

Возникает вопрос, насколько общим является наш вывод относительно трансформационных свойств электромагнитного тока адронов при изотопических вращениях. Можно лишь утверждать, что сохраняющийся электромагнитный ток адронов не должен меняться при вращениях вокруг третьей оси в изотопическом пространстве. Поэтому, наряду с изоскаляром и третьей компонентой изотопического вектора, в общем случае электромагнитный ток адронов мог бы содержать также слагаемые, преобразующиеся как третьи компоненты тензоров второго, третьего и более высоких рангов в изотопическом пространстве, т. е. в принципе электромагнитный ток адронов мог бы иметь вид

$$J_\mu^{(\gamma)} = J_\mu(S) + J_\mu(V_3) + J_\mu(V_{33}) + \dots, \quad (3.23)$$

где аргумент в скобках означает, что соответствующая величина преобразуется в изотопическом пространстве как скаляр S , 3-компонента вектора V_3 , 33-компонента тензора второго ранга V_{33} и т. д. (ток $J_\mu(V_{33})$ называется изотензорным электромагнитным током адронов).

Из (3.22) следует, что оператор электрического заряда адронов при изотопических поворотах преобразуется только как сумма изоскаляра и третьей компоненты изотопического вектора; изотензорные слагаемые в операторе Q отсутствуют. Поскольку соотношение (3.22) имеет общий характер и не зависит от модельных лагранжианов, то изотензорная добавка к электромагнитному току, если она существует, должна быть такой, чтобы $\int d^3x J_0(V_{33}) = 0$.

Заметим, что токи, отвечающие минимальному электромагнитному взаимодействию, пропорциональны электрическому заряду адронов и, следовательно, не содержат изотензорных слагаемых. Электромагнитный ток нуклонов в общем случае (с включением неминимальных слагаемых, определяющихся аномальными магнитными моментами нуклонов) также не содержит изотензорных вкладов, так как изотензорный γ -квант (с изоспином 2) не может быть погло-

щен частицей с изотопическим спином $1/2$. Поскольку π -мезоны взаимодействуют только с изовекторными γ -квантами, то для электромагнитных взаимодействий только нуклонов и пионов изотензорная часть тока не может проявиться.

Обычно предполагается, что электромагнитный ток адронов не содержит изотензорных вкладов, являясь суммой изотопических скаляра и вектора, т. е. в изотопическом пространстве электромагнитный ток адронов всегда имеет трансформационные свойства комбинации $S + V_3$.

Обсудим теперь следствия, вытекающие из такого предположения.

Оператор магнитного момента адронов должен при этом иметь следующую изотопическую структуру:

$$\hat{\mu} = \mu_s 1 + \mu_v I_3, \quad (3.24)$$

где μ_s — изоскалярный, μ_v — изовекторный вклады в магнитный момент (1 — единичная матрица). Отсюда для магнитных моментов Σ -гиперонов, например, получаем $\mu(\Sigma^+) = \mu_s + \mu_v$, $\mu(\Sigma^0) = \mu_s$, $\mu(\Sigma^-) = \mu_s - \mu_v$, что позволяет написать для $\mu(\Sigma)$ следующее соотношение:

$$\mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-) = 2\mu(\Sigma^0).$$

Между магнитными моментами Δ -изобары с изотопическим спином $3/2$ согласно (3.24) должны выполняться соотношения

$$\mu(\Delta^{++}) + \mu(\Delta^0) = 2\mu(\Delta^+), \quad \mu(\Delta^-) + \mu(\Delta^+) = 2\mu(\Delta^0).$$

Если исходить из предположения, что изотензорные токи отсутствуют, то амплитуды радиационных распадов адронов $A \rightarrow B + \gamma$ будут иметь следующую структуру:

$$F(A \rightarrow B\gamma) = \langle I_B I_{3B} | S + V_3 | I_A I_{3A} \rangle = \\ = \delta_{I_A I_B} \delta_{I_{3A} I_{3B}} S(I_A) + (I_A I_{3A} 1 0 | I_B I_{3B}) V(I_A, I_B),$$

где I_A , I_B и I_{3A} , I_{3B} — изотопические спины и проекции изотопического спина частиц A и B , $(I_A I_{3A} 1 0 | I_B I_{3B})$ — коэффициенты Клебша — Гордана, $S(I_A)$ и $V(I_A, I_B)$ — некоторые константы. Отсюда, в частности, для амплитуд магнитного и электрического переходов в распаде $\Delta \rightarrow N + \gamma$ получается соотношение

$$F(\Delta^+ \rightarrow p\gamma) = F(\Delta^0 \rightarrow n\gamma). \quad (3.25)$$

Имеющиеся экспериментальные данные свидетельствуют о том, что это соотношение выполняется с хорошей точностью не только для реального, но и для виртуального γ -кванта в интервале переданных импульсов $0,1 \leq -q^2 \leq 0,5 (I_{эв})^2$ (для электрообразования пионов на нуклонах [18]).

Различие масс частиц, принадлежащих одному изотопическому мультиплету, определяется электромагнитным взаимодействием (во

втором и более высоких порядках по e). При этом массы частиц любого изотопического мультиплетта с учетом электромагнитного взаимодействия определяются константами m_0, m_1, m_2 :

$$m = m_0 + m_1 I_3 + m_2 I_3^2, \quad (3.26)$$

где по порядку величины $m_1, m_2 \simeq \alpha m_0$ ($\alpha = 137^{-1}$). Проверка этого соотношения возможна только для тех изомультиплетов,

Таблица 3.1

A	Дефект массы, кэв, $I_3 = + 3/2$		Коэффициент			
	эксперимент	теория	m_1	m_2	m_3	$m_3/m_2, \%$
7	27940 ± 100	28870 ± 150	- 588 ± 50	255 ± 45	- 11 ± 30	- 4,3 ± 11,8
9	28916 ± 5	28961 ± 29	- 1332 ± 7	277 ± 11	7,6 ± 5	2,7 ± 1,8
13	23110 ± 70	23102 ± 16	- 2180 ± 5	255 ± 4	- 1 ± 12	- 0,4 ± 4,7
17	16470 ± 250	16517 ± 20	- 2882 ± 7	243 ± 10	8 ± 42	3,3 ± 17,3
21	10950 ± 120	10934 ± 29	- 3660 ± 9	244 ± 8	- 3 ± 20	- 1,2 ± 8,0
29*	- 3160 ± 50	- 3140 ± 30	5025 ± 16	200 ± 13	3 ± 11	1,5 ± 5,5
37	- 13250 ± 50	- 13200 ± 90	- 6189 ± 30	182 ± 30	7 ± 17	3,9 ± 9,3

* Для квартета с $A = 29$ теоретические и экспериментальные данные сравнивались для ядра ^{29}S ($I_3 = \frac{1}{2}$).

изоспин которых равен или превышает $3/2$. Например, для квартета Δ -изобар имеем $m(\Delta^{++}) - m(\Delta^-) = 3[m(\Delta^+) - m(\Delta^0)]$. Существующие экспериментальные данные относительно масс изотопических квартетов ядер подтверждают это соотношение [8]. В табл. 3.1 для семи квартетов с атомными номерами 7, 9, 13, 17, 21, 29 и 37 показано совпадение массы члена квартета с $I = 3/2$, вычисленной по формуле (3.26) на основе известных масс трех членов квартета и измеренной на опыте. Здесь же приведены значения коэффициентов m_1, m_2, m_3 формулы $m = m_0 + m_1 I_3 + m_2 I_3^2 + m_3 I_3^3$, найденных по четырем массам квартета. Величина m_3 в пределах ошибок эксперимента равна нулю, что свидетельствует об отсутствии изотензорных слагаемых в электромагнитном токе адронов.

1.4. G-четность. В гл. 2 было показано, что определенной C-четностью может обладать частица или система частиц только в том случае, если величины их зарядов (электрического, барионного, лептонного) и странности равны нулю, т. е. если $Q = B = L = S = 0$.

Изотопическая инвариантность сильного взаимодействия позволяет обобщить понятие C-четности и ввести новое квантовое число, которое называется G-четностью, и в том случае, когда электрический заряд частицы или системы частиц отличен от нуля, но

по-прежнему $B = L = S = 0$. Введем с этой целью оператор

$$\mathcal{G} = \mathcal{C} e^{i\pi I_2} = e^{i\pi I_2} \mathcal{C}, \quad (3.27)$$

где I_2 — вторая компонента оператора изотопического спина I .

Оператор \mathcal{G} представляет собой произведение оператора зарядового сопряжения и оператора поворота на угол π в изотопическом пространстве около второй оси. Этот оператор, как легко видеть, антикоммутирует с операторами \mathcal{B} , \mathcal{L} и S :

$$[\mathcal{G}, \mathcal{B}]_+ = [\mathcal{G}, \mathcal{L}]_+ = [\mathcal{G}, S]_+ = 0. \quad (3.28)$$

Будем считать далее, что $[\mathcal{C}, I_1]_+ = [\mathcal{C}, I_3]_+ = [\mathcal{C}, I_2]_+ = 0$. Тогда справедливо соотношение $[\mathcal{G}, \Pi]_- = 0$.

Рассмотрим теперь изотопический мультиплет частиц с $B = L = S = 0$ и изотопическим спином I . Обозначим через $|a, I, I_3\rangle$ какое-либо состояние, входящее в этот мультиплет (I_3 — проекция изотопического спина, $I_3 = -I, -I + 1, \dots, 0, \dots, I$). Состояние с $I_3 = 0$ в силу формулы Гелл-Манна — Нишиджимы

$$Q = I_3 + \frac{S + B}{2}$$

будет иметь электрический заряд, равный нулю. Но такое состояние должно обладать определенной C -четностью, поэтому

$$\begin{aligned} \mathcal{G} |a, I, I_3 = 0\rangle &= e^{i\pi I_2} \mathcal{C} |a, I, I_3 = 0\rangle = \\ &= \eta_c(a) e^{i\pi I_2} |a, I, I_3 = 0\rangle = \eta_c(a) (-1)^I |a, I, I_3 = 0\rangle. \end{aligned}$$

Здесь мы воспользовались известной формулой, определяющей действие оператора поворота вокруг второй оси,

$$e^{i\pi I_2} |a, I, I_3\rangle = (-1)^{I-I_2} |a, I, -I_3\rangle. \quad (3.29)$$

Состояние с $I_3 = 0$ является собственным состоянием оператора \mathcal{G} :

$$\mathcal{G} |a, I, I_3 = 0\rangle = G |a, I, I_3 = 0\rangle,$$

где

$$G = (-1)^I \eta_c(a). \quad (3.30)$$

Эта величина носит название G -четности.

Так как операторы \mathcal{G} и I коммутируют, то легко убедиться, что и все остальные состояния рассматриваемого мультиплета с $I_3 \neq 0$ также являются собственными состояниями оператора и обладают той же G -четностью. Для этого стоит лишь заметить, что $(I_1 \pm iI_2) |a, I, I_3 \pm 1\rangle = \text{const} |a, I, I_3\rangle$.

Из формулы (3.30), в частности, следует, что π^0 -, π^+ -, π^- -мезоны обладают G -четностью, равной -1 , поэтому многочастичное состояние, содержащее n пионов, имеет G -четность, равную $(-1)^n$;

$$\mathcal{G} |n\pi\rangle = (-1)^n |n\pi\rangle.$$

Используя известные значения C -четности мезонов и их изотопического спина, нетрудно получить с помощью соотношения (3.30)

$$\begin{aligned}\mathcal{G}|\eta\rangle &= +|\eta\rangle, & \mathcal{G}|\rho\rangle &= +|\rho\rangle, & \mathcal{G}|\omega\rangle &= -|\omega\rangle, \\ \mathcal{G}|\varphi\rangle &= -|\varphi\rangle.\end{aligned}$$

Двухчастичное состояние частицы и соответствующей ей античастицы, характеризуемое определенными значениями орбитального момента l , полного спина s_t и полного изотопического спина I_t , $|jm_t; ls_t; I_t I_3; \kappa\rangle$ также имеет определенную G -четность. Чтобы убедиться в этом, воспользуемся формулой (3.29). Так как проекция изотопического спина для системы, состоящей из частицы и античастицы, равна нулю, то в соответствии с (3.30) имеем

$$\mathcal{G}|jm_t; ls_t; I_t I_3 = 0; \kappa = 0\rangle = (-1)^{l+s_t+l_t}|jm_t; ls_t; I_t, I_3 = 0, \kappa = 0\rangle.$$

Таким образом, G -четность состояния системы частица — античастица с орбитальным моментом l , полным спином s_t и полным изоспином I_t равна

$$G = (-1)^{l+s_t+l_t}. \quad (3.31)$$

Если такое состояние имеет также определенную C -четность, то значения G - и C -четности будут связаны между собой соотношением

$$G = C(-1)^l.$$

Благодаря изотопической инвариантности и C -инвариантности сильного взаимодействия оно должно обладать инвариантностью относительно G -преобразования и сохранять G -четность (в тех реакциях, начальные и конечные состояния которых являются собственными состояниями оператора \mathcal{G}). В электромагнитном взаимодействии адронов G -четность не сохраняется, поскольку здесь не сохраняется изотопический спин.

В предыдущем разделе было показано, что электромагнитный ток адронов можно разбить на два слагаемых, одно из которых не меняется при изотопических поворотах и поэтому сохраняет изотопический спин (изоскалярная часть), а другое при изотопических поворотах преобразуется как третья компонента изотопического вектора и изменяет изотопический спин на единицу (изовекторная часть). В этом смысле можно говорить об изоскалярных и изовекторных γ -квантах. Согласно формуле (3.30) G -четность изоскалярного γ -кванта отрицательная, а изовекторного положительная.

Сохранение G -четности в сильном взаимодействии запрещает переходы с суммарным нечетным числом π -мезонов: $2\pi \rightarrow \pi$, $\rightarrow 3\pi$, $\rightarrow 5\pi$. По этой причине распад $\eta \rightarrow 3\pi$ с несохранением G -четности обусловлен электромагнитным взаимодействием.

Понятие G -четности оказывается полезным для анализа электромагнитных процессов с участием мезонов. Например, если в реак-

ции $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ считать состояние поглощаемого γ -кванта суперпозицией изоскалярного и изовекторного состояний, то, поскольку конечное состояние двух пионов имеет определенную G -четность, равную $+1$, γ -квант должен быть изоскалярным. Это означает, что изотопический спин начального, а следовательно, и конечного, состояния процесса $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ должен быть равен единице. В свою очередь это приводит к нечетным значениям орбитального момента π -мезонов в конечном состоянии, т. е. в силу сохранения углового момента и пространственной четности в реакции $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ разрешено поглощение только магнитных мультитипольных γ -квантов.

Рассмотрим действие оператора G на состояния, принадлежащие к одному изотопическому мультиплету. Покажем, что, так как для мезонных мультиплетов частица и соответствующая античастица принадлежат к одному изотопическому мультиплету, то фаза $e^{i\delta}$ в формуле (2.54) для мезонных состояний должна выбираться определенным образом. Так, если

$$G |\pi^\pm\rangle = e^{i\delta(\pi^\pm)} |\pi^\mp\rangle,$$

то, заметив, что состояния π^\pm можно получить из состояния π^0 -мезона действием оператора $(I_1 \pm iI_2)/\sqrt{2}$,

$$|\pi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (I_1 \pm iI_2) |\pi^0\rangle,$$

получим из условий коммутации операторов G и I

$$G |\pi^\pm\rangle = G \frac{I_1 \pm iI_2}{\sqrt{2}} |\pi^0\rangle = \frac{(-I_1 \pm iI_2)}{\sqrt{2}} |\pi^0\rangle = -|\pi^\mp\rangle,$$

где использовано то, что π^0 -мезон является G -четной частицей: $G |\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$.

§ 2. SU_3 -СИММЕТРИЯ

2.1. Странность и переход от группы SU_2 к группе SU_3 . Изотопического спина вместе с барионным числом, обычным спином и электрическим зарядом еще недостаточно для характеристики адрона, так как при этом были бы возможны быстрые сильные и электромагнитные распады гиперонов и K -мезонов, например $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$, $\Lambda \rightarrow n + \gamma$, $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$, $\Sigma^+ \rightarrow p + \gamma$.

Эти распады, допускаемые законами сохранения барионного числа и электрического заряда, существенно подавлены — они обусловлены слабым взаимодействием. Поэтому, чтобы запретить эти и другие подобные им распады на уровне сильных и электромагнитных взаимодействий, необходимо ввести дополнительное квантовое число, которое регулировало бы возможность протекания

того или иного процесса [27, 42]. Это квантовое число называется странностью и обозначается через $S(A)$ (A — символ адрона).

Странность нуклонов и пионов равна нулю. Если странность Λ -гиперона положить равной -1 , то можно найти следующие значения для странности других адронов: $S(K) = +1$, $S(\Sigma) = -1$, $S(\Xi) = -2$, $S(\Omega^-) = -3$.

Странность частиц, принадлежащих одному изотопическому мультиплету, одинакова, причем величины электрического заряда Q , барионного заряда B , проекции изотопического спина I_3 какой-либо компоненты изотопического мультиплета связаны со странностью S соотношением

$$Q = \frac{S + B}{2} + I_3. \quad (3.32)$$

Все величины в этом соотношении (оно называется формулой Гелл-Манна — Нишиджимы) аддитивны, поэтому оно должно выполняться и для суммарных значений этих величин любой совокупности адронов. Иными словами, для любого процесса взаимодействия адронов изменения ΔQ , ΔB , ΔI_3 и ΔS суммарных величин заряда, странности и проекции изотопического спина для начального и конечного состояний связаны между собой следующим соотношением:

$$\Delta Q = \frac{\Delta S + \Delta B}{2} + \Delta I_3.$$

Заряд и барионное число сохраняются сами по себе: $\Delta Q = \Delta B = 0$; поэтому изменения странности и изотопического спина удовлетворяют простому соотношению $\Delta S + 2\Delta I_3 = 0$. В сильном и электромагнитном взаимодействиях сохраняется проекция изотопического спина, $\Delta I_3 = 0$, а следовательно, $\Delta S = 0$. Таким образом, странность сохраняется в сильном и электромагнитном взаимодействиях.

Часто вместо странности S вводят комбинацию $Y = S + B$, называемую гиперзарядом.

Аддитивное квантовое число гиперзаряда также сохраняется в сильном и электромагнитном взаимодействиях. Сохранение Y означает, что любой модельный лагранжиан должен быть инвариантен относительно калибровочных преобразований полей ψ_Y , описывающих частицы с гиперзарядом Y :

$$\psi_Y \rightarrow \psi'_Y = e^{i\Lambda_Y Y} \psi_Y.$$

Этой инвариантности соответствует сохраняющийся ток гиперзаряда

$$J_\mu^{(Y)}(x) = \delta \mathcal{L}(x) / \delta \Lambda_{Y,\mu}$$

и интеграл движения

$$Y = \int d^3x J_0^Y(x),$$

называемый гиперзарядом.

Операторы Y и I коммутируют между собой:

$$[Y, I]_- = 0,$$

поэтому все частицы данного мультиплета имеют одинаковое значение Y .

В терминах гиперзаряда формула Гелл-Манна — Нишиджимы принимает вид

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y.$$

Для известных в настоящее время адронов значения Y и I_3 не являются независимыми: для адронов четность числа Y совпадает с четностью числа $2I$ (этот результат следует из формулы Гелл-Манна — Нишиджимы). Такая корреляция между, на первый взгляд, независимыми квантовыми числами свидетельствует о существовании более высокой, чем изотопическая, симметрии.

SU_2 -симметрия сильного взаимодействия должна быть обобщена таким образом, чтобы инвариантность теории относительно преобразований более широкой группы приводила одновременно к сохранению изотопического спина и гиперзаряда. Такой группой является группа SU_3 [28,5], т. е. группа унитарных и унимодулярных преобразований, оставляющих инвариантной квадратичную форму не двух, как в случае группы SU_2 , а трех комплексных переменных x_1, x_2, x_3 :

$$x_1^* x_1 + x_2^* x_2 + x_3^* x_3 = \text{inv.}$$

Наиболее простой лагранжиан \mathcal{L}_q , инвариантный относительно преобразований такого рода, описывает три дираковских поля $q_\alpha(x)$ частиц (они называются кварками) с одинаковыми массами m_q :

$$\mathcal{L}_q = -\bar{q}^\alpha(x) (i\partial_\mu \gamma_\mu + m_q) q_\alpha(x), \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (3.33)$$

Этот лагранжиан инвариантен относительно преобразований

$$q_\alpha(x) \rightarrow q'_\alpha(x) = e^{i\Lambda_k \lambda_k} q_\alpha(x), \quad k = 1, 2, \dots, 8, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad (3.34)$$

где Λ_k — восемь вещественных параметров, λ_k — восемь независимых 3×3 -матриц, действующих на кварковый индекс α .

Чтобы преобразования (3.34) были унитарными и унимодулярными, матрицы λ_k должны быть эрмитовыми и их шпур должен равняться нулю. Эти матрицы (в группе SU_3 они играют ту же роль, что и матрицы τ_i в группе SU_2) можно выбрать следующим

образом [3]:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

Нетрудно убедиться, что

$$Sp(\lambda_i \lambda_j) = 2\delta_{ij}, \quad (3.36)$$

$$[\lambda_i \lambda_j]_- = 2if_{ijk} \lambda_k, \quad (3.37)$$

где f_{ijk} — структурные константы группы SU_3 , аналогичные структурным константам ϵ_{ijk} в группе SU_2 . Из соотношений (3.36) и (3.37) следует, что

$$f_{ijk} = \frac{1}{4i} Sp(\lambda_k [\lambda_i \lambda_j]_-),$$

т. е. тензор f_{ijk} антисимметричен по индексам i, j, k . Отличные от нуля компоненты f_{ijk} таковы: $f_{123} = 1, f_{147} = -f_{156} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{367} = \frac{1}{2}, f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Соотношения коммутации (3.37) показывают, что совокупность преобразований $e^{i\Lambda_k \lambda_k / 2}$ образует группу.

Антикоммутатор матриц λ_k , как и коммутатор, линеен по λ_k :

$$[\lambda_i \lambda_j]_+ = \frac{4}{3} \delta_{ij} + 2d_{ijk} \lambda_k.$$

Коэффициенты d_{ijk} симметричны по индексам i, j, k и определяются равенством $4d_{ijk} = Sp(\lambda_k [\lambda_i \lambda_j]_+)$, с помощью которого можно найти отличные от нуля компоненты $\frac{1}{2} d_{118} = \frac{1}{2} d_{228} = \frac{1}{2} d_{338} = -d_{448} = -d_{558} = -d_{668} = -d_{778} = -\frac{1}{2} d_{888} = \frac{1}{2\sqrt{3}}, d_{146} = d_{157} = -d_{247} = d_{256} = d_{344} = d_{355} = -d_{356} = -d_{377} = \frac{1}{2}$.

Из инвариантности лагранжиана относительно преобразований

(3.34) вытекает существование восьми 4-векторных токов

$$J_{\mu, i} = \bar{q}^{\alpha} \gamma_{\mu} \frac{(\lambda_i)_{\alpha}^{\alpha'}}{2} q_{\alpha'}, \quad (3.38)$$

которым соответствуют восемь не зависящих от времени зарядов

$$Q_i = \int d^3x q^{\dagger}(x) \frac{\lambda_i}{2} q(x).$$

Используя перестановочные соотношения для фермионных кварковых полей и алгебру матриц λ_i , нетрудно показать, что заряды Q_i удовлетворяют соотношениям

$$[Q_i, Q_j]_- = if_{ijk} Q_k, \quad (3.39)$$

совпадающим с перестановочными соотношениями для матриц $\lambda_i/2$. Операторы Q_i являются генераторами группы SU_3 . Легко убедиться также, что

$$[Q_i, q(x)]_- = -\frac{\lambda_i}{2} q(x), \quad [Q_i(x), q^{\dagger}(x)]_- = q^{\dagger}(x) \frac{\lambda_i}{2}. \quad (3.40)$$

Отсюда следует, что $\bar{q}(x) q(x) \equiv \bar{q}^{\alpha}(x) q_{\alpha}(x)$ является инвариантом относительно преобразований группы SU_3 . Действительно, при преобразовании $U = e^{i\Lambda_i Q_i}$, $|\Lambda_i| \ll 1$, кварковые поля преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} q(x) &\rightarrow q'(x) = e^{i\Lambda_k Q_k} q(x) e^{-i\Lambda_k Q_k} = \\ &= q(x) + i\Lambda_k [Q_k, q(x)]_- = q(x) - i\Lambda_k \frac{\lambda_k}{2} q(x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{q}(x) &\rightarrow \bar{q}'(x) = e^{i\Lambda_k Q_k} \bar{q}(x) e^{-i\Lambda_k Q_k} = \\ &= \bar{q}(x) + i\Lambda_k [Q_k, \bar{q}(x)]_- = \bar{q}(x) + i\bar{q}(x) \frac{\lambda_k}{2} \Lambda_k, \end{aligned}$$

откуда и вытекает, что $(\bar{q}^{\alpha})' (q_{\alpha})' = \bar{q}^{\alpha} q_{\alpha}$.

Из перестановочных соотношений (3.39) видно, что генераторы Q_1, Q_2, Q_3 удовлетворяют перестановочным соотношениям группы SU_2 , которую естественно назвать группой изотопического спина. Поэтому группа изотопического спина SU_2 является подгруппой SU_3 . Генератор Q_3 можно назвать оператором третьей проекции изотопического спина.

Из явного вида матриц $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, реализующих нетривиальное представление группы SU_3 наименьшей размерности, следует, что

триплет кварков

$$q_\alpha = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

состоит из изотопического дублета $\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ и изотопического синглета q_3 с нулевой проекцией изотопического спина, проекции же изоспина состояний q_1 и q_2 равны $+1/2$ и $-1/2$.

Если изодублету приписать нулевую странность, а кварковому изосинглету странность, равную -1 , то для триплета кварков удобно выбрать следующие обозначения:

$$q_\alpha = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p' \\ n' \\ \Lambda' \end{pmatrix}$$

и в дальнейшем говорить о протонном (p'), нейтронном (n') и странном (Λ') кварках.

Все известные мезоны M можно построить из кварка и антикварка: $M = \bar{q}q$, барионы и барионные резонансы B — из трех кварков: $B = qqq$. Отсюда следует, что барионное число кварков равно $1/3$, а, следовательно, гиперзаряд нестранных кварков p' и n' равен $1/3$, а гиперзаряд Λ' -кварка равен $-2/3$.

Оператор гиперзаряда Y в кварковом (или фундаментальном) представлении группы SU_3 имеет вид

$$Y = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3}} Q_8, \quad (3.41)$$

так что $Y | q \rangle = Y | q \rangle$.

Из перестановочных соотношений (3.39) следует, что

$$[Y, Q_3]_- = 0, \quad (3.42)$$

т. е. операторы Y и Q_3 могут быть одновременно приведены к диагональному виду, причем их собственные значения характеризуют состояния кварков в пределах кваркового супермультиплета группы SU_3 .

Число генераторов группы, которые взаимно коммутируют, и которые одновременно можно привести к диагональному виду, называется рангом группы. Так, группа SU_2 является группой первого ранга, ранг группы SU_3 в силу (3.42) равен двум.

Из формулы Гелл-Манна — Нишиджимы следует, что оператор электрического заряда является генератором группы SU_3 и опреде-

ляется формулой

$$Q = Q_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} Q_8. \quad (3.43)$$

Отсюда легко заключить, что электрический заряд протонного кварка равен $+\frac{2}{3}e$, а заряды нейтронного и странного кварков равны $-\frac{1}{3}e$ [6,28]. Электромагнитный ток кварков с такими электрическими зарядами имеет вид

$$J_\mu^{(q,q')} = \frac{2}{3} \bar{p}' \gamma_\mu p' - \frac{1}{3} \bar{n}' \gamma_\mu n' - \frac{1}{3} \bar{\Lambda}' \gamma_\mu \Lambda' = J_{\mu,3} + \frac{1}{\sqrt{3}} J_{\mu,8}. \quad (3.44)$$

Эта формула позволяет выяснить трансформационные свойства тока — электромагнитный ток кварков в SU_3 -симметрии преобразуется как определенная комбинация генераторов группы SU_3 .

Из перестановочных соотношений (3.39) следует, что

$$[J_\mu^{(q,q)}, Q_3]_- = [J_\mu^{(q,q)}, Q_8]_- = 0,$$

т. е. электромагнитный ток адронов, как и должно быть, не уносит ни электрического заряда, ни гиперзаряда.

В группе SU_3 наряду с подгруппой изотопического спина существуют еще две подгруппы. Действительно, образуем две комбинации генераторов SU_3 : $\mathcal{U}_\pm = Q_6 \pm iQ_7$. Они удовлетворяют согласно (3.39) соотношениям

$$[\mathcal{U}_+, \mathcal{U}_-]_- = \frac{3}{2} \hat{Y} - I_3 \equiv 2\mathcal{U}_3, \quad [\mathcal{U}_3, \mathcal{U}_\pm]_- = \pm \mathcal{U}_\pm.$$

Видим, что совокупность генераторов \mathcal{U}_\pm , \mathcal{U}_3 удовлетворяет перестановочным соотношениям группы SU_2 , а следовательно, эти генераторы образуют подгруппу SU_3 . Она называется подгруппой U -спина. Явный вид матриц U -спина в кварковом представлении определяется формулами

$$U_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad U_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad U_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.45)$$

Отсюда видно, что триплет кварков состоит из U -синглета (p' -кварк) и U -дублета (n' -, Λ' -кварки), причем проекция U -спина для кварка n' равна $+1/2$, Λ' -кварка $-1/2$.

Роль оператора Y для подгруппы U -спина играет электрический заряд Q , поскольку он коммутирует с операторами U -спина:

$$[Q, \mathcal{U}_\pm]_- = 0, \quad [Q, \mathcal{U}_3]_- = 0.$$

Это означает, что электромагнитный ток является U -синглетом [40]. Этот результат важен для дальнейшего анализа электромагнитных взаимодействий адронов в SU_3 -симметрии.

Аналогично можно ввести еще одну подгруппу SU_3 , являющуюся группой SU_2 , генераторами которой являются операторы

$$\mathcal{V}_{\pm} = Q_4 \pm iQ_5, \quad \mathcal{V}_3 = \frac{1}{2}Q_3 + \frac{3}{4}Y.$$

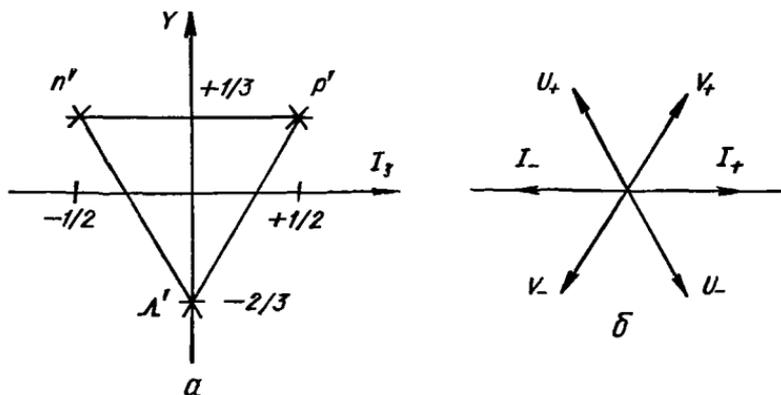


Рис. 3.1. Весовая диаграмма для кварков (а) и действие операторов сдвига (б).

Они подчиняются перестановочным соотношениям $[\mathcal{V}_+, \mathcal{V}_-]_- = 2\mathcal{V}_3$, $[\mathcal{V}_3, \mathcal{V}_{\pm}]_- = \pm \mathcal{V}_{\pm}$. Матрицы V -спина (в кварковом представлении) имеют вид

$$V_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Эта подгруппа называется подгруппой V -спина. При этом триплет кварков распадается на V -дублет, состоящий из кварков ρ' , Λ' , и V -синглет, состоящий из n' кварка.

Чтобы выяснить действия операторов I_{\pm} , U_{\pm} , V_{\pm} спинов на базисные состояния кварков, удобно использовать так называемые весовые диаграммы. Базисные состояния кварков можно изображать точками на двумерной плоскости Y , I_3 (рис. 3.1, а). Состояние $|\rho'\rangle$ можно получить из состояния $|\Lambda'\rangle$ действием оператора I_+ (I_+ — оператор «повышения» проекции изоспина $|\rho'\rangle = I_+ |\Lambda'\rangle$). Это следует из явного вида операторов I_{\pm} в кварковом представлении или из перестановочных соотношений для I_i (горизонтальные стрелки на рис. 3.1, б показывают, что оператор I_+ сдвигает состояние вправо на единицу, а оператор $I_- = \frac{I_1 - iI_2}{\sqrt{2}}$ — влево (параллельно оси I_3)).

Легко убедиться, что состояние $|n'\rangle$ может быть получено из состояния $|\Lambda'\rangle$ действием оператора U_+ (U_+ — оператор «повышения» проекции U -спина), $|n'\rangle = U_+ |\Lambda'\rangle$, так как n' и Λ' образуют U -дублет. Наконец, состояние $|p'\rangle$ можно получить из состояния $|\Lambda'\rangle$ действием оператора V_+ — оператора «повышения» проекции V -спина, $|p'\rangle = V_+ |\Lambda'\rangle$.

2.2. Адронные супермультиплеты. Для классификации адронов в рамках SU_3 -симметрии строятся различные неприводимые представления группы SU_3 , и базисным состояниям, в пространстве которых действуют генераторы группы, сопоставляются различные адроны с учетом их квантовых чисел.

Совокупность адронов, сопоставляемых какому-либо неприводимому пространству группы SU_3 , называется унитарным мультиплетом или супермультиплетом. Все частицы в рамках одного супермультиплета имеют одинаковый спин j и одинаковую пространственную четность η_p . Если учитывать только сильное взаимодействие, то массы всех адронов в рамках одного супермультиплета будут одинаковыми.

Не нарушая общности, можно считать, что волновая функция адрона представляет собой произведение волновых функций кварков и антикварков, образующих адрон.

Обозначим волновые функции кварков через ξ_α ($\alpha = 1, 2, 3$). Они образуют ковариантный суперспинор в трехмерном комплексном пространстве, поэтому можно сказать, что кварки принадлежат к неприводимому представлению группы SU_3 размерности 3. Антикварки описываются контравариантным суперспинором ξ^α и также принадлежит к неприводимому представлению группы SU_3 размерности $\bar{3}$.

Отметим, что контра- и ковариантные компоненты суперспинора линейно независимы в группе SU_3 в отличие от группы SU_2 . Поэтому в группе SU_3 необходимо различать верхние и нижние индексы у спиноров.

Волновая функция адрона, составленного из p_1 кварков и p_2 антикварков, представляет собой некоторый суперспинор группы SU_3 с p_2 верхними и p_1 нижними индексами:

$$\psi_{\beta_1 \dots \beta_{p_1}}^{\alpha_1 \dots \alpha_{p_2}} = \xi^{\alpha_1} \dots \xi^{\alpha_{p_2}} \xi_{\beta_1} \dots \xi_{\beta_{p_1}}. \quad (3.46)$$

Будем называть функцию $\psi_{\beta_1 \dots \beta_{p_1}}^{\alpha_1 \dots \alpha_{p_2}}$ унитарной волновой функцией.

Неприводимые суперспиноры в группе SU_3 симметричны в отдельности по всем верхним и по всем нижним индексам, причем результат сворачивания такого суперспинора, т. е. шпур, по одному верхнему и одному нижнему индексам должен равняться нулю.

Число независимых компонент неприводимого суперспинора с p_1 нижними и p_2 верхними симметризованными индексами $n(p_1, p_2)$

определяется формулой

$$n(p_1, p_2) = \frac{1}{2} (p_1 + 1) (p_2 + 1) (p_1 + p_2 + 2). \quad (3.47)$$

Электрический заряд адрона и его гиперзаряд определяются суммой электрических зарядов и гиперзарядов кварков, составляющих адрон. Пределы изменения электрического заряда Q и гиперзаряда Y адронов данного супермультиплета SU_3 определяются величинами p_1 и p_2 . Используя значения Q и Y для кварков и антикварков, легко показать, что

$$-\frac{p_1 + 2p_2}{3} \leq Q \leq \frac{2p_1 + p_2}{3}, \quad -\frac{p_2 + 2p_1}{2} \leq Y \leq \frac{p_1 + 2p_2}{3}. \quad (3.48)$$

Если потребовать, чтобы частицы имели целые значения электрического заряда и гиперзаряда, то адроны можно объединять только в такие супермультиплеты, для которых $\frac{2p_1 + p_2}{3} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\frac{p_1 + 2p_2}{3} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, откуда $\frac{p_1 - p_2}{3} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Таким образом, простейшие супермультиплеты, которые могут описывать адроны, должны иметь следующие значения p_1 и p_2 :

$$\begin{aligned} p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad n = 1; \quad p_1 = 1, \quad p_2 = 1, \quad n = 8; \\ p_1 = 3, \quad p_2 = 0, \quad n = 10; \quad p_1 = 0, \quad p_2 = 3, \quad n = 10, \\ p_1 = 2, \quad p_2 = 2, \quad n = 27. \end{aligned}$$

Они называются синглетом ($n = 1$), октетом ($n = 8$), декуплетом и антидекуплетом ($n = 10$), 27-плетом и обозначаются просто через 1, 8, 10, $\bar{10}$, 27. Заметим, что триплета здесь нет, так как он соответствует кваркам и антикваркам, обладающим дробными электрическими зарядами и гиперзарядами.

Адронное состояние из данного супермультиплета SU_3 характеризуется числами единиц p_1 (1), двоек p_1 (2) и троек p_1 (3) среди p_1 нижних индексов ($p_1(1) + p_1(2) + p_1(3) = p_1$), а также числами единиц p_2 (1), двоек p_2 (2) и троек p_2 (3) среди p_2 верхних индексов ($p_2(1) + p_2(2) + p_2(3) = p_2$) неприводимого суперспинора. Проекции изотопического спина I_3 и гиперзаряда Y , равные алгебраической сумме соответствующих величин для кварков и антикварков рассматриваемого адронного состояния, определяются формулами

$$\begin{aligned} I_3 = \frac{p_1(1) - p_1(2)}{2} - \frac{p_2(1) - p_2(2)}{2}, \quad Y = \frac{p_1(1) + p_1(2) - 2p_1(3)}{3} - \\ - \frac{p_2(1) + p_2(2) - 2p_2(3)}{3} = \frac{p_1 - p_2}{3} - p_1(3) + p_2(3), \end{aligned}$$

откуда с помощью формулы Гелл-Манна — Нишиджимы легко получить электрический заряд рассматриваемого состояния

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y = \frac{p_2 - p_1}{3} + p_1(1) - p_2(1).$$

При $p_1 - p_2 = 3n$ (n — целое число) Q и Y принимают только целые значения.

Рассмотрим подробнее октет и декуплет группы SU_3 . Волновая функция октета ψ_β^α выражается через волновые функции кварков и антикварков следующим образом:

$$\psi_\beta^\alpha = \xi^\alpha \bar{\xi}_\beta - \frac{1}{3} \delta_{\beta\alpha}^{\alpha\alpha} \bar{\xi}_\xi, \quad \bar{\xi}_\xi \equiv \xi^\alpha \bar{\xi}_\alpha = \xi^1 \bar{\xi}_1 + \xi^2 \bar{\xi}_2 + \xi^3 \bar{\xi}_3,$$

где $\delta_{\beta\alpha}^{\alpha\alpha}$ — единичный тензор в группе SU_3 . Эту формулу можно переписать также в виде трехрядной матрицы

$$\psi_\beta^\alpha = \begin{bmatrix} \xi^1 \bar{\xi}_1 - \frac{1}{3} \bar{\xi}_\xi & \xi^2 \bar{\xi}_1 & \xi^3 \bar{\xi}_1 \\ \xi^1 \bar{\xi}_2 & \xi^2 \bar{\xi}_2 - \frac{1}{3} \bar{\xi}_\xi & \xi^3 \bar{\xi}_2 \\ \xi^1 \bar{\xi}_3 & \xi^2 \bar{\xi}_3 & \xi^3 \bar{\xi}_3 - \frac{1}{3} \bar{\xi}_\xi \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Зная квантовые числа (электрический заряд и гиперзаряд) кварков и псевдоскалярных мезонов, нетрудно установить «кварковое устройство» мезонов:

$$\eta = \frac{\bar{p}'p' + \bar{n}'n' - 2\bar{\Lambda}'\Lambda'}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} (\psi_1^1 + \psi_2^2),$$

$$\pi^+ = \bar{n}'p' = \psi_1^2,$$

$$\pi^- = \bar{p}'n' = \psi_2^1, \quad \pi^0 = \frac{\bar{p}p' - \bar{n}n'}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1^1 - \psi_2^2),$$

$$K^+ = \bar{\Lambda}'p' = \psi_1^3, \quad K^0 = \bar{\Lambda}'n' = \psi_2^3, \quad K^- = \bar{p}'\Lambda' = \psi_3^1,$$

$$\bar{K}^0 = \bar{n}'\Lambda' = \psi_3^2.$$

Поэтому октет псевдоскалярных мезонов описывается в группе SU_3 матрицей

$$\psi_\beta^\alpha \equiv P_\beta^\alpha = \begin{bmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \eta \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

На рис. 3.2 изображены весовые диаграммы псевдоскалярных мезонов. Кружок в начале координат означает, что октет содержит

два состояния (π^0 и η) с $I_3 = Y = 0$, отличающиеся изоспином: $I(\pi^0) = 1$, $I(\eta) = 0$. Эта диаграмма показывает, что октет состоит из следующих изотопических мультиплетов: изодублета (K^0 , K^+) с гиперзарядом $Y = \pm 1$, изотопического триплета (π^+ , π^0 , π^-) с $Y = 0$, изосинглета (η) с $Y = 0$ и изодублета (\bar{K}^0 , K^-) с $Y = -1$.

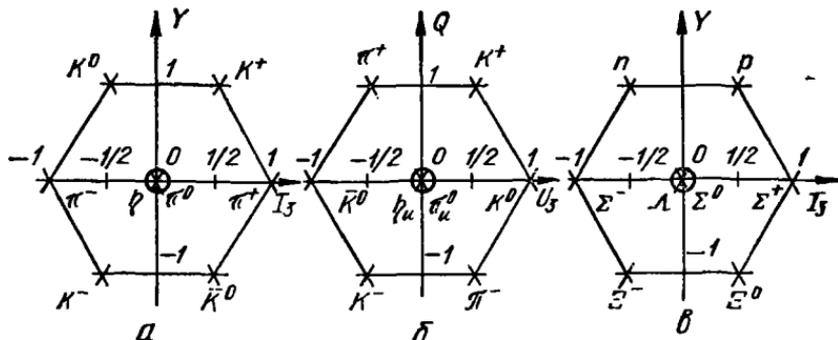


Рис. 3.2. Весовые диаграммы для псевдоскалярных мезонов на плоскостях Y , I_3 (а) и Q , U_3 (б) и для октета барионов (в).

Если состояния супермультиплетов SU_3 характеризовать величинами U_3 и Q , то весовая диаграмма для октета псевдоскалярных мезонов (в координатах U_3 , Q) показывает (рис. 3.2, б), что октет состоит из U -дублета (K^+ , π^+) с электрическим зарядом $Q = +1$, U -триплета (K^0 , π^0 , \bar{K}^0) с $Q = 0$, U -синглета (η) с $Q = 0$ и U -дублета (K^- , π^-) с $Q = -1$.

Волновые функции π_U^0 и η_U^0 представляют собой комбинации волновых функций π^0 и η . Чтобы построить их, напомним, что кварки n' и Λ' образуют U -дублет, а кварк p' — U -синглет. Поэтому

$$\pi_U^0 = \frac{\bar{n}'n' - \Lambda'\Lambda'}{\sqrt{6}} = \frac{-\pi^0 + \sqrt{3}\eta}{2}, \quad \eta_U^0 = \frac{\bar{n}'n' + \bar{\Lambda}'\Lambda' - 2\bar{p}'p'}{\sqrt{6}} = -\frac{\eta + \sqrt{3}\pi^0}{2}. \quad (3.51)$$

Сравнивая весовые диаграммы для барионов со спином $1/2$ и положительной P -четностью, $j^{n_P} = \frac{1^+}{2}$ (см. рис. 3.2, в) и псевдоскалярных мезонов (см. рис. 3.2, а), можно представить барионный октет в виде

$$\psi_\alpha^\alpha(B) \equiv B_\beta^\alpha = \begin{bmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda}{\sqrt{6}} & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Октет антибарионов описывается сопряженной матрицей. Поскольку для мезонов частицы и соответствующие им античастицы входят в один октет, то матрица псевдоскалярных (и других) мезонов эрмитова — это видно из формулы (3.50). Отметим, что мезоны описываются только супермультиплетами с $p_1 = p_2$, которые называются самосопряженными мультиплетами.

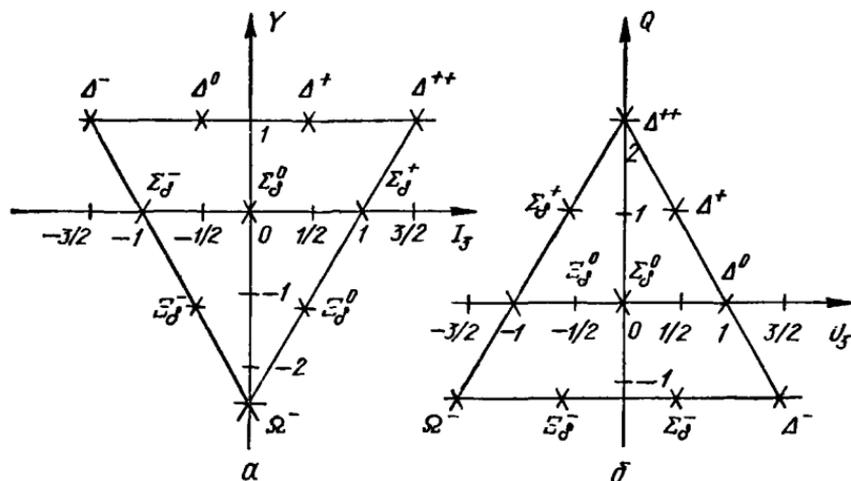


Рис. 3.3. Весовые диаграммы для декуплета барионов на плоскостях Y, I_3 (а) и Q, U_3 (б).

В настоящее время пространство полностью заполнен только один декуплет барионов с $j^{np} = \frac{3^+}{2}$ (рис. 3.3, а). Зная квантовые числа этих барионов, нетрудно получить связь между компонентами декуплета $D_{\alpha\beta\gamma}$ и физическими частицами:

$$\left. \begin{aligned} D_{111} &= \Delta^{++}, & D_{112} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta^+, & D_{122} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta^0, & D_{222} &= \Delta^-, \\ D_{333} &= \Omega^-, \\ D_{113} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Sigma_6^+, & D_{123} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \Sigma_6^0, & D_{223} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Sigma_6^-, \\ D_{133} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Xi_6^0, & D_{233} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \Xi_6^-. \end{aligned} \right\} (3.53)$$

Коэффициенты здесь таковы, что условие нормировки для декуплета имеет вид

$$\bar{D}^{\alpha\beta\gamma} D_{\alpha\beta\gamma} = (\bar{\Delta}^{++}, \Delta^{++}) + (\bar{\Delta}^+, \Delta^+) + \dots + (\bar{\Sigma}_6^+, \Sigma_6^+) + \dots \\ \dots + (\bar{\Omega}^-, \Omega^-).$$

Из рис. 3.3, б видно, что декуплет барионов состоит из следующих U -мультиплетов: U -синглета (Δ^{++}) с электрическим зарядом $Q = 2$, U -дублета (Δ^+, Σ_8^+) с $Q = +1$, U -триплета ($\Delta^0, \Sigma_8^0, \Xi_8^0$) с $Q = 0$ и U -квартета ($\Delta^-, \Sigma_8^-, \Xi_8^-, \Omega^-$) с $Q = -1$.

Октет векторных мезонов описывается следующей 3×3 -матрицей:

$$V_{\beta}^{\alpha} = \begin{bmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_8}{\sqrt{6}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_8}{\sqrt{6}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \omega_8 \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

где ω_8 — изотопический синглет, принадлежащий октету.

Поскольку на опыте известны два векторных изотопических синглета, ω^0 (783) и ϕ^0 (1020), то возникает вопрос относительно отождествления ω_8 с наблюдаемыми частицами. Решение этой проблемы связано с нарушением SU_3 -симметрии.

Как уже отмечалось, в рамках точной SU_3 -симметрии массы частиц, принадлежащих к одному и тому же супермультиплету SU_3 , должны быть одинаковыми. Поэтому наблюдаемое на опыте различие масс в барионных и мезонных супермультиплетах свидетельствует о нарушении SU_3 -симметрии.

Можно считать, что точная SU_3 -симметрия справедлива только для так называемого сверхсильного взаимодействия, наряду с которым существует еще умеренно сильное взаимодействие, нарушающее SU_3 -симметрию и приводящее к расщеплению масс внутри супермультиплетов SU_3 . Нарушение, однако, должно быть таким, чтобы выполнялась изотопическая инвариантность, ибо речь идет об умеренно сильном, а не об электромагнитном взаимодействии. Иными словами, гамилтониан умеренно сильного взаимодействия, если он существует, должен коммутировать с оператором изотопического спина и приводить к расщеплению масс только по гиперзаряду.

Наиболее простой модельный лагранжиан для кварков, нарушающий SU_3 -симметрию, но сохраняющий изоспин, описывает кварки с разными массами: массы кварков p' и n' (изотопический дублет) одинаковы, $m_1 = m_2 = m$, масса m_3 странного кварка отличается от массы m . Массовый член такого лагранжиана имеет вид

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_m &= m(\bar{p}'p' + \bar{n}'n') + m_3(\bar{\Lambda}'\Lambda') = \\ &= \bar{m}(qq) + \frac{3}{2}(m_3 - \bar{m})\left(\bar{\Lambda}'\Lambda' - \frac{1}{3}\bar{q}q\right), \end{aligned} \quad (3.55)$$

где $\bar{q}q = \bar{p}'p' + \bar{n}'n' + \bar{\Lambda}'\Lambda'$, $\bar{m} = (2m + m_3)/3$ — средняя масса кварков. Первое слагаемое в (3.55) инвариантно относительно преобразований SU_3 ; второе слагаемое, пропорциональное разности $m_3 - \bar{m}$, нарушает SU_3 -симметрию и преобразуется как компонента ψ_3^3 тензора ψ_3^α , отвечающего октету.

Можно предположить, что и в общем случае гамильтониан умеренно сильного взаимодействия, нарушающий SU_3 -симметрию, имеет такие же трансформационные свойства, как и \mathcal{H}_m , т. е. преобразуется как оператор гиперзаряда:

$$\mathcal{H}_8 \simeq \hat{Y} = \frac{2}{\sqrt{3}} Q_8.$$

Такой гамильтониан, коммутирующий с I^2 и I_3 , сохраняет изотопический спин, но не сохраняет U -спин. В самом деле, из соотношения $\mathcal{U}_3 = \frac{3}{4} \hat{Y} - \frac{1}{2} I_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_8 - \frac{1}{2} Q_3$ следует, что

$$\mathcal{H}_8 \simeq \frac{2}{\sqrt{3}} \hat{Q}_8 = \mathcal{U}_3 + \frac{\hat{Q}}{2}, \quad (3.56)$$

где знак « \simeq » означает «преобразуется как». Поскольку $[\hat{Q}, \mathcal{U}]_- = 0$, то оператор электрического заряда является U -скаляром, а следовательно, из (3.56) вытекает, что относительно преобразований подгруппы U -спина гамильтониан умеренно сильного взаимодействия преобразуется как линейная комбинация U -скаляра и третьей компоненты U -вектора. Такой гамильтониан приводит к изменению U -спина на единицу (в первом порядке по умеренно сильному взаимодействию).

При таком нарушении SU_3 -симметрии массы барнионов в рамках какого-либо супермультиплета будут описываться формулой Гелл-Манна — Окубо [44]

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 \left[I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right],$$

где M_0 , M_1 , M_2 — некоторые неизвестные параметры, характерные для супермультиплета. Особенно простой вид имеет эта формула, если воспользоваться U -спином. Действительно, трансформационные свойства (3.56) относительно преобразований подгруппы U -спина для \mathcal{H}_8 позволяют написать для масс U -мультиплета формулу $M = M'_0 + M'_1 U_3$, которая означает эквидистантность масс частиц в данном U -мультиплете.

Возвращаясь к векторным мезонам, заметим, что существование двух изосинглетов ω^0 и φ^0 свидетельствует о том, что на уровне сверхсильного взаимодействия существуют октет и синглет (ω_1) векторных мезонов. Поскольку умеренно сильное взаимодействие приводит к переходам между частицами из разных супермульти-

плетов группы SU_3 (с сохранением изотопического спина и странности), то наблюдаемые на опыте ω - и ϕ -мезоны естественно считать суперпозициями состояний ω_8 и ω_1 [49]:

$$\omega = \cos \vartheta_1 \omega_1 + \sin \vartheta_1 \omega_8, \quad \phi = \cos \vartheta_1 \omega_8 - \sin \vartheta_1 \omega_1. \quad (3.57)$$

Угол смешивания ϑ_1 в нонете векторных мезонов определяется по известным массам векторных мезонов с помощью формулы

$$4m^2(K^*) - m^2(\rho) = 3 [\cos^2 \vartheta_1 m^2(\phi) + \sin^2 \vartheta_1 m^2(\omega)]$$

и равен $40,2^\circ$. В отличие от барионов для мезонов обычно используется квадратичная формула для масс, т. е. формула, связывающая квадраты масс мезонов.

Из соотношения (3.57) легко получить «кварковое устройство» векторных ω^0 - и ϕ^0 -мезонов

$$\left. \begin{aligned} \omega^0 &= (\bar{p}'p' + \bar{n}'n') \frac{\sin \vartheta_1 + \sqrt{2} \cos \vartheta_1}{\sqrt{6}} + \bar{\Lambda}'\Lambda' \frac{\cos \vartheta_1 - \sqrt{2} \sin \vartheta_1}{\sqrt{3}}, \\ \phi^0 &= (\bar{p}'p' + \bar{n}'n') \frac{\cos \vartheta_1 - \sqrt{2} \sin \vartheta_1}{\sqrt{6}} - \bar{\Lambda}'\Lambda' \frac{\sin \vartheta_1 + \sqrt{2} \cos \vartheta_1}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \right\} (3.58)$$

Если угол смешивания ϑ_1 таков, что $\sqrt{2} \sin \vartheta_1^{(0)} = \cos \vartheta_1^{(0)}$, т. е. $\sin \vartheta_1^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, то

$$\omega = \frac{\bar{p}'p' + \bar{n}'n'}{\sqrt{2}}, \quad \phi = -\bar{\Lambda}'\Lambda',$$

т. е. при таком угле смешивания ($\vartheta_1^{(0)} = 35,2^\circ$, что близко к $\vartheta_1 = 40,2^\circ$, найденному на опыте) ϕ -мезон должен состоять только из странных кварков, а ω -мезон — только из нестранных.

После того как адроны сгруппированы в супермультиплеты SU_3 , можно перейти к анализу следствий, вытекающих из SU_3 -симметрии применительно к слабому, электромагнитному и сильному взаимодействиям адронов.

Амплитуды процессов, обусловленных сильным взаимодействием (без учета умеренно сильного взаимодействия), зависят только от нескольких так называемых унитарных амплитуд. По определению, унитарные амплитуды процесса $i \rightarrow f$ описывают такие переходы между начальным и конечным состояниями, которые принадлежат к определенным неприводимым представлениям группы SU_3 . Поскольку число унитарных амплитуд существенно меньше числа процессов данного типа, то между амплитудами различных процессов должны существовать определенные соотношения. Разъясним это на примере процесса $a + b \rightarrow c + d$, предполагая, что частицы a, b, c и d принадлежат к октетам группы SU_3 .

SU_3 -инвариантность теории означает, что \hat{S} -матрица для сверхсильных взаимодействий коммутирует со всеми генераторами

группы,

$$[S, Q_i]_- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 8.$$

Отсюда следует, что оператор S допускает только такие переходы между состояниями $|ab\rangle$ и $|cd\rangle$, которые принадлежат одному и тому же неприводимому представлению группы SU_3 . Поэтому число общих неприводимых представлений для состояний $|ab\rangle$ и $|cd\rangle$ определяет число унитарных амплитуд. Унитарная волновая функция систем частиц $a + b$ ($c + d$) является произведением волновых функций частиц a и b (c и d):

$$\psi_{ab} = \psi_{\alpha'}^{\alpha}(a) \psi_{\beta'}^{\beta}(b) \equiv 8 \times 8,$$

где $\psi_{\alpha'}^{\alpha}(a)$, $\psi_{\beta'}^{\beta}(b)$ — октетные волновые функции частиц a и b . Результирующая волновая функция представляет собой суперспинор с двумя верхними и двумя нижними индексами. Поскольку по этим индексам нет определенной симметрии, то суперспинор $\psi_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta} \equiv \psi_{ab}$ является в общем случае приводимым.

Нетрудно убедиться, что произведение волновых функций 8×8 распадается на следующие волновые функции, соответствующие отдельным неприводимым представлениям:

$$8 \times 8 = 1 + 8_s + 8_a + 10 + \bar{10} + 27, \quad (3.59)$$

где волновые функции 8_s и 8_a отвечают симметричному и антисимметричному октетам:

$$8_s \equiv \psi_{\alpha'}^{\alpha}(a) \psi_{\beta'}^{\alpha'}(b) + \psi_{\beta'}^{\alpha'}(a) \psi_{\alpha'}^{\alpha}(b),$$

$$8_a \equiv \psi_{\alpha'}^{\alpha}(a) \psi_{\beta'}^{\alpha'}(b) - \psi_{\beta'}^{\alpha'}(a) \psi_{\alpha'}^{\alpha}(b).$$

Из разложения (3.59) следует, что отличными от нуля будут следующие восемь унитарных амплитуд: $\langle 1 | S | 1 \rangle$, $\langle 8_s | S | 8_s \rangle$, $\langle 8_a | S | 8_a \rangle$, $\langle 8_s | S | 8_a \rangle$, $\langle 8_a | S | 8_s \rangle$, $\langle 10 | \hat{S} | 10 \rangle$, $\langle \bar{10} | S | \bar{10} \rangle$, $\langle 27 | \hat{S} | 27 \rangle$, где $\langle n | \hat{S} | n \rangle$ — матричные элементы оператора \hat{S} между двухчастичными состояниями, волновая функция которых отвечает неприводимому представлению n .

Если a и b (c и d) — тождественные частицы, принадлежащие к одному и тому же супермультиплету SU_3 , то их унитарная волновая функция должна обладать определенной симметрией относительно перестановки частиц. Так, для барион-барионного рассеяния симметрия унитарной волновой функции не должна меняться, поэтому $\langle 8_s | \hat{S} | 8_a \rangle = \langle 8_a | \hat{S} | 8_s \rangle = 0$ и число унитарных амплитуд уменьшается до шести.

Число амплитуд уменьшается еще больше, если рассматривать барион-барионное рассеяние в состоянии с определенными значениями полного спина и орбитального момента. Так, для синглетных

состояний с четными l и триплетных состояний с нечетными l (спин-орбитальная часть волновой функции двух барионов антисимметрична) унитарная волновая функция двух барионов в начальном и конечном состояниях должна быть симметричной, поэтому отличны от нуля только следующие унитарные амплитуды: $\langle 1 | S | 1 \rangle$, $\langle 8_s | S | 8_s \rangle$, $\langle 27 | S | 27 \rangle$. Если же BB -рассеяние происходит в триплетном состоянии с четными l или в синглетных состояниях с нечетными l (спин-орбитальная часть волновой функции симметрична), то унитарная волновая функция должна быть антисимметричной, и отличными от нуля будут следующие три унитарные амплитуды: $\langle 8_a | S | 8_a \rangle$, $\langle 10 | S | 10 \rangle$, $\langle \bar{10} | S | \bar{10} \rangle$.

Взаимодействие псевдоскалярных мезонов с барионами (BBP), векторных мезонов с псевдоскалярными (VPP) (и другие взаимодействия трех частиц) могут быть описаны эффективными лагранжианами $\mathcal{L}(BBP)$ и $\mathcal{L}(VPP)$. Если учитывать только сверхсильное взаимодействие, то такие лагранжианы должны быть инвариантными относительно преобразований SU_3 -симметрии и в простейшем случае линейно содержать суперспиноры каждого из взаимодействующих полей. Например, эффективный лагранжиан BBP -взаимодействия можно записать в виде

$$\mathcal{L}(BBP) = g_f S p (\bar{B} B) P + g_d S p (\bar{B} B) P, \quad (3.60)$$

где B, P — 3×3 -матрицы, описывающие октеты барионов и мезонов,

$$[\bar{B} B]_{\beta}^{\alpha} = \bar{B}_{\beta}^{\alpha} B_{\beta}^{\beta'} - \bar{B}_{\beta}^{\beta'} B_{\beta}^{\alpha}, \quad \{B B\}_{\beta}^{\alpha} = \bar{B}_{\beta}^{\alpha} B_{\beta}^{\beta'} + \bar{B}_{\beta}^{\beta'} B_{\beta}^{\alpha},$$

g_f, g_d — некоторые константы, называемые константами f - и d -связи. В силу эрмитовости лагранжиана константы g_f и g_d вещественны.

Лагранжиан VPP -взаимодействия записывается в виде

$$\mathcal{L}(VPP) = g_{VPP} S p (V | P(1) P(2)).$$

Унитарная волновая функция двух скалярных мезонов в этом лагранжиане антисимметрична относительно перестановки мезонов, что определяется требованием симметрии полной волновой функции двух бозонов. Поскольку в распаде $V \rightarrow P_1 + P_2$ мезоны образуются с $l=1$ и орбитальная волновая функция двух псевдоскалярных мезонов нечетна относительно их перестановки, то и унитарная часть их волновой функции должна быть нечетной.

2.3. Экспериментальная проверка SU_3 -симметрии. Наряду с классификацией барионов и мезонов по синглетным, октетным и декуплетным представлениям группы SU_3 , наиболее убедительным подтверждением SU_3 -симметрии является согласие с опытом многочисленных соотношений между ширинами распадов барионных и мезонных резонансов, предсказываемых SU_3 -симметрией [50].

В настоящее время получен обширный экспериментальный материал об адронных распадах барионных и мезонных резонансов. Это позволило идентифицировать три мезонных нонета с $j^{PC} = 0^{-+}, 1^{--}$ и 2^{++} (значение C -четности относится к изосинглетам), а также предположить существование мезонных супермультиплет-

Таблица 3.2

$E_{10} \rightarrow B_8 + P_8$ $x \rightarrow y + z$	c_{yz}^x
$\Delta \rightarrow N + \pi$	$-\sqrt{2}/2$
$\Delta \rightarrow \Sigma + K$	$\sqrt{2}/2$
$\Sigma_8 \rightarrow \Lambda + \pi$	$-1/2$
$\Sigma_8 \rightarrow \Sigma + \pi$	$\sqrt{6}/6$
$\Sigma_8 \rightarrow N + \bar{K}$	$-\sqrt{6}/6$
$\Sigma_8 \rightarrow \Sigma + \eta$	$1/2$
$\Xi_8 \rightarrow \Xi + \pi$	$1/2$
$\Xi_8 \rightarrow \Sigma + \bar{K}$	$1/2$
$\Xi_8 \rightarrow \Xi + \eta$	$1/2$
$\Omega \rightarrow \Xi + \bar{K}$	1

Таблица 3.3

$x \rightarrow y + z$	c_{yz}^x
$8 \rightarrow 10 + \pi$	
$N \rightarrow \Delta + \pi$	$-2\sqrt{5}/5$
$\Sigma \rightarrow \Sigma_8 + \pi$	$-\sqrt{30}/15$
$\Lambda \rightarrow \Sigma_8 + \pi$	$-\sqrt{15}/5$
$\Xi \rightarrow \Xi_8 + \pi$	$-\sqrt{5}/5$
$10 \rightarrow 10 + 8$	
$\Delta \rightarrow \Delta + \pi$	$\sqrt{10}/4$
$\rightarrow \Delta + \eta$	$\sqrt{2}/4$
$\rightarrow \Sigma_8 + K$	$-1/2$
$\Sigma_8 \rightarrow \Sigma_8 + \pi$	$\sqrt{3}/3$
$\rightarrow \Delta + \bar{K}$	$\sqrt{3}/3$
$\Xi_8 \rightarrow \Xi_8 + \pi$	$\sqrt{2}/4$
$\rightarrow \Sigma_8 + \bar{K}$	$\sqrt{2}/2$
$\Omega \rightarrow \Xi_8 + \bar{K}$	$\sqrt{2}/2$

тов с квантовыми числами $j^{PC} = 1^{+-}, 3^{--}, 1^{++}, 2^{-+}, 0^{++}, 2^{--}$.

Еще больший успех достигнут в классификации барионных ре-

зонансов. Сейчас известны три октета барионов с $j^{PC} = \frac{1^+}{2}, \frac{5^+}{2}, \frac{5^-}{2}$,

три нонета с $j^{PC} = \frac{3^-}{2}, \frac{7^-}{2}, \frac{1^-}{2}$, полностью заполненный декуплет

лет с $j^{PC} = \frac{3^+}{2}$ и частично заполненный декуплет с $j^{PC} = \frac{7^+}{2}$.

Рассмотрим подробнее адронные распады барионных резонансов. Известные резонансы образуют октеты, нонеты и декуплеты. Наиболее просто в SU₃-симметрии описываются распады барионов из декуплета $B_{10} \rightarrow B_8 + P_8$, характеризующиеся одной амплитудой A_{10} . Коэффициенты в соотношении $A_{yz}^x = c_{yz}^x A_{10}$, связывающие

амплитуды A_{yz}^x конкретного распада $x \rightarrow y + z$ ($x = B_{10}$, $y = B_8$, $z = P_8$) с амплитудой A_{10} , приведены в табл. 3.2.

Распады $B_8 \rightarrow B_{10} + P_8$ и $B_{10} \rightarrow B_{10} + P_8$ описываются амплитудами A_8 и A_{10} соответственно. Соответствующие коэффициенты для конкретных распадов приведены в табл. 3.3. Здесь N , Σ , Λ , Ξ — обычные барионы из октета $j^{np} = \frac{1}{2}^+$ или барионные резонансы с квантовыми числами (гиперзаряд и изоспин) барионов N , Σ , Λ , Ξ ; это же замечание относится к барионам из декуплетов.

Распады $B_8 \rightarrow B_8 + P_8$ определяются двумя унитарными амплитудами A_s и A_a . Эти амплитуды описывают образование конечных частиц в состоянии, которое характеризуется октетной унитарной волновой функцией: симметричной (A_s) и антисимметричной (A_a) относительно перестановки двух конечных частиц. При этом амплитуда любого процесса может быть выражена через амплитуды A_s и A_a : $A_{yz}^x = c_s A_s + c_a A_a$, где c_s , c_a — некоторые численные коэффициенты. Вместо амплитуд A_s и A_a вводят две эквивалентные величины: амплитуду A_8 , пропорциональную амплитуде распада $N^* \rightarrow N + \pi$, $A_8 = \frac{\sqrt{15}}{10} A_s + \frac{\sqrt{3}}{6} A_a$, и параметр α_8 , характеризующий отношение амплитуд A_s и A_a , $\alpha_8 = \frac{\sqrt{3}}{6} A_a/A_8$ (при таком определении амплитуда распада $\Sigma^* \rightarrow \Sigma + \pi$ пропорциональна α_8).

Поскольку наблюдаемые на опыте изосинглеты барионных нонетов (возбужденные состояния Λ -гиперона) представляют собой смесь соответствующих состояний из унитарных октета и синглета, то амплитуды их распадов записываются в виде

$$\begin{aligned} A_{yz}^{x=\Lambda_8} &= -c_1 A_1 \sin \vartheta_9 + (c_s A_s + c_a A_a) \cos \vartheta_9, \\ A_{yz}^{x=\Lambda_1} &= c_1 A_1 \cos \vartheta_9 + (c_s A_s + c_a A_a) \sin \vartheta_9, \end{aligned} \quad (3.61)$$

где ϑ_9 — угол смешивания в нонете барионов, A_1 — унитарная амплитуда распада унитарного синглета, Λ_8 и Λ_1 — состояния, которые в пределе $\vartheta_9 \rightarrow 0$ (смешивание исчезает) совпадают с изотопическими синглетами из унитарных октета и синглета. В табл. 3.4 приведены амплитуды конкретных распадов барионов из нонета и октета в терминах A_8 , A_1 и α_8 .

Если справедлива SU_3 -симметрия и правильно выполнена идентификация частиц, то неизвестные амплитуды, характеризующие адронные распады данного мультиплета, можно найти по нескольким ширинам распада, после чего можно вычислить все остальные ширины. Вычисленные значения должны совпадать с измеренными на опыте. Поскольку ширины распадов найдены с теми или иными экспериментальными ошибками, наиболее подходящей процедурой определения неизвестных унитарных амплитуд по эксперименталь-

ным данным является метод наименьших квадратов. При этом для каждого супермультиплета SU_3 (и определенного способа распада) вводится величина χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \chi_i^2, \quad \chi_i = \frac{\Gamma_{SU_3}^{(i)} - \Gamma_{\text{экс}}^{(i)}}{\Delta\Gamma^{(i)}}, \quad (3.62)$$

где $\Gamma_{\text{экс}}^{(i)}$ — экспериментальное значение ширины i -го распада, $\Delta\Gamma^{(i)}$ — ошибка ее измерения, $\Gamma_{SU_3}^{(i)}$ — ширина i -го распада как функция унитарных амплитуд и угла смешивания (для распадов резонансов из нонета). Число слагаемых n в (3.62) определяется числом измеренных ширин. Таким образом, для каждого супермультиплета величина χ^2 является функцией унитарных амплитуд и угла смешивания (при известных массах частиц в начальном и конечном состояниях). Значения унитарных амплитуд и угла смешивания находятся из условия минимума величины χ^2 , рассматриваемой как функция этих неизвестных параметров.

Степень согласия предсказаний SU_3 -симметрии с опытом характеризуется значением χ^2 в минимуме и числом степеней свободы $n - n_0$, где n_0 — число подгоночных параметров. Согласие считается удовлетворительным, если в минимуме $\chi^2/(n - n_0) \simeq 1$, т. е. величина χ^2 на одну степень свободы должна быть порядка единицы.

Вероятность (или ширина Γ) распада $x \rightarrow y + z$ в терминах унитарной амплитуды A_{yz}^x определяется следующей формулой:

$$\Gamma = |A_{yz}^x|^2 \left(\frac{\rho}{M_0}\right)^{2l} \frac{\rho}{M_x} M_0,$$

Таблица 3.4

$x \rightarrow y + z$	A_{yz}^x (8 → 88)	A_{yz}^x (1 → 88)
$N \rightarrow N + \pi$	$\sqrt{3}A_8$	
$N \rightarrow N + \eta$	$(4\alpha_8 - 1)/\sqrt{3}A_8$	
$N \rightarrow \Sigma + K$	$\sqrt{3}(2\alpha_8 - 1)A_8$	
$N \rightarrow \Lambda + K$	$\frac{2\alpha_8 + 1}{3}A_8$	
$\Lambda \rightarrow N + K$	$\sqrt{2/3}(2\alpha_8 + 1)A_8$	$1/2A_1$
$\Lambda \rightarrow \Sigma + \pi$	$2(\alpha_8 - 1)A_8$	$\sqrt{6/4}A_1$
$\Lambda \rightarrow \Lambda + \eta$	$\sqrt{2/3}(\alpha_8 - 1)A_8$	$-\sqrt{2/4}A_1$
$\Lambda \rightarrow \Xi + K$	$\sqrt{2/3}(4\alpha_8 - 1)A_8$	$-1/2A_1$
$\Sigma \rightarrow \Sigma + \pi$	$2\sqrt{2}\alpha_8A_8$	
$\Sigma \rightarrow \Lambda + \pi$	$\frac{2}{\sqrt{3}}(1 - \alpha_8)A_8$	
$\Sigma \rightarrow N + \bar{K}$	$\sqrt{2}(2\alpha_8 - 1)A_8$	
$\Sigma \rightarrow \Sigma + \eta$	$\frac{2}{\sqrt{3}}(1 - \alpha_8)A_8$	
$\Sigma \rightarrow \Xi + K$	$-\sqrt{2}A_8$	
$\Xi \rightarrow \Xi + \pi$	$\sqrt{3}(2\alpha_8 - 1)A_8$	
$\Xi \rightarrow \Lambda + \bar{K}$	$\frac{4\alpha_8 - 1}{\sqrt{3}}A_8$	
$\Xi \rightarrow \Sigma + \bar{K}$	$\sqrt{3}A_8$	
$\Xi \rightarrow \Xi + \eta$	$\frac{2\alpha_8 + 1}{\sqrt{3}}A_8$	

где p — 3-импульс конечных частиц в системе покоя частицы x , M_x — масса распадающейся частицы x , l — орбитальный момент частиц в конечном состоянии; масса M_0 обеспечивает безразмерность амплитуд A_{yz}^x (в дальнейшем полагаем $M_0 = 1 \text{ Гэв}$).

Поскольку для ряда барионных нонетов квантовые числа (спин и пространственная четность) Ξ^* -гиперонов еще не установлены,

то для идентификации Ξ^* проведем следующий анализ.

По известным распадам Λ_1^* и Λ_8^* найдем угол смешивания, так как эти распады оказываются очень чувствительными к углу смешивания. По известным массам резонансов N^* , Σ^* , Λ_1^* , Λ_8^* и углу смешивания определим массу Ξ^* -резонанса. Затем из на-

блюдающихся на опыте Ξ^* выберем частицу с подходящей массой и включим ее в супермультиплет.

Так как для барионных резонансов наблюдаются октеты, нонеты и декуплеты, то результаты анализа ширины распада в рамках SU_3 приведем для наиболее характерных супермультиплетов, а именно: для декуплета с $j^{np} = \frac{3^+}{2}$, нонета с $j^{np} = \frac{3^-}{2}$ и октета с $j^{np} = \frac{5^+}{2}$.

Ширины Γ_{SU_3} для распадов барионных резонансов с $j^{np} = \frac{3^+}{2}$ (табл. 3.5), вычисленные с помощью формулы для Γ по найденному методом наименьших квадратов значению амплитуды $|A_{10}| = 146,8 \pm 2,4$, показывают, что предсказания SU_3 -симметрии не противоречат опыту: качество подгонки определяется найденным минимальным значением $\chi^2 = 7,8$ для трех степеней свободы.

Для барионов с $j^{np} = \frac{3^-}{2}$ наблюдались не только распады на обычные барионы с $j^{np} = \frac{1^+}{2}$, но и на барионные резонансы из декуплета. Как видно из табл. 3.6, для распадов $\frac{3^-}{2} \rightarrow 8+8$ вычисленные значения ширины хорошо согласуются с опытом (при $\chi^2 = 0,02$, одна степень свободы, найдено, что $|A_8| = 41,1 \pm 1,6$, $|A_1| = 177,8 \pm 5,5$, $\alpha_8 = 0,72 \pm 0,15$, $\vartheta_9 = 25,9 \pm 3^\circ$). Для распадов $\frac{3^-}{2} \rightarrow 10+8$ согласие теории с опытом существенно хуже: при $\chi^2 = 36$ на одну степень свободы найдено $|A'_{10}| = 3,6 \pm 1,3$. Необ-

Таблица 3.5

Распад	$\Gamma_{\text{экс}}, M_{\text{эв}}$	$\Gamma_{SU_3}, M_{\text{эв}}$
$\Delta(1236) \rightarrow N + \pi$	116 ± 6	107
$\Sigma(1385) \rightarrow \Sigma + \pi$	$3,6 \pm 1,2$	5,1
$\Sigma(1385) \rightarrow \Lambda + \pi$	$32,4 \pm 5,5$	35,3
$\Xi(1530) \rightarrow \Xi + \pi$	$9,1 \pm 1,3$	11,6

Таблица 3.6

Частица (ширина, Мэв)	Способ распада	$\Gamma_{\text{эксп.}}, \text{ Мэв}$	$\Gamma_{SU_3}, \text{ Мэв}$
$N (1520 \pm 9)$ (121 ± 12)	$N (1520) \rightarrow N + \pi$	<u>65 ± 8</u>	64,3
	$N (1520) \rightarrow N + \eta$	Наблюдался	0,1
	$N (1520) \rightarrow \Delta + \pi$	-----	1,5
$\Lambda (1690 \pm 3)$ (55 ± 15)	$\Lambda_8 \rightarrow N + \bar{K}$	<u>11 ± 3,2</u>	10,8
	$\Lambda_8 \rightarrow \Sigma + \pi$	<u>32 ± 12</u>	34,3
	$\Lambda_8 \rightarrow \Lambda + \eta$	-----	0,0
	$\Lambda_8 \rightarrow \Sigma_0 + \pi$	1,0 ± 1,0	1,0
$\Lambda (1517,8 \pm 1)$ (15,5 ± 1,3)	$\Lambda_1 \rightarrow N + \bar{K}$	<u>7,1 ± 0,1</u>	6,9
	$\Lambda_1 \rightarrow \Sigma + \pi$	<u>6,3 ± 0,6</u>	6,4
	$\Lambda_1 \rightarrow \Sigma_0 + \pi$	<u>0,6 ± 0,1</u>	— 0,0
$\Sigma (1671 \pm 7,3)$ (51 ± 2,6)	$\Sigma (1670) \rightarrow N + \bar{K}$	<u>3,8 ± 1,2</u>	2,1
	$\Sigma_1 (1670) \rightarrow \Sigma + \pi$	27 ± 5,8	29,4
	$\Sigma_1 (1670) \rightarrow \Lambda + \pi$	10 ± 6,3	2,7
	$\Sigma_1 (1670) \rightarrow \Sigma_0 + \pi$	< 8,6	0,2
$\Xi (1820)$ (35 ± 10)	$\Xi (1820) \rightarrow \Xi + \pi$	—	3,0
	$\Xi (1820) \rightarrow \Sigma + \bar{K}$	—	8,7
	$\Xi (1820) \rightarrow \Lambda + \bar{K}$	—	8,0
	$\Xi (1820) \rightarrow \Xi_0 + \eta$	—	0,3

Примечание. Те ширины, которые были использованы для определения неизвестных констант, подчеркнуты.

ходимо отметить, что экспериментальных данных о распадах $\frac{8^-}{2} \rightarrow 10 + 8$ очень мало. Для дальнейшей проверки SU_3 -симметрии необходимы измерения ширины распада $\Xi^* \cdot (1820)$ -резонанса.

Как видно из табл. 3.7, предсказания SU_3 -симметрии для распадов барионных резонансов из октета с $j^{np} = \frac{5^+}{2}$ хорошо согласуются с опытом. Для распадов $8 \rightarrow 8 + 8$ найдено, что $|A_8| = 47,1 \pm 0,8$, $\alpha_8 = 0,540 \pm 0,055$ ($\chi^2 = 6,2$ для четырех степеней свободы), для распадов $8 \rightarrow 10 + 8$ $|A'_{10}| = 16,0 \pm 3,1$ ($\chi^2 = 1,7$ для одной степени свободы).

Убедительным подтверждением SU_3 -симметрии служит совпадение относительных знаков амплитуд распада различных барионных резонансов, предсказываемых в SU_3 -симметрии, со знаками этих же амплитуд, определяемых на опыте. Относительные знаки амплитуд

Таблица 3.7

Частица (ширина, Мэв)	Способ распада	$\Gamma_{\text{экс}}, \text{Мэв}$	$\Gamma_{SU}, \text{Мэв}$
$N (1687 \pm 4)$ (126 ± 21)	$N (1686) \rightarrow N + \pi$	78 ± 15	80,6
	$N (1686) \rightarrow \Sigma + \pi$	—	0,0
	$N (1686) \rightarrow N + \eta$	$< 0,6$	0,8
	$N (1686) \rightarrow \Lambda + K$	$< 0,1$	0,1
	$N (1686) \rightarrow \Delta + \pi$	21 ± 12	6,2
$\Lambda (1817 \pm 1,1)$ (80 ± 25)	$\Lambda (1816) \rightarrow N + \bar{K}$	$50 \pm 1,8$	49,7
	$\Lambda (1816) \rightarrow \Xi + K$	—	0,0
	$\Lambda (1816) \rightarrow \Sigma + \pi$	$8,8 \pm 0,8$	8,7
	$\Lambda (1816) \rightarrow \Lambda + \eta$	—	0,2
	$\Lambda (1816) \rightarrow \Sigma_{\delta} + \pi$	$3,1 \pm 2,2$	3,9
$\Sigma (1927)$ (90 ± 33)	$\Sigma (1910) \rightarrow N + \bar{K}$	11 ± 15	0,6
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Xi + K$	—	0,5
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Sigma + \pi$	58 ± 35	64
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Sigma + \eta$	—	0,5
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Lambda + \pi$	17 ± 17	13,2
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Sigma_{\delta} + \pi$	—	1,6
	$\Sigma (1910) \rightarrow \Delta + \bar{K}$	—	0,5
$\Xi (2037 \pm 12)$	$\Xi (2037) \rightarrow \Xi + \pi$	Мала	0,5
	$\Xi (2037) \rightarrow \Sigma + \bar{K}$	Велика	43,6
	$\Xi (2037) \rightarrow \Xi + \eta$	—	1,7
	$\Xi (2037) \rightarrow \Lambda + \bar{K}$	Велика	13,3
	$\Xi (2037) \rightarrow \Xi_{\delta} + \pi$	—	1,9
	$\Xi (2037) \rightarrow \Sigma_{\delta} + \bar{K}$	—	1,1

распада резонансов Σ^* и Λ^* , принадлежащих к различным супермультиплетам SU_3 , определяют из анализа угловых распределений и поляризаций конечных гиперонов в реакциях $\bar{K} + N \rightarrow \Lambda + \pi$, $\bar{K} + N \rightarrow \Sigma + \pi$ в резонансной области, т. е. в том интервале энергий, где существенный вклад в амплитуды этих процессов вносят Σ^* - и Λ^* -резонансы. Вклады этих резонансов в амплитуды процессов зависят от относительных знаков амплитуд распадов $\Sigma^*, \Lambda^* \rightarrow \Lambda + \pi, \bar{K} + N, \Sigma + \pi$. Эти знаки могут быть предсказаны также в SU_3 -симметрии. Рассмотрим для примера вклады Σ^* -резонансов, принадлежащих к некоторому октету и некоторому декуплету SU_3 , в амплитуду реакции $\bar{K} + N \rightarrow \Lambda + \pi$. Восполь-

зовавшись коэффициентами табл. 3.2 и 3.4, получим

$$\left. \begin{aligned} A^{\Sigma^{10}}(\bar{K}N \rightarrow \Lambda\pi) &\simeq A_{KN}^{\Sigma^{10}} A_{\Lambda\pi}^{\Sigma^{10}} = \frac{\sqrt{6}}{12} |A_{10}|^2, \\ A^{\Sigma^8}(\bar{K}N \rightarrow \Lambda\pi) &\simeq A_{KN}^{\Sigma^8} A_{\Lambda\pi}^{\Sigma^8} = \sqrt{2} (2\alpha_8 - 1) \frac{2}{\sqrt{3}} (1 - \alpha_8) |A_8|^2, \end{aligned} \right\} (3.63)$$

где $A^{\Sigma^8}(\bar{K}N \rightarrow \Lambda\pi)$, $A^{\Sigma^{10}}(\bar{K}N \rightarrow \Lambda\pi)$ — амплитуды процесса $\bar{K} + N \rightarrow \Lambda + \pi$, отвечающие возбуждению в s -канале резонансов Σ^* из октета и декуплета соответственно. Из (3.63) видно, что относительный знак этих вкладов определяется только величиной параметра α_8 и поэтому может быть предсказан по известному значению α_8 .

Отметим, что относительный знак амплитуд процесса $\bar{K} + N \rightarrow \Lambda + \pi$, отвечающих вкладу двух Σ^* -резонансов из разных декуплетов, должен быть всегда положительным в SU_3 -симметрии. Таким способом нельзя, однако, установить знак амплитуд распада резонансов Σ^* из тех октетов, для которых параметр α_8 близок к значению $\alpha_8 = 1/2$. Как видно из табл. 3.8, в тех случаях, когда знак можно определить ($\alpha_8 \neq 1/2$), предсказания теории согласуются с опытом.

2.4. SU_6 -симметрия. Если кваркам присписать спин $1/2$, то нерелятивистский кварковый SU_3 -триплет будет описываться шестикомпонентной волновой функцией q_A , где $A \equiv (i, \alpha)$ — совокупность спинового i ($i = 1, 2$) и унитарного α ($\alpha = 1, 2, 3$) индексов.

В шестимерном комплексном пространстве q_A ($A = 1, 2, \dots, 6$) может быть введена группа унитарных и унимодулярных преобразований, оставляющих инвариантной квадратичную форму шести переменных $q^A q_A$. Эта группа, аналогичная группе SU_3 , называется группой SU_6 [32, 48].

Преобразования группы SU_6 могут быть записаны в виде

$$U = \exp(i\Lambda_k \omega_k/2), \quad k = 1, 2, \dots, 35,$$

где Λ_i — совокупность 35 непрерывных вещественных параметров и ω_i — совокупность 35 6×6 -матриц, действующих на индекс A (для обозначения индексов суперспиноров в группе SU_6 будем употреблять большие латинские буквы).

Матрицы ω_i , играющие здесь такую же роль, как матрицы Паули в группе SU_2 и матрицы λ_i в группе SU_3 , должны быть, очевидно, эрмитовыми и иметь шпуры, равные нулю. Их можно выбрать в виде прямого произведения двухрядных матриц σ , $\sigma_0 \equiv I$, действующих на спиновый индекс, и матриц λ_k , $\lambda_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} I$,

Таблица 3.8

		$\frac{3^+}{2}$	$\frac{1^-}{2}$	$\frac{3^-}{2}$	$\frac{5^-}{2}$	$\frac{5^+}{2}$	$\frac{7^-}{2}$	$\frac{7^+}{2}$
$\bar{K}N$	$\Sigma^+ \pi$	$\Sigma(1385) \Downarrow$						$\Sigma(2030) \Downarrow$
	$I=1$	декуплет						
	октет		$\uparrow \Sigma(1750)?$	$\uparrow \Sigma(1660)\uparrow$	$\uparrow \Sigma(1765)\uparrow$	$\updownarrow \Sigma(1915)\downarrow$	$\uparrow \Sigma(2250)?$	
$\Lambda \pi$	$I=0$	октет			$\downarrow \Lambda(1830) \downarrow$	$\downarrow \Lambda(1815) \downarrow$		
	нонет		$\uparrow \Lambda_1(1405) \uparrow$	$\uparrow \Lambda_1(1520) \uparrow$			$\uparrow \Lambda_1(2100) \uparrow$	
			$\downarrow \Lambda_8(1670) \downarrow$	$\downarrow \Lambda_8(1690) \downarrow$			$\downarrow \Lambda_8(2350)?$	
		октет						
	декуплет	$\Sigma(1385) \Uparrow$	$\downarrow \Sigma(1750)?$	$\uparrow \Sigma(1660)\uparrow$	$\downarrow \Sigma(1765)\downarrow$	$\updownarrow \Sigma(1915)\downarrow$	$\uparrow \Sigma(2250)?$	$\Sigma(2030) \Uparrow$

Примечание. Двойные стрелки фиксируют систему отсчета знаков, одинарная слева обозначает знак вклада резонанса, предсказываемый SU_3 -симметрией, одинарная справа — определенный на опыте (\uparrow , $\uparrow - \uparrow$, \downarrow , $\downarrow - \downarrow$).

действующих на унитарный индекс α :

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0k} &= \sigma_0 \otimes \lambda_k, & k &= 1, 2, \dots, 8, \\ \omega_{i0} &= \sigma_i \otimes \lambda_0, & i &= 1, 2, 3, \\ \omega_{ik} &= \sigma_i \otimes \lambda_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

Перестановочные соотношения для этих матриц легко получить, зная перестановочные соотношения для матриц σ_i и λ_k :

$$\begin{aligned} [\omega_{0k_1}, \omega_{0k_2}]_- &= 2if_{k_1 k_2 k_3} \omega_{0k_3}, & [\omega_{i_1 0}, \omega_{i_2 0}]_- &= 2i\varepsilon_{i_1 i_2 i_3} \omega_{i_3 0}, \\ [\omega_{0k_1}, \omega_{ik_2}]_- &= 2if_{k_1 k_2 k_3} \omega_{ik_3}, & [\omega_{i_1 0}, \omega_{i_2 k}]_- &= 2i\varepsilon_{i_1 i_2 i_3} \omega_{i_3 k}, \\ [\omega_{i_0}, \omega_{0k}] &= 0 \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

или в компактном виде

$$[\omega_{A_1}, \omega_{A_2}]_- = 2iF_{A_1 A_2 A_3} \omega_{A_3} \quad (A_1, A_2, A_3 = 1, 2, \dots, 35).$$

Нормированы матрицы ω_A согласно условию

$$Sp \omega_{A_1} \omega_{A_2} = 4\delta_{A_1 A_2}.$$

Такой же алгебре подчиняются 35 генераторов группы SU_6 — они, как и соответствующие величины для группы SU_3 , действуют в гильбертовом пространстве векторов состояния системы полей q_A .

Группа SU_6 содержит в качестве подгруппы прямое произведение $SU_2 \otimes SU_3$ спиновой группы SU_2 и группы унитарной симметрии SU_3 . При этом генераторы ω_{0k} отвечают преобразованиям группы SU_3 , генераторы ω_{i0} — преобразованиям спиновой группы SU_2 .

Из явного вида (3.64) матриц ω_A следует, что матрицы ω_{03} , ω_{08} , ω_{30} , ω_{38} , ω_{33} диагональны и, следовательно, коммутируют между собой. На этом основании говорят, что группа SU_6 является группой пятого ранга. В кварковом представлении коммутирующие матрицы отвечают операторам электрического заряда Q и гиперзаряда Y ,

$$Q = \frac{1}{2} \left(\omega_{33} + \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_{08} \right), \quad Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_{08}, \quad (3.65)$$

а также оператору проекции изоспина (ω_{03}), оператору кваркового спина $\frac{1}{2} \omega_{30}$, оператору магнитного момента кварков $\frac{1}{2} \left(\omega_{33} + \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_{38} \right)$ и оператору проекции спина странных кварков $\frac{1}{\sqrt{6}} (\omega_{30} - \sqrt{2} \omega_{38})$.

Неприводимые представления группы SU_6 можно построить таким же способом, как и неприводимые представления группы SU_3 , перемножая волновые функции кварков и антикварков с последующей симметризацией (или антисимметризацией) и удалением шпура. Например, мезоны должны строиться из кварка и антикварка,

поэтому волновая функция этой системы $(\bar{q} + q)$ в группе SU_6 имеет вид $\bar{q}^A q_{A'}$ и содержит 36 компонент. Разлагая эту волновую функцию (обозначим ее через $\bar{6} \times 6$) на неприводимые части, получим

$$\bar{q}^A q_{A'} = \frac{1}{6} \delta_{A'}^A (\bar{q}q) + \left(\bar{q}^A q_{A'} - \frac{1}{6} \delta_{A'}^A \bar{q}q \right), \quad \bar{q}q = q^A q_A. \quad (3.66)$$

Таким образом, произведение представлений $\bar{6} \times 6$ в группе SU_6 содержит два неприводимых представления: $\bar{6} \times 6 = 1 + 35$.

Первое слагаемое в (3.66) описывает SU_6 -синглет, а тензор $M_{A'}^A = \bar{q}^A q_{A'} - \frac{1}{6} \delta_{A'}^A \bar{q}q$, шпур которого равен нулю, описывает 35-плет мезонов.

Поскольку $6 = (2,3)$, $\bar{6} = (2, \bar{3})$ (первое число в скобках означает число независимых спиновых состояний кварка, а второе — число унитарных состояний), то произведение $\bar{6} \times 6$ в подгруппе $SU_2 \otimes SU_3$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{6} \times 6 &= (2, \bar{3}) \otimes (2, 3) = (2 \times 2, \bar{3} \times 3) = (1 + 3, 8 + 1) = \\ &= (1, 1) + (1, 8) + (3, 1) + (3, 8), \end{aligned} \quad (3.67)$$

где использованы правила перемножения представлений в группах SU_2 и SU_3 .

Видим, что система кварк — антикварк описывает унитарный синглет с нулевым (1,1) и единичным (3,1) спинами, а также октеты мезонов с нулевым (1,8) и единичным (3,8) спинами.

После выделения SU_6 -синглета тензор $M_{A'}^A$ описывает октет псевдоскалярных мезонов и нонет векторных мезонов. В терминах спиновых волновых функций векторных V и псевдоскалярных φ мезонов, унитарных волновых функций векторных $V_{\alpha'}^{\alpha}$ (9) и псевдоскалярных $P_{\alpha'}^{\alpha}$ мезонов тензор $M_{A'}^A$ имеет вид

$$M_{A'}^A \equiv M_{i'\alpha'}^{i\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta_i^{i'} \varphi_P P_{\alpha'}^{\alpha} + i (\sigma_V)_i^{i'} V_{\alpha'}^{\alpha} (9)). \quad (3.68)$$

Первое слагаемое описывает октет псевдоскалярных мезонов, второе — нонет векторных мезонов $V_{\alpha'}^{\alpha}$ (9), причем тензор $V_{\alpha'}^{\alpha}$ (9) определяется выражением

$$V_{\alpha'}^{\alpha}(9) = \begin{bmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_8}{\sqrt{6}} + \frac{\omega_1}{\sqrt{3}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho_0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_8}{\sqrt{6}} + \frac{\omega_1}{\sqrt{3}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \omega_8 + \frac{\omega_1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}.$$

Тензор $M_{A'}^A$ удовлетворяет условию нормировки

$$M_{A'}^A M_A^{A'} = \varphi_P^* \varphi_P S_P (PP) + V \cdot V S_P (V(9) V(9)),$$

где шпур берется от произведения 3×3 -матриц в группе SU_3 . Разложение (3.68) схематически можно записать в виде $35 = (1,8) + (3,9)$, где первое число в скобках обозначает число спиновых состояний, второе — число унитарных.

Барионы должны строиться из трех кварков, волновая функция которых $q_A q_B q_C$ с помощью симметризации и антисимметризации должна быть разложена на неприводимые представления группы SU_3 : $6 \times 6 \times 6 = 20 + 56 + 70 + 70$.

Полностью антисимметричный суперспинор третьего ранга $\psi_{\{ABC\}}$ имеет 20 независимых компонент (квадратные скобки указывают, что антисимметризация выполнена по всем индексам) и описывает, следовательно, унитарный синглет со спином $3/2$ (4,1) и унитарный октет со спином $1/2$ (2,8); т. е. $20 = (4,1) + (2,8)$. Полностью симметричный суперспинор третьего ранга $\psi_{\{ABC\}}$ (фигурные скобки обозначают симметризацию по всем индексам) имеет 56 компонент, которые описывают унитарный октет со спином $1/2$ (2,8) и унитарный декуплет со спином $3/2$: $56 = (2,8) + (4,10)$. Наконец, суперспинор $\psi_{\{A|BC\}}$ смешанной симметрии (антисимметричный по индексам B, C ; индекс A симметризован с B и C) имеет 70 независимых компонент, которые описывают октет со спином $3/2$ (4,8), а также синглет (2,1), октет (2,8) и декуплет (2,10) со спинами $1/2$: $70 = (2,1) + (2,8) + (2,10) + (4,8)$.

Наиболее легкие барионы образуют октет со спином $1/2$ (N, Λ, Σ, Ξ) и декуплет со спином $3/2$ ($\Delta, \Sigma_\delta, \Xi_\delta, \Omega$). Пространственная четность всех этих адронов положительна. Поэтому естественно объединить их в 56-плет. Волновая функция 56-плета в терминах волновых функций октета и декуплета имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Psi_{\{ABC\}} \equiv \Psi_{\{i\alpha, j\beta, k\gamma\}} &= \chi_{ijk} D_{\alpha\beta\gamma} + \\ &+ \frac{1}{3\sqrt{2}} (\epsilon_{ij} \chi_k \epsilon_{\alpha\beta\alpha'} B_{\gamma}^{\alpha'} + \epsilon_{jk} \chi_i \epsilon_{\beta\gamma\alpha'} B_{\alpha}^{\alpha'} + \epsilon_{ki} \chi_j \epsilon_{\gamma\alpha\beta'} B_{\beta}^{\beta'}), \end{aligned} \quad (3.69)$$

где χ_{ijk} — полностью симметричный спинор третьего ранга с четырьмя независимыми компонентами, причем $\chi_{111} = \psi_{3/2}$, $\chi_{112} = \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_{\frac{1}{2}}$, $\chi_{122} = \frac{1}{\sqrt{3}} \psi_{-\frac{1}{2}}$, $\chi_{222} = \psi_{-\frac{3}{2}}$ (ψ_m — волновая функция частицы со спином $3/2$ и проекцией спина m), χ_k ($k = 1, 2$) — двухкомпонентный спинор барионов со спином $1/2$, ϵ_{ij} — единичный антисимметричный тензор в двумерном комплексном пространстве. Коэффициенты выбраны так, чтобы норма $\bar{\psi}^{\{ABC\}} \psi_{\{ABC\}}$ равнялась сумме норм всех барионных состояний 56-плета.

Предполагая, что сильное взаимодействие обладает SU_6 -симметрией, можно получить ряд следствий, касающихся амплитуд процессов, обусловленных сильным взаимодействием. Так как при этом S -матрица должна коммутировать со всеми генераторами, то отличные от нуля элементы S -матрицы будут связывать между собой состояния, относящиеся к одному и тому же неприводимому представлению группы SU_6 .

Рассмотрим, например, мезон-барионное рассеяние $M + B \rightarrow M + B$, где M — мезон из 35-плета M_A^A , B — барион из 56-плета $\psi_{\{ABC\}}$. Учитывая правила перемножения мультиплетов группы

$$\begin{aligned} 35 \otimes 35 &= 1 + 35_s + 35_a + 189 + 405 + 280 + 280, \\ 56 \otimes \bar{56} &= 1 + 35 + 405 + 2695, \end{aligned} \quad (3.70)$$

где 35_s — симметричный, 35_a — антисимметричный 35-плет состояний двух мезонов, видим, что общими в произведениях $35 \otimes 35$ и $\bar{56} \otimes 56$ являются мультиплеты размерности 1, 35, 405. Поэтому амплитуда $F(MB \rightarrow MB)$ мезон-барионного рассеяния $M + B \rightarrow M + B$ имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned} F(MB \rightarrow MB) &= \\ &= \bar{\psi}^{\{A'B'C'\}} \{ a_1 \delta_A^A \delta_B^B \delta_C^C M_D^D (1) M_D^{D'} (2) + \\ &+ a_2 \delta_A^A \delta_B^B [M_D^D (1) M_C^D (2) + M_C^D (1) M_D^D (2)] + \\ &+ a_3 \delta_A^A \delta_B^B [M_D^C (1) M_C^D (2) - M_C^D (1) M_D^C (2)] + \\ &+ a_4 \delta_A^A M_B^B (1) M_C^C (2) \} \psi_{\{ABC\}}. \end{aligned}$$

Величины a_i ($i = 1, 2, 3, 4$), называемые унитарными амплитудами мезон-барионного рассеяния, определяют следующие переходы между неприводимыми представлениями состояний $M + \bar{M}$ и $B + \bar{B}$: амплитуда a_1 — переход между SU_6 -синглетами; амплитуды a_2 и a_3 — переходы между симметричным (35_s) и антисимметричным (35_a) 35-плетами пары мезонов и 35-плетом состояния $B + \bar{B}$ и, наконец, амплитуда a_4 — переход между 405-плетами $M + \bar{M}$ и $\bar{B} + B$.

Из (3.70) легко видеть, что в теории, инвариантной относительно группы SU_6 , рассеяние барионов на барионах описывается амплитудами $\langle 1 | S | 1 \rangle$, $\langle 35 | S | 35 \rangle$, $\langle 405 | S | 405 \rangle$, $\langle 2695 | S | 2695 \rangle$. Рассеяние мезонов мезонами в состояниях с четными орбитальными моментами l описывается унитарными амплитудами $\langle 1 | S | 1 \rangle$, $\langle 35_s | S | 35_s \rangle$, $\langle 189 | S | 189 \rangle$, $\langle 405 | S | 405 \rangle$, а рассеяние мезонов мезонами в состояниях с нечетными l амплитудами $\langle 35_a | S | 35_a \rangle$, $\langle 280_1 | S | 280_1 \rangle$, $\langle 280_1 | S | 280_2 \rangle$, $\langle 280_2 | S | 280_1 \rangle$, $\langle 280_2 | S | 280_2 \rangle$. Заметим, однако, что применительно к процессам рассеяния об SU_6 -симмет-

при можно говорить только в том случае, когда рассеяние происходит в состоянии с $l = 0$ (s -состояние). Действительно, инвариантность относительно преобразований группы SU_6 предполагает инвариантность относительно преобразований подгруппы SU_2 , откуда вытекает сохранение полного спина в процессах рассеяния или распада адронов. Но полный спин сохраняется только при рассеянии в s -состоянии. Поэтому SU_6 -симметрия не применима для таких процессов, как распад $\rho \rightarrow 2\pi$, так как здесь спин не сохраняется.

Мы говорили все время о трех кварках, имеющих спин $1/2$. Поэтому волновая функция бариона, составленного из трех кварков, должна была быть в силу принципа Паули антисимметричной относительно перестановки любой пары кварков. Между тем волновая функция ψ_{ABC} бариона из 56-плеча SU_6 -симметрична относительно перестановки кварков. Значит, если кварк рассматривать как реальную частицу, то приходим к противоречию с принципом Паули. Чтобы устранить это противоречие, т. е. получить антисимметричную волновую функцию трех кварков, образующих барион, наряду с гиперзарядом и изотопическим спином вводится еще одна внутренняя степень свободы для кварков, которая называется цветом [4]. Различают кварки трех цветов. Таким образом, получается картина не трех, а девяти кварков.

Простейшее предположение заключается в том, что массы кварков, различающихся цветом, равны между собой. Это приводит к тому, что возникает группа симметрии $SU'_3 \otimes SU_3$, где SU'_3 — группа цветовой SU_3 -симметрии. Цветовая симметрия означает тождественность свойств кварков с различными цветами. Если предположить, что электрический заряд кварков не зависит от их цвета, то электромагнитное взаимодействие адронов сохраняет цвет. Поэтому присутствие цвета у кварков не изменяет электромагнитных свойств адронов, и при анализе электромагнитных свойств адронов можно не учитывать цвет кварков.

§ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА АДРОНОВ И УНИТАРНЫЕ СИММЕТРИИ

3.1. Магнитные моменты барионов и SU_3 -симметрия. Выше было показано, что электромагнитный ток кварков обладает определенными трансформационными свойствами относительно преобразований группы SU_3 , а именно: он преобразуется как комбинация $Q_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} Q_8$ генераторов группы SU_3 . Предположим теперь, что такими трансформационными свойствами обладает не только электромагнитный ток кварков, но и электромагнитный ток любых адронов. Это означает, что электромагнитный ток адронов является U -синглетом.

Исходя из этого предположения можно получить ряд важных соотношений, касающихся электромагнитных свойств адронов. В частности, можно получить определенные соотношения между магнитными моментами барионов в SU_3 -симметрии (и в SU_6 -симметрии), а также между амплитудами радиационных распадов векторных мезонов, между амплитудами фотообразования псевдоскалярных мезонов на нуклонах и, наконец, между электромагнитными разностями масс.

Перейдем теперь к выводу этих соотношений. Начнем с вывода соотношений между магнитными моментами барионов в SU_3 -симметрии [23, 24]. Лагранжиан взаимодействия магнитных моментов обычных барионов (N, Λ, Σ, Ξ) с электромагнитным полем, очевидно, можно записать в виде

$$\mathcal{L}(\mu) = \frac{e}{2M^2} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} A_\alpha k_\beta p_{1\gamma} \bar{u}(p_2) \gamma_\delta \gamma_5 u(p_1) ((\mu_f S_p (\bar{B}B) Q) + \mu_d S_p (\bar{B}B) Q), \quad (3.71)$$

где A_α — 4-потенциал электромагнитного поля, $u(p)$ — 4-компонентный спинор бариона, $p_1(p_2)$ — начальный (конечный) 4-импульс бариона, k — 4-импульс γ -кванта, B — унитарная волновая функция барионов из октета, Q — зарядовая матрица,

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.72)$$

и μ_f, μ_d — некоторые константы. (Шпур берется по унитарным индексам.)

Используя формулу (3.52) для волновых функций B , имеем

$$\begin{aligned} S_p (\bar{B}BQ) &= 2(\bar{\Sigma}^+ \Sigma^+) + 2(\bar{p}p) - (\bar{\Sigma}^- \Sigma^-) - (\bar{\Xi}^- \Xi^-) - (\bar{n}n) - (\bar{\Xi}^0 \Xi^0) - \\ &\quad - \frac{1}{2}(\bar{\Lambda}\Lambda) - \frac{1}{2}(\bar{\Sigma}^0 \Sigma^0) + \frac{\sqrt{3}}{2}(\bar{\Sigma}^0 \Lambda + \bar{\Lambda} \Sigma^0), \\ S_p (\bar{B}QB) &= -(\bar{\Sigma}^+ \Sigma^+) - (\bar{p}p) + 2(\bar{\Sigma}^- \Sigma^-) + 2(\bar{\Xi}^- \Xi^-) - \\ &\quad - (\bar{n}n) - (\bar{\Xi}^0 \Xi^0) - \frac{1}{2}(\bar{\Lambda}\Lambda) + \frac{1}{2}(\bar{\Sigma}^0 \Sigma^0) + \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{2}(\bar{\Sigma}^0 \Lambda + \bar{\Lambda} \Sigma^0) \end{aligned} \quad (3.73)$$

(p, n, \dots, Ξ^0 служит для обозначения волновых функций отдельных барионов). Подставим эти выражения в лагранжиан (3.71) и соберем коэффициенты при $(\bar{p}p), \dots, (\bar{\Xi}^0 \Xi^0)$. Они определяют, очевидно, магнитные моменты p, \dots, Ξ^0 барионов. Обозначая их через $\mu(p), \dots$

..., $\mu(\Xi^0)$, получим

$$\mu(p) = \mu(\Sigma^+) = \mu_d + 3\mu_f, \quad (3.74a)$$

$$\mu(\Sigma^-) = \mu(\Xi^-) = \mu_d - 3\mu_f, \quad (3.74б)$$

$$\mu(n) = \mu(\Xi^0) = 2\mu(\Lambda) = -2\mu(\Sigma^0) = -\frac{2}{\sqrt{3}}\mu(\Sigma\Lambda) = -2\mu_d, \quad (3.74в)$$

Таблица 3.9

B	p	n	Λ	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-	$\Sigma\Lambda$
n_1	1	0	0	1	0	-1	0	-1	0
n_2	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	1	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\mu(B)$	2,79	-1,91	-0,95	2,79	0,95	-0,88	-1,91	-0,88	-1,65

где $\mu(\Sigma\Lambda)$ — магнитный момент перехода $\Sigma \rightarrow \Lambda$, связь которого с временем жизни Σ^0 -гиперона относительно распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ обсуждалась в гл. 1.

Таким образом, магнитные моменты барионов из октета определяются двумя константами: μ_f и μ_d . Поэтому магнитный момент любого бариона из октета можно связать с магнитными моментами протона и нейтрона:

$$\mu(B) = n_1\mu(p) + n_2\mu(n),$$

где n_1 и n_2 — некоторые числовые коэффициенты; их значения, а также значения магнитных моментов барионов $\mu(B)$, вычисленные по известным магнитным моментам протона и нейтрона, приведены в табл. 3.9.

Заметим, что все соотношения (3.74), кроме соотношения $\mu(n) = 2\mu(\Lambda)$, можно получить, исходя из инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов относительно преобразований подгруппы U -спина. Из инвариантности следует, что магнитные моменты частиц в пределах каждого U -мультиплета одинаковы. В частности, соотношения (3.74a) и (3.74б) и выражают равенство магнитных моментов для U -дублетов (p, Σ^+) и (Σ^-, Ξ^-). Для U -триплета ($n, \frac{-\Sigma^0 + \sqrt{3}\Lambda}{2}, \Xi^0$) получим

$$\mu(n) = \mu(\Xi^0) = \mu(\Sigma_U^0), \quad \Sigma_U^0 = \frac{-\Sigma^0 + \sqrt{3}\Lambda}{2}, \quad (3.74г)$$

где

$$\mu(\Sigma^0) = \frac{1}{4} \mu(\Sigma^0) + \frac{3}{4} \mu(\Lambda) - \frac{\sqrt{3}}{2} \mu(\Sigma, \Lambda).$$

Инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов относительно преобразований подгруппы U -спина приводит к запрету перехода между состоянием $\frac{-\Sigma^0 + \sqrt{3}\Lambda}{2}$ с $U = 1$ и состоянием $\frac{\sqrt{3}\Sigma^0 + \Lambda}{2}$ с $U = 0$, т. е. $\mu\left(\frac{-\Sigma^0 + \sqrt{3}\Lambda}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}\Sigma^0 + \Lambda}{2}\right) = 0$, откуда

$$\mu(\Lambda) - \mu(\Sigma^0) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \mu(\Sigma, \Lambda). \quad (3.74д)$$

Заметим, что соотношения (3.74) (кроме $\mu(n) = 2\mu(\Lambda)$) остались бы справедливыми и в том случае, если бы электромагнитный ток адронов наряду со слагаемыми, преобразующимися как компоненты октета, содержал также слагаемые, преобразующиеся как унитарный синглет (являющийся также U -синглетом) или даже как определенные компоненты 27-плета (являющиеся U -синглетом).

Соотношение $\mu(\Lambda) = \frac{1}{2} \mu(n)$ нельзя получить, исходя из предположения, что электромагнитное взаимодействие адронов сохраняет U -спин. Оно является следствием более конкретного предположения об октетной природе электромагнитного тока адронов в группе SU_3 . Именно это предположение содержится в структуре лагранжиана (3.71). Действительно, рассмотрим величину $\sum_i \langle B_i | J_\mu^{(\gamma)} | B_i \rangle$, которая, очевидно, равна нулю. В самом деле, если R — некоторое унитарное преобразование состояний B , $B' = RB$, то

$$\sum_{i=1}^8 \langle B_i | J_\mu^{(\gamma)} | B_i \rangle = \sum_{i=1}^8 \langle B'_i | J_\mu^{(\gamma)} | B'_i \rangle,$$

т. е. эта величина является скаляром относительно преобразований группы SU_3 . С другой стороны,

$$\sum_{i=1}^8 \langle B'_i | J_\mu^{(\gamma)} | B'_i \rangle = \sum_{i=1}^8 \langle B_i | R^{-1} J_\mu^{(\gamma)} R | B_i \rangle,$$

т. е. величина $\sum_{i=1}^8 \langle B_i | J_\mu^{(\gamma)} | B_i \rangle$ является вектором в 8-мерном пространстве, поэтому она должна равняться нулю. Так как

$$\langle B | J_\mu^{(\gamma)} | B \rangle = e \frac{\mu(B)}{2M^2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} A_\alpha k_\beta p_{1\gamma} \bar{u}(\rho_2) \gamma_\delta \gamma_5 u(\rho_1),$$

то

$$\sum_{i=1}^8 \mu(B_i) = 0,$$

т. е.

$$\mu(p) + \mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-) + \mu(\Xi^-) + \mu(n) + \mu(\Xi^0) + \mu\left(\frac{-\Sigma^0 + \sqrt{3}\Lambda}{2}\right) + \\ + \mu\left(\frac{\Lambda + \sqrt{3}\Sigma^0}{2}\right) = 0$$

(в качестве базисных состояний здесь выбраны состояния с определенными значениями U и U_3). Используя соотношения (3.74а), (3.74б) и (3.74г), перепишем это выражение в виде

$$2\mu(\Sigma^+) + 2\mu(\Sigma^-) = +2\mu(n) + \mu\left(\frac{\Lambda + \sqrt{3}\Sigma^0}{2}\right) = 0.$$

Комбинируя его с соотношением (3.74д) и соотношениями $\mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-) = 2\mu(\Sigma^0)$, $\mu(\Sigma^0) - 3\mu(\Lambda) = -2\mu(n)$, получим $\mu(\Lambda) = \frac{1}{2}\mu(n)$.

Это соотношение согласуется с опытом, поэтому можно считать, что электромагнитный ток адронов преобразуется как определенные компоненты октета и не содержит существенного вклада унитарного синглета.

Соотношения (3.74) справедливы, если сильное взаимодействие обладает SU_3 -симметрией. Выше мы говорили, что этой симметрией обладает только «сверхсильное» взаимодействие, умеренно сильное взаимодействие нарушает SU_3 -симметрию. Если считать, что умеренно сильное взаимодействие преобразуется как гиперзаряд, то соотношения (3.74) между магнитными моментами барионов не будут выполняться, а будут выполняться только соотношения

$$\mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-) = 2\mu(\Sigma^0), \\ \mu(n) + \mu(\Xi^0) = \frac{1}{2}\mu(\Sigma^0) + \frac{3}{2}\mu(\Lambda) - \sqrt{3}\mu(\Sigma\Lambda).$$

Первое соотношение было получено нами ранее (см. § 3) и связано с отсутствием изотензора в электромагнитном токе адронов. Второе соотношение может быть получено из предположения, что умеренно сильное взаимодействие преобразуется как сумма U -скаляра и третьей компоненты U -вектора. (Заметим, что такие трансформационные свойства умеренно сильного взаимодействия согласуются со сделанным выше предположением о том, что умеренно сильное взаимодействие преобразуется как гиперзаряд, но являются более общими, так как они справедливы не только для компонент октета, но и для унитарного синглета, 27-плета и т. д.).

3.2. Магнитные моменты барионов и SU_6 -симметрия. Перейдем теперь от SU_3 -симметрии к SU_6 и выясним, каковы будут соотношения между магнитными моментами барионов в этом случае.

Покажем прежде всего, что должно выполняться соотношение [15]

$$\frac{\mu(p)}{\mu(n)} = -\frac{3}{2}. \quad (3.75)$$

Предположим, что электромагнитный ток барионов преобразуется в группе SU_6 как генератор магнитного момента кварков. Тогда эффективный нерелятивистский лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов из 56-плета с электромагнитным полем будет иметь вид

$$\mathcal{L}_{56} = 3\mu_0 \bar{\Psi}^{(A'BC)} M_{A'}^A \Psi_{(ABC)}, \quad (3.76)$$

где $\Psi_{(ABC)}$ — волновая функция 56-плета барионов и $M_{A'}^A$ — суперспинор второго ранга, описывающий магнитный дипольный γ -квант,

$$M_{A'}^A \equiv M_{i' \alpha'}^{i \alpha} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i' i}^t Q_{\alpha'}^{\alpha}, \quad Q_{\alpha'}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

(\mathbf{e} , \mathbf{k} — поляризация и 3-импульс γ -кванта, Q — зарядовая матрица и μ_0 — некоторая константа).

Используя явный вид суперспинора $\Psi_{(ABC)}$, получим $\mathcal{L}_{56} = \mathcal{L}_8 + \mathcal{L}_{10} + \mathcal{L}_{10 \rightarrow 8}$, где \mathcal{L}_8 — лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов из октета со спином 1/2,

$$\mathcal{L}_8 = \frac{\mu_0}{3} (\bar{\chi} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k} \chi) (5 \langle \bar{B} B Q \rangle + \langle \bar{B} Q B \rangle) \quad (3.78a)$$

($\langle \bar{B} B Q \rangle \equiv Sp(\bar{B} B Q)$), \mathcal{L}_{10} — лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов из декуплета со спином 3/2,

$$\mathcal{L}_{10} = 3\mu_0 [\bar{\chi}^{ijk} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i' j' k'}^l \chi_{i' j' k'}] (\bar{D}^{\alpha \beta \gamma} Q_{\alpha}^{\alpha'} D_{\alpha' \beta \gamma}), \quad (3.78b)$$

и $\mathcal{L}_{10 \rightarrow 8}$ — лагранжиан, соответствующий магнитным моментам перехода барионов из декуплета в барионы из октета (которые определяют амплитуды радиационных распадов $B_{10} \rightarrow B_8 + \gamma$ с испусканием магнитного дипольного γ -кванта):

$$\mathcal{L}_{10 \rightarrow 8} = \sqrt{2} \mu_0 [\bar{\chi}^i \varepsilon^{i' j} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i' j' k'}^k \chi_{i' j' k'}] (\bar{B}_8^{\beta} \varepsilon^{\alpha' \beta \delta} Q_{\alpha}^{\alpha'} D_{\alpha' \beta \gamma}). \quad (3.78b)$$

Спинорные комбинации в лагранжианах \mathcal{L}_8 , \mathcal{L}_{10} и $\mathcal{L}_{10 \rightarrow 8}$ можно переписать в терминах спиновых волновых функций барионов (с определенной проекцией спина):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\chi} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k} \chi &= |\mathbf{B}| \left(\chi_1^* \chi_{\frac{1}{2}} - \chi_{-\frac{1}{2}}^* \chi_{-\frac{1}{2}} \right), \\ \bar{\chi}^i \varepsilon^{i' j} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i' j' k'}^k \chi_{i' j' k'} &= \frac{2}{\sqrt{3}} |\mathbf{B}| \left(\chi_{\frac{1}{2}}^* \psi_{\frac{1}{2}} - \chi_{-\frac{1}{2}}^* \psi_{-\frac{1}{2}} \right), \\ \bar{\chi}^{ijk} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i' j' k'}^l \chi_{i' j' k'} &= |\mathbf{B}| \left(\psi_{\frac{3}{2}}^* \psi_{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} \psi_{\frac{1}{2}}^* \psi_{\frac{1}{2}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} \psi_{-\frac{1}{2}}^* \psi_{-\frac{1}{2}} - \psi_{-\frac{3}{2}}^* \psi_{-\frac{3}{2}} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3.79)$$

где \mathbf{B} — магнитное поле, пропорциональное $ie \times \mathbf{k}$ (вектор \mathbf{B} направлен вдоль оси z).

Выше мы видели, что эффективный лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов с электромагнитным полем в предположении SU_3 -симметрии определяется двумя константами: μ_f и μ_d . Формула (3.78а) показывает, что в случае SU_6 -симметрии между этими константами существует связь:

$$\mu_d = \frac{3}{2} \mu_f,$$

поэтому магнитные моменты всех барионов из октета могут быть выражены через одну константу μ_0 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \mu(p) &= -\frac{1}{2} \mu(n) = -\frac{1}{2} \mu(\Xi^0) = -\mu(\Xi^-) = -\mu(\Lambda) = \\ &= \mu(\Sigma^0) = \frac{1}{3} \mu(\Sigma^+) = -\mu(\Sigma^-) = \frac{1}{\sqrt{3}} \mu(\Sigma, \Lambda) = \mu_0. \end{aligned}$$

Первое из этих равенств совпадает с равенством (3.75). Экспериментальные значения магнитных моментов протона и нейтрона очень хорошо согласуются с соотношением $\mu(p) = -\frac{3}{2} \mu(n)$, что является сильным подтверждением SU_6 -симметрии.

Константа μ_0 определяет также магнитные моменты переходов

$$\begin{aligned} \mu(\Delta^+, p) &= \mu(\Delta^0, n) = -\mu(\Sigma_8^+, \Sigma^+) = 2 \mu(\Sigma_8^0, \Sigma^0) = \\ &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \mu(\Sigma_8^0, \Lambda) = -\mu(\Xi_8^0, \Xi^0) = 2\sqrt{2} \mu_0. \end{aligned}$$

Заметим, что магнитные моменты переходов $\Xi_8^- \rightarrow \Xi^- + \gamma$, $\Sigma_8^- \rightarrow \Sigma^- + \gamma$ обращаются в нуль,

$$\mu(\Sigma_8^-, \Sigma^-) = \mu(\Xi_8^-, \Xi^-) = 0.$$

Эти равенства справедливы и в предположении SU_3 -симметрии — они являются следствием сохранения U -спина в электромагнитном взаимодействии адронов.

Магнитные моменты барионов из декуплета, как видно из (3.78б), пропорциональны электрическому заряду частиц

$$\begin{aligned} \mu(\Delta^0) &= \mu(\Sigma_8^0) = \mu(\Xi_8^0) = 0, \\ \frac{1}{2} \mu(\Delta^{++}) &= \mu(\Delta^+) = -\mu(\Delta^-) = -\mu(\Omega^-) = \mu(\Sigma_8^+) = \\ &= -\mu(\Sigma_8^-) = -\mu(\Xi_8^-) = 3\mu_0. \end{aligned}$$

Все полученные соотношения между магнитными моментами барионов справедливы в предположении, что отсутствуют взаимо-

действия, нарушающие SU_6 -симметрию. Предположим теперь, что существует умеренно сильное взаимодействие, нарушающее SU_6 -симметрию, и выясним его влияние на соотношения между магнитными моментами. Выше показано, что формулы для масс адронов соответствуют предположению о том, что умеренно сильные взаимодействия преобразуются в SU_3 -симметрии как определенные компоненты октета. Переходя от SU_3 - к SU_6 -симметрии, возникает неоднозначность, так как октет SU_3 содержится в 35-, 189- и 405-плетах SU_6 -симметрии. Поэтому умеренно сильное взаимодействие может преобразоваться как совокупность компонент этих трех супермультиплетов [14]. Предположим, что умеренно сильное взаимодействие преобразуется как определенная компонента 35-плета, а именно: как компонента (1.8) подгруппы $SU_2 \otimes SU_3$. Заметим, что в массовых формулах такое взаимодействие не дает расщепления масс по спину адронов, однако это обстоятельство не существенно при анализе магнитных моментов. Иными словами, умеренно сильное взаимодействие будем описывать суперспинором второго ранга

$$S_A^A \equiv S_{I'\alpha'}^{i\alpha} = \delta_{I'}^i S_{\alpha'}^{\alpha},$$

где $S_{\alpha'}^{\alpha}$ пропорционально гиперзаряду кварков $Y_{\alpha'}^{\alpha}$, $S_{\alpha'}^{\alpha} = 3Y_{\alpha'}^{\alpha}$. Тогда лагранжиан взаимодействия магнитных моментов 56-плета барионов с электромагнитным полем с учетом умеренно сильного взаимодействия будет иметь вид [2]

$$\mathcal{L}_s = 3\bar{\Psi}^{\{A'B'C'\}} (\mu_0 M_A^A \delta_B^B \delta_C^C + \mu_1 S_D^A M_A^D \delta_B^B \delta_C^C + \mu_2 M_A^A S_B^B \delta_C^C) \Psi_{\{ABC\}}, \quad (3.80)$$

где численные коэффициенты μ_1 и μ_2 определяют поправки к магнитным моментам, обусловленные умеренно сильным взаимодействием.

В лагранжиане \mathcal{L}_s могли бы в принципе содержаться еще две комбинации супермультиплетов

$$\bar{\Psi}^{\{ABC\}} \Psi_{\{ABC\}} M_D^D S_D^D, \quad \bar{\Psi}^{\{A'BC\}} M_D^A S_A^D \Psi_{\{ABC\}}.$$

Однако первая комбинация обращается в нуль, так как $M_D^D S_D^D = 0$, вторая же сводится к выписанному выражению для \mathcal{L}_s .

Используя формулы (3.68) и (3.69) для тензоров M_A^A и $\Psi_{\{ABC\}}$, лагранжиан \mathcal{L}_s можно представить в виде

$$\mathcal{L}_s = \mathcal{L}_{s,8} + \mathcal{L}_{s,10} + \mathcal{L}_{s,10 \rightarrow 8},$$

где $\mathcal{L}_{s,8}$ представляет собой лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов с $j^{np} = \frac{1^+}{2}$ с электромагнитным полем (с учетом умеренно сильного взаимодействия),

$$\mathcal{L}_{s,8} = \frac{1}{3} (\bar{\chi} \sigma \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k} \chi) [\mu_0 (5 \langle \bar{B}BQ \rangle + \langle \bar{B}QB \rangle) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \mu_1 (5 \langle \bar{B}BSQ \rangle + \langle \bar{B}SQB \rangle - \langle \bar{B}B \rangle \langle SQ \rangle) + \\
 & + \frac{1}{2} \mu_2 (2 \langle \bar{B}BSQ \rangle + 2 \langle \bar{B}QBS \rangle - 4 \langle \bar{B}SBQ \rangle - \\
 & - \langle \bar{B}Q \rangle \langle BS \rangle - \langle \bar{B}S \rangle \langle BQ \rangle), \quad (3.81a)
 \end{aligned}$$

$\mathcal{L}_{s,10}$ — лагранжиан взаимодействия магнитных моментов барионов с $j^{nP} = \frac{3^+}{2}$ с электромагнитным полем, учитывающий умеренно сильное взаимодействие,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{s,10} = & 3 [\bar{\chi}^{ijk} (\sigma \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_l^i \chi_{l'jk}] [\mu_0 \bar{D}^{\alpha\beta\gamma} Q_\alpha^{\alpha'} D_{\alpha'\beta\gamma} + \\
 & + \mu_1 \bar{D}^{\alpha\beta\gamma} (SQ)_{\alpha'}^{\alpha'} D_{\alpha'\beta\gamma} + \mu_2 \bar{D}^{\alpha\beta\gamma} Q_\alpha^{\alpha'} S_\beta^{\beta'} D_{\alpha'\beta'\gamma}], \quad (3.81б)
 \end{aligned}$$

наконец, $\mathcal{L}_{s,10 \rightarrow 8}$ — лагранжиан магнитных моментов перехода декуплета в октет с учетом умеренно сильного взаимодействия,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{s,10 \rightarrow 8} = & \sqrt{2} (\bar{\chi}^i \varepsilon^{i'j} (\sigma \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k})_{i'}^k \chi_{ijk}) [\mu_0 \bar{B}_\delta^\gamma \varepsilon^{\alpha'\beta\delta} Q_\alpha^{\alpha'} D_{\alpha'\beta\gamma} + \\
 & + \mu_1 \bar{B}_\delta^\gamma \varepsilon^{\alpha'\beta\delta} (SQ)_{\alpha'}^{\alpha'} D_{\alpha'\beta\gamma} + \\
 & + \frac{1}{2} \mu_2 (\bar{B}_\delta^\gamma \varepsilon^{\alpha'\beta\delta} Q_\alpha^{\alpha'} S_\beta^{\beta'} D_{\alpha'\beta'\gamma} + \bar{B}_\delta^{\beta'} \varepsilon^{\alpha'\gamma\delta} Q_\alpha^{\alpha'} S_\beta^{\beta'} D_{\alpha'\beta\gamma})]. \quad (3.81в)
 \end{aligned}$$

Из лагранжиана (3.81а) вытекают следующие выражения для магнитных моментов барионов с $j^{nP} = \frac{1^+}{2}$:

$$\left. \begin{aligned}
 \mu(p) &= 3(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), & \mu(\Xi^-) &= -\mu_0 + 3\mu_1, \\
 \mu(n) &= -2(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), & \mu(\Sigma^-) &= -\mu_0 - 2\mu_1 + \mu_2, \\
 \mu(\Lambda) &= -\mu_0 + 2\mu_1 - \mu_2, & \mu(\Sigma^0) &= \mu_0, \\
 \mu(\Sigma^+) &= 3\mu_0 + 2\mu_1 - \mu_2, & \mu(\Xi^0) &= -2\mu_0 + 2\mu_1 + 2\mu_2, \\
 \mu(\Sigma^0, \Lambda) &= \frac{1}{2} \bar{3} (2\mu_0 + 2\mu_1 - \mu_2),
 \end{aligned} \right\} (3.82)$$

откуда видно, что соотношение $\mu(p)/\mu(n) = -\frac{3}{2}$ остается справедливым и при нарушенной SU_6 -симметрии.

Экспериментальные данные о магнитных моментах $\mu(p)$, $\mu(\Lambda)$ и $\mu(\Sigma^+)$ приводят к следующим значениям: $\mu_0 = \frac{1}{4} [\mu(\Sigma^+) - \mu(\Lambda)] = 0,82 \pm 0,12$, $\mu_1 = \frac{1}{9} [\mu(p) + 3\mu(\Lambda)] = 0,087 \pm 0,022$, $\mu_2 = \frac{1}{4} [\mu(p) - \mu(\Sigma^+)] - \frac{\mu_1}{4} = 0,02 \pm 0,12$. Таким образом, поправочные величины μ_1 , μ_2 на порядок меньше величины μ_0 .

Подставляя эти значения μ_0 , μ_1 , μ_2 в (3.82), получим следующие значения магнитных моментов барионов (в нуклонных магнетонах): $\mu(\Sigma^-) = -0,97$, $\mu(\Sigma^0) = 0,82$, $\mu(\Xi^-) = -0,56$, $\mu(\Xi^0) = -1,43$.

Для магнитных моментов перехода $B_{10} \rightarrow B_8 + \gamma$ из лагранжиана (3.81в) получаем выражения

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Delta^+, p) &= \mu_0 + \mu_1 + \mu_2, \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Sigma_\delta^0, \Lambda) &= -\frac{\sqrt{3}}{4} (2\mu_0 + 2\mu_1 - \mu_2), \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Delta^0, n) &= \mu_0 + \mu_1 + \mu_2, \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Xi_\delta^0, \Xi^0) &= -\mu_0 + \frac{3}{2} \mu_2, \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Sigma_\delta^+, \Sigma^+) &= -\mu_0, \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Sigma_\delta^-, \Sigma^-) &= -\mu_1 + \frac{1}{2} \mu_2, \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Sigma_\delta^0, \Sigma^0) &= \frac{1}{4} (2\mu_0 - 2\mu_1 + \mu_2), \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \mu(\Xi_\delta^-, \Xi^-) &= -\mu_1 + \frac{1}{2} \mu_2. \end{aligned} \right\} (3.83)$$

Сравнивая (3.82) и (3.83), видим, что соотношение

$$\mu(\Delta^+, p) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu(p),$$

выполняющееся в точной SU_6 -симметрии, остается справедливым и в нарушенной SU_6 -симметрии.

Наконец, для магнитных моментов барионов из декуплета можно получить, используя выражение (3.82) для лагранжиана $\mathcal{L}_{s,10}$, следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \mu(\Delta^{++}) &= 6(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), & \mu(\Sigma_\delta^+) &= 3(\mu_0 + 2\mu_1 - \mu_2), \\ \mu(\Delta^+) &= 3(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), & \mu(\Sigma_\delta^0) &= 3\left(\mu_1 - \frac{1}{2}\mu_2\right), \\ \mu(\Delta^0) &= 0, & \mu(\Sigma_\delta^-) &= -3\mu_0, \\ \mu(\Delta^-) &= -3(\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), & \mu(\Xi_\delta^-) &= 3(-\mu_0 + \mu_1 + \mu_2), \\ \mu(\Omega^-) &= 3(-\mu_0 + 2\mu_1 + 2\mu_2), & \mu(\Xi_\delta^0) &= 3(2\mu_1 - \mu_2). \end{aligned} \right\} (3.84)$$

Из соотношений (3.82) — (3.84) видно, что включение умеренно сильного взаимодействия не изменяет соотношений между магнитными моментами барионов N и Δ .

Отметим, что амплитуды распадов $\Sigma_\delta^- \rightarrow \Sigma^- + \gamma$, $\Xi_\delta^- \rightarrow \Xi^- + \gamma$, запрещенных SU_3 - и SU_6 -симметриями, отличны от нуля при

учете умеренно сильного взаимодействия. Поэтому поиск этих распадов важен для выяснения природы нарушения SU_3 - и SU_6 -симметрий.

3.3. Радиационные распады псевдоскалярных мезонов и SU_3 -симметрия. Покажем, что SU_3 -симметрия позволяет получить ряд соотношений, связывающих между собой вероятности радиационных распадов мезонов.

Рассмотрим сперва распады псевдоскалярных мезонов на два γ -кванта. Амплитуды этих распадов можно связать между собой, используя сохранение U -спина в электромагнитных процессах взаимодействия адронов. Поскольку комбинация $\frac{-\pi^0 + \sqrt{3}\eta}{2}$ обладает U -спином, равным единице, то она не может распадаться на 2 γ -кванты (U -спин 2 γ -квантов равен нулю). Отсюда следует, что амплитуды распадов $F(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$ и $F(\eta \rightarrow 2\gamma)$ связаны между собой соотношением

$$F(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = \sqrt{3} F(\eta \rightarrow 2\gamma). \quad (3.85)$$

Ширина распада псевдоскалярного мезона на 2 γ -кванты, просуммированная по поляризациям γ -квантов, определяется формулой

$$\Gamma(P \rightarrow 2\gamma) = F^2(P \rightarrow 2\gamma) \frac{m_P^3}{64\pi}, \quad (3.86)$$

где m_P — масса псевдоскалярного мезона. Действительно, матричный элемент распада имеет вид

$$m(P \rightarrow 2\gamma) = F(P \rightarrow 2\gamma) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_{1\mu} e_{2\nu} k_{1\rho} k_{2\sigma},$$

где e_1 , e_2 и k_1 , k_2 — векторы поляризаций и 4-импульсы γ -квантов, образующихся в распаде $P \rightarrow 2\gamma$. Ширина же связана с матричным элементом $m(P \rightarrow 2\gamma)$ соотношением

$$\Gamma(P \rightarrow 2\gamma) = \frac{(2\pi)^4}{2m_P} \int |\overline{m(P \rightarrow 2\gamma)}|^2 \delta(k - k_1 - k_2) \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} \quad (3.87)$$

(черта над $|m|^2$ обозначает суммирование по поляризациям конечных γ -квантов). Выполняя интегрирование, получим формулу (3.86).

Из (3.85) вытекает соотношение между ширинами распадов $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ и $\eta \rightarrow 2\gamma$

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} = \frac{1}{3} \left(\frac{m_\eta}{m_\pi} \right)^3 = 22,6. \quad (3.88)$$

Это соотношение, однако, не согласуется с опытом (ширина распада π^0 -мезона $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = 7,95 \pm 0,55$ эв, ширины распада η -мезона $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma) = 1,000 \pm 0,220$ кэв [46] и $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma) = 0,324 \pm 0,046$ кэв [21]), так что отношение ширин равно 150 или 40). Это противоречие

связано с тем, что в действительности имеется не восемь, а девять псевдоскалярных (как и векторных) мезонов. Формула (3.85), строго говоря, относится не к реальному состоянию η , а к состоянию η_8 , принадлежащему к октету. Физическое состояние η определяется суперпозицией состояний $\eta = \cos \vartheta_0 \eta_8 - \sin \vartheta_0 \eta_1$, где η_1 — унитарный синглет, ϑ_0 — так называемый угол смешивания в нонете псевдоскалярных мезонов. Состояния η_1 и η_8 определяют еще одно физическое состояние псевдоскалярных мезонов, которое обычно обозначается через X^0 :

$$X^0 = \cos \vartheta_0 \eta_1 + \sin \vartheta_0 \eta_8.$$

Угол ϑ_0 равен $10,1^\circ$ (он определяется по известным массам нонета псевдоскалярных мезонов).

Радиационные распады нонета псевдоскалярных мезонов $P \rightarrow \rightarrow 2\gamma$ описываются двумя амплитудами F_8 и F_1 : амплитуда F_8 описывает распады компонент октета π^0 и η_8 :

$$F(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = \sqrt{3} F_8, \quad F(\eta_8 \rightarrow 2\gamma) = F_8,$$

а амплитуда F_1 — распад $\eta_1 \rightarrow 2\gamma$,

$$F(\eta_1 \rightarrow 2\gamma) = F_1.$$

Распады физических частиц определяются амплитудами

$$F(\eta \rightarrow 2\gamma) = -\sin \vartheta_0 F_1 + \cos \vartheta_0 F_8,$$

$$F(X^0 \rightarrow 2\gamma) = \cos \vartheta_0 F_1 + \sin \vartheta_0 F_8.$$

С учетом смешивания в нонете псевдоскалярных мезонов вместо (3.88) для отношения ширины $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)$ и $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$ имеем

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} = \frac{1}{3} \left(\frac{m_\eta}{m_\pi} \right)^3 \left(\cos \vartheta_0 - \sin \vartheta_0 \frac{F_1}{F_8} \right)^2.$$

При $\vartheta_0 = 10,1^\circ$ из экспериментальных ширины $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)$ и $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)$ получаем два решения: $F_1/F_8 = -2,6$, $F_1/F_8 = 13,8$, откуда для ширины распада $X^0 \rightarrow 2\gamma$ получаем два значения: $\Gamma(X^0 \rightarrow 2\gamma) = 4,5 \text{ кэВ}$, $\Gamma(X^0 \rightarrow 2\gamma) = 130 \text{ кэВ}$, причем второе решение должно быть отброшено, поскольку оно приводит к полной ширине X^0 -мезона ($6,8 \text{ МэВ}$), существенно превышающей известную верхнюю оценку ($\Gamma(X^0) \leq 0,8 \text{ МэВ}$).

3.4. Радиационные распады векторных мезонов и SU_3 -симметрия. Матричный элемент распада векторного мезона V на псевдоскалярный мезон P - и γ -квант имеет вид

$$m(V \rightarrow P\gamma) = g(VP\gamma) \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} U_\mu p_\nu e_\rho k_\sigma,$$

где $g(VP\gamma)$ — константа $VP\gamma$ -взаимодействия; $U, p(e, k)$ — вектор поляризации и 4-импульс векторного мезона (γ -кванта). Подставляя это выражение в формулу для $\Gamma(V \rightarrow P\gamma)$ или $\Gamma(P \rightarrow V\gamma)$, получим после усреднения по поляризациям начальной частицы и сумми-

рования по поляризациям конечных частиц следующие выражения для ширин:

$$\Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \frac{\alpha}{24} g^2 (VP\gamma) m_V^3 \left(1 - \frac{m_P^2}{m_V^2}\right)^3,$$

$$\Gamma(P \rightarrow V\gamma) = \frac{\alpha}{8} g^2 (VP\gamma) m_P^3 \left(1 - \frac{m_V^2}{m_P^2}\right)^3.$$

Между константами распадов $V \rightarrow P + \gamma$ существуют некоторые соотношения. Чтобы установить их, запишем в точной SU_3 -симметрии эффективный лагранжиан $VP\gamma$ -взаимодействия

$$\mathcal{L}(VP\gamma) = A_{88} S P V_8 (P_8 Q + Q P_8) + A_{18} S p (V_1 P_8 Q) + A_{81} S p (V_8 Q P_1), \quad (3.89)$$

где A_{88} , A_{18} , A_{81} — три вещественные константы, V_8 , P_8 — 3×3 -матрицы для октетов векторных и псевдоскалярных мезонов, V_1 , P_1 — 3×3 -матрицы для унитарных синглетов,

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 \end{pmatrix}, \quad V_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1 \end{pmatrix}.$$

Константа A_{88} определяет радиационный переход векторного октета в псевдоскалярный, константа A_{18} — переход векторного синглета в псевдоскалярный октет и константа A_{81} — переход векторного октета в унитарный синглет псевдоскалярных мезонов. Согласно (3.89) константы связи $g(VP\gamma)$ можно выразить через константы A_{88} , A_{18} , A_{81} :

$$g(VP\gamma) = c_{88} A_{88} + c_{18} A_{18} + c_{81} A_{81},$$

где c_{88} , c_{18} , c_{81} — некоторые известные коэффициенты, зависящие от углов смешивания в нонетах векторных и псевдоскалярных мезонов (табл. 3.10).

Амплитуды A_{88} , A_{18} и A_{81} можно найти по известным ширинам распадов [16] $\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = 1,12 \pm 20 \text{ Мэв}$, $\Gamma(\varphi \rightarrow \pi\gamma) = 10,5 \pm \pm 5,1 \text{ кэв}$, $\Gamma(\varphi \rightarrow \eta\gamma) = 109 \pm 30 \text{ кэв}$: $A_{18}/A_{88} = 1,36 \pm 0,04$, $A_{81}/A_{88} = -4,75 \pm 0,79$, $A_{88} = 1,95 \pm 0,19 \text{ Гэв}^{-1}$. Используя эти значения, а также значения коэффициентов табл. 3.10, можно вычислить ширины радиационных распадов всех векторных мезонов. Полученное решение для амплитуд соответствует следующему выбору знаков амплитуд распадов: $g(\omega \rightarrow \pi\gamma) > 0$, $g(\varphi \rightarrow \pi\gamma) < 0$, $g(\varphi \rightarrow \eta\gamma) < 0$.

3.5. Радиационные распады, магнитные моменты векторных мезонов и SU_6 -симметрия. Амплитуды радиационных распадов $V \rightarrow P + \gamma$ в SU_6 -симметрии можно связать с магнитными моментами заряженных векторных мезонов. В самом деле, из сохранения

углового момента и пространственной четности следует, что в распаде $V \rightarrow P + \gamma$ испускается магнитный дипольный γ -квант. Поэтому электромагнитный ток мезонов из 35-плета должен преобразовываться как компоненты (3,8) представления 35 группы SU_6 . Поскольку в произведении 35×35 неприводимые представления

Таблица 3.10

Распад	C_{88}	C_{18}	C_{81}
$\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$	$\sqrt{3} \sin \vartheta_1$	$\sqrt{3} \cos \vartheta_1$	0
$\varphi \rightarrow \pi^0 + \gamma$	$\sqrt{3} \cos \vartheta_1$	$-\sqrt{3} \sin \vartheta_1$	0
$\varphi \rightarrow \eta + \gamma$	$-\cos \vartheta_1 \cos \vartheta_0$	$-\sin \vartheta_1 \cos \vartheta_0$	$-\cos \vartheta_1 \sin \vartheta_0$
$\omega \rightarrow \eta + \gamma$	$-\sin \vartheta_1 \cos \vartheta_0$	$\cos \vartheta_1 \cos \vartheta_0$	$-\sin \vartheta_1 \sin \vartheta_0$
$\rho \rightarrow \pi + \gamma$	1	0	0
$X \rightarrow \rho + \gamma$	$\sqrt{3} \sin \vartheta_0$	0	$\sqrt{3} \cos \vartheta_0$
$K^{*0} \rightarrow K^0 + \gamma$	-2	0	0
$K^{*+} \rightarrow K^+ + \gamma$	1	0	0
$\rho \rightarrow \eta + \gamma$	$\sqrt{3} \cos \vartheta_0$	0	$-\sqrt{3} \sin \vartheta_0$
$X \rightarrow \omega + \gamma$	$-\sin \vartheta_1 \sin \vartheta_0$	$\cos \vartheta_1 \sin \vartheta_0$	$\sin \vartheta_1 \cos \vartheta_0$

размерности 35 содержатся два раза, то электромагнитный ток мезонов из 35-плета имеет вид

$$J_{A'}^A \equiv J_{i\alpha}^{i\alpha} = a_1 \left(\overline{M}_B^A M_{A'}^B + \overline{M}_{A'}^B M_B^A - \frac{1}{3} \delta_{A'}^A \overline{M} M \right) + a_2 \left(\overline{M}_B^A M_{A'}^B - \overline{M}_{A'}^B M_B^A \right), \quad (3.90)$$

где a_1 и a_2 — некоторые константы. Из C -инвариантности следует, что $a_2 = 0$.

Из выражения для электромагнитного тока мезонов можно получить эффективный лагранжиан взаимодействия векторных мезонов с электромагнитным полем [11]

$$\mathcal{L}_V = a_1 (\mathbf{U} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k}) Sp (V_\alpha \{PQ\}) + ia_1 \epsilon_{mnl} U_n^* U_l (\mathbf{e} \times \mathbf{k})_m Sp (\overline{V}_\alpha \{QV_\alpha\}), \quad (3.91)$$

где первое слагаемое описывает радиационные распады $V \rightarrow P + \gamma$ (спиновая структура $\mathbf{U} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{k}$ представляет собой нерелятивистский предел инвариантного выражения $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} U_\mu \epsilon_\nu \rho_\rho k_\sigma$), второе — взаимодействие магнитных моментов векторных мезонов с электромагнитным полем

$$i \epsilon_{mnl} U_n^* U_l (\mathbf{e} \times \mathbf{k})_m = - (U_j^* s_{jk} U_k) \mathbf{B},$$

где \mathbf{s} — оператор спина, \mathbf{B} — напряженность магнитного поля.

Из (3.91) получаются следующие выражения для магнитных моментов векторных мезонов:

$$\begin{aligned} \mu(\rho^+) &= -\mu(\rho^-) = \mu(K^{*+}) = -\mu(K^{*-}) = 3a_1, \\ \mu(\rho^0) &= \mu(\omega) = \mu(\varphi) = \mu(K^{*0}) = \mu(\bar{K}^{*0}) = 0. \end{aligned}$$

Константа a_1 определяет также амплитуды радиационных распадов векторных мезонов:

$$\left. \begin{aligned} g(\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma) &= g(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma) = g(K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \gamma) = \\ &= -\frac{1}{2} g(K^{*0} \rightarrow K^0 \gamma) = \frac{1}{\sqrt{3}} g(\rho \rightarrow \eta \gamma) = a_1, \\ g(\omega \rightarrow \pi \gamma) &= a_1 \sqrt{3} (\sin \vartheta_1 + \sqrt{2} \cos \vartheta_1), \\ g(\varphi \rightarrow \pi^0 \gamma) &= \sqrt{3} a_1 (\cos \vartheta_1 - \sqrt{2} \sin \vartheta_1), \\ g(\omega \rightarrow \eta \gamma) &= a_1 (-\sin \vartheta_1 + \sqrt{2} \cos \vartheta_1), \\ g(\varphi \rightarrow \eta \gamma) &= -a_1 (\cos \vartheta_1 + \sqrt{2} \sin \vartheta_1). \end{aligned} \right\} (3.92)$$

Сравнивая (3.92) с данными табл. 3.10, видим, что существование SU_6 -симметрии приводит к соотношениям $A_{18}/A_{88} = \sqrt{2}$, $A_{81} = 0$, справедливым при любом угле смешивания в нонете векторных мезонов.

Заметим, что соотношение между ширинами распадов $K^{*+} \rightarrow K^+ + \gamma$ и $K^{*0} \rightarrow K^0 + \gamma$ не зависит от угла смешивания ϑ_0 и ϑ_1 и масс мезонов внутри унитарных мультиплетов. Поэтому экспериментальное подтверждение этого соотношения было бы убедительным доказательством SU_3 - и SU_6 -симметрий.

3.6. Распады $V^0 \rightarrow l^+ l^-$. Поскольку квантовые числа нейтральных векторных мезонов V^0 - и γ -квантов совпадают, то становятся возможными виртуальные переходы $V^0 \rightarrow \gamma$. В результате таких переходов нейтральные векторные мезоны могут распадаться на лептонную пару $V^0 \rightarrow l^+ l^-$ (рис. 3.4). Матричный элемент такого распада имеет вид

$$m(V^0 \rightarrow l^+ l^-) = e \frac{em_V^2}{2\gamma_V} U_\mu \bar{u}(k_2) \gamma_{\mu\nu} v(k_1) \frac{1}{m_V^2},$$

где $em_V^2/2\gamma_V$ — константа перехода $V^0 \rightarrow \gamma$, U_μ — вектор поляризации V^0 -мезона. Используя этот матричный элемент, получим после усреднения по поляризациям V^0 -мезона и суммирования по поляризациям конечных лептонов следующее выражение для ширины

распада $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$:

$$\Gamma(V^0 \rightarrow l^+ l^-) = \frac{\alpha^2}{12} \frac{4\pi}{\gamma_V^2} m_V \left(1 + 2 \frac{m_l^2}{m_V^2}\right) \left(1 - 4 \frac{m_l^2}{m_V^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Установим теперь соотношения между величинами γ_V^{-1} . Воспользуемся прежде всего тем, что в SU_3 -симметрии переход между

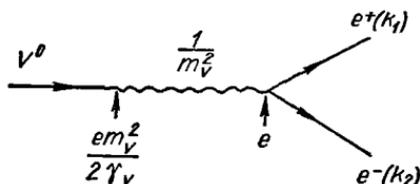


Рис. 3.4. Однофотонный механизм распада векторных мезонов на лептонную пару.

унитарным синглетом ω_1 и унитарным октетом γ невозможен. Так как $\omega_1 = \cos \vartheta_1 \omega - \sin \vartheta_1 \varphi^0$, получим соотношение

$$\frac{\cos \vartheta_1}{\gamma_\omega} = \frac{\sin \vartheta_1}{\gamma_\varphi}.$$

Далее, из сохранения U -спина в электромагнитном взаимодействии адронов вытекает запрет перехода между состоянием $\frac{\sqrt{3}\omega_8 - \rho^0}{2}$ с $U = 1$ и γ -квантом с $U = 0$ ($\langle \gamma | \rho^0 - \sqrt{3}\omega_8 \rangle = 0$), откуда следует соотношение

$$\frac{1}{\gamma_\rho} = \sqrt{3} \left(\frac{\sin \vartheta_1}{\gamma_\omega} + \frac{\cos \vartheta_1}{\gamma_\varphi} \right).$$

Комбинируя эти соотношения, получим [31]

$$\frac{1}{\gamma_\rho} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \vartheta_1} \frac{1}{\gamma_\omega} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \vartheta_1} \frac{1}{\gamma_\varphi}. \quad (3.93)$$

Исключив угол смешивания, найдем

$$\frac{1}{\gamma_\rho^2} = \frac{3}{\gamma_\omega^2} + \frac{3}{\gamma_\varphi^2}.$$

Для угла смешивания $\vartheta_1 = \vartheta_1^{(0)}$ ($\cos \vartheta_1^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin \vartheta_1^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$) соотношения (3.93) принимают вид

$$\frac{1}{\gamma_\rho^2} : \frac{1}{\gamma_\omega^2} : \frac{1}{\gamma_\varphi^2} = 9 : 1 : 2.$$

Наиболее точные значения констант γV -взаимодействия получены с помощью опытов на встречных e^+e^- -пучках: $\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} = 0,50 \pm \pm 0,05$, $\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} = 3,5 \pm 0,7$, $\frac{\gamma_\varphi^2}{4\pi} = 2,75 \pm 0,225$, откуда следует, что

$$\frac{1}{\gamma_\rho^2} : \frac{1}{\gamma_\omega^2} : \frac{1}{\gamma_\varphi^2} = 9 : (1,28 \pm 0,28) : (1,63 \pm 0,20).$$

3.7. Электромагнитные разности масс адронов. Различие масс адронов, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, можно считать обусловленным электромагнитным взаимодействием адронов. Если справедлива SU_3 -симметрия, то разности масс адронов или электромагнитные поправки к массам в пределах одного U -мультиплета должны быть одинаковыми:

$$\begin{aligned} \delta M(p) = \delta M(\Sigma^+) &\equiv \delta_1, \quad \delta M(n) = \delta M(\Xi^0) \equiv \delta_2, \quad \delta M(\Sigma^-) = \\ &= \delta M(\Xi^-) \equiv \delta_3, \end{aligned}$$

где $\delta M(A)$ — электромагнитная поправка к массе адрона A . Отсюда вытекает следующее соотношение между электромагнитными разностями масс адронов или, что то же самое, между разностями масс в пределах одного изотопического мультиплета [24]:

$$M(p) - M(n) + M(\Sigma^-) - M(\Sigma^+) = M(\Xi^-) - M(\Xi^0). \quad (3.94)$$

Подставляя сюда разности масс адронов, получим $M(\Xi^-) - M(\Xi^0) = = 6,4 \pm 0,6$ Мэв, $M(p) - M(n) + M(\Sigma^-) - M(\Sigma^+) = 6,7 \pm \pm 0,08$ Мэв. Мы видим, что соотношение (3.94) хорошо согласуется с опытом.

Таким же способом для масс барионов из декуплета можно получить соотношения [41]

$$\left. \begin{aligned} M(\Delta^0) - M(\Delta^+) &= M(\Sigma_\delta^0) - M(\Sigma_\delta^+), \\ M(\Delta^-) - M(\Delta^0) &= M(\Sigma_\delta^-) - M(\Sigma_\delta^0) = M(\Xi_\delta^-) - M(\Xi_\delta^0). \end{aligned} \right\} (3.95)$$

Поскольку в электромагнитном взаимодействии адронов изотопический спин не сохраняется, то во втором порядке по константе электромагнитного взаимодействия появляются $\Sigma^0 \leftrightarrow \Lambda$ переходы. Отвечающая этим переходам масса $\delta M(\Sigma, \Lambda)$ (рис. 3.5, а) может быть оценена с помощью массовой формулы для барионного U -триплета n , $\frac{\sqrt{3}\Lambda - \Sigma^0}{2}$, Ξ^0

$$M(n) + M(\Xi^0) = \frac{1}{2} M(\Sigma^0) + \frac{3}{2} M(\Lambda) - \sqrt{3} \delta M(\Sigma, \Lambda),$$

полученной с учетом умеренно сильного взаимодействия. Подставляя сюда значения масс адронов, найдем $\delta M(\Sigma, \Lambda) = 15,2 / \sqrt{3}$ Мэв.

Чтобы получить электромагнитную массу перехода $\pi^0 \leftrightarrow \eta_8$ (см. рис. 3.5, б) в октете псевдоскалярных мезонов, воспользуемся соотношением

$$\begin{aligned} (V\sqrt{3}\pi^0 + \eta_8 | M^2 | \pi^0 - V\sqrt{3}\eta_8) &= V\sqrt{3} \langle \pi^0 | M^2 | \pi^0 \rangle - \\ &- V\sqrt{3} \langle \eta_8 | M^2 | \eta_8 \rangle - 2 \langle \pi^0 | M^2 | \eta_8 \rangle = 0, \end{aligned}$$

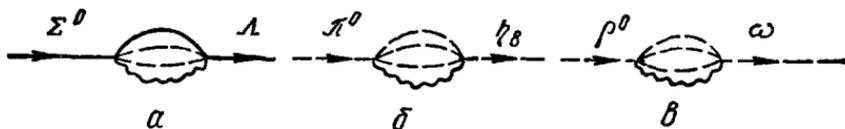


Рис. 3.5. Электромагнитные массы переходов:

а — $\Sigma^2 \leftrightarrow \Delta$; б — $\pi^0 \leftrightarrow \eta_8$; в — $\rho^0 \leftrightarrow \omega$.

которое является следствием запрета электромагнитных переходов адронов с изменением U -спина, и соотношением

$$\begin{aligned} \langle K^0 | M^2 | K^0 \rangle &= \frac{1}{4} \langle \pi^0 | M^2 | \pi^0 \rangle + \frac{3}{4} \langle \eta_8 | M^2 | \eta_8 \rangle - \\ &- \frac{V\sqrt{3}}{2} \langle \pi^0 | M^2 | \eta_8 \rangle, \end{aligned}$$

которое означает равенство масс частиц в пределах одного U -мультиплетта. (Здесь матричные элементы $\langle P | M^2 | P \rangle$ оператора квадратов массы между состояниями псевдоскалярных мезонов обозначают квадраты масс псевдоскалярных мезонов, $M^2(P) \equiv \langle P | M^2 | P \rangle$.) Исключая из этих соотношений величину $\langle \eta_8 | M^2 | \eta_8 \rangle$, получим

$$\langle \pi^0 | M^2 | \pi^0 \rangle - V\sqrt{3} \langle \pi^0 | M^2 | \eta_8 \rangle = \langle K^0 | M^2 | K^0 \rangle.$$

Так как $\langle \pi^+ | M^2 | \pi^+ \rangle = \langle K^+ | M^2 | K^+ \rangle$, последнее равенство можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \delta M^2(\pi^0, \eta_8) &\equiv \langle \pi^0 | M^2 | \eta_8 \rangle = \\ &= -\frac{1}{V\sqrt{3}} [M^2(\pi^+) - M^2(\pi^0) + M^2(K^0) - M^2(K^+)]. \end{aligned}$$

Знание величины $\delta M^2(\pi^0, \eta_8)$ существенно при анализе распадов η -мезона, которые происходят во втором порядке по константе электромагнитного взаимодействия.

Для векторных мезонов таким же способом можно получить соотношение

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 \delta M^2(\rho, \omega) + \sin \theta_1 \delta M^2(\rho, \varphi) &= \\ &= \frac{1}{V\sqrt{3}} [M^2(\rho^0) - M^2(\rho^+) + M^2(K^{*+}) - M^2(K^{*0})], \end{aligned}$$

которое связывает между собой электромагнитные массы переходов $\rho \rightarrow \omega$, $\rho \rightarrow \varphi$, $\delta M^2(\rho, \omega)$, $\delta M^2(\rho, \varphi)$ (см. рис. 3.5, в). Эти массы можно определить по интерференционным явлениям в реакциях

на встречных e^+e^- -пучках и в других реакциях рождения ρ -, ω - и ϕ -мезонов [31].

Выше мы говорили, что электромагнитное взаимодействие адронов обладает трансформационными свойствами 35-плета группы SU_6 . Если при вычислении электромагнитных разностей масс адронов учитывать только вклад электромагнитного взаимодействия, которое преобразуется как (1.8) компонента 35-плета (при этом виртуальный γ -квант взаимодействует только с зарядами адронов), то мы приходим к соотношениям [10]

$$\left. \begin{aligned} M(\Delta^+) - M(\Delta^0) &= M(\Sigma_8^+) - M(\Sigma_8^0) = M(p) - M(n) = \\ &= M(\Sigma^+) - M(\Sigma^0), \\ M(\Xi_8^-) - M(\Xi_8^0) &= M(\Delta^-) - M(\Delta^0) = M(\Sigma_8^-) - M(\Sigma_8^0) = \\ &= M(\Xi^-) - M(\Xi^0) = M(\Sigma^-) - M(\Sigma^0), \\ M(\Delta^{++}) - M(\Delta^-) &= 3[M(\Delta^+) - M(\Delta^0)]. \end{aligned} \right\} (3.96)$$

Если учесть электромагнитное взаимодействие, которое преобразуется как (3.8) компонента 35-плета (при этом виртуальный γ -квант взаимодействует с магнитными моментами адронов), то мы приходим к следующим соотношениям между электромагнитными разностями масс барионов из 56-плета [10]:

$$\left. \begin{aligned} M(\Xi^-) - M(\Xi^0) &= M(p) - M(n) + M(\Sigma^-) - M(\Sigma^+), \\ M(\Delta^0) - M(\Delta^+) &= M(\Sigma_8^0) - M(\Sigma_8^+) = M(n) - M(p), \\ M(\Delta^-) - M(\Delta^0) &= M(\Sigma_8^-) - M(\Sigma_8^0) = M(\Xi_8^-) - M(\Xi_8^0) = \\ &= M(n) - M(p) + M(\Sigma^-) + M(\Sigma^+) - 2M(\Sigma^0), \\ M(\Delta^-) - M(\Delta^{++}) &= 3[M(n) - M(p)]. \end{aligned} \right\} (3.97)$$

Эти соотношения могут быть получены из соотношений (3.96).

Первое из соотношений (3.97) совпадает с соотношением (3.94), полученным в группе SU_3 , остальные позволяют предсказать электромагнитные разности масс барионов из декуплета по известным массам барионов из октета. Отметим, что электромагнитные разности масс барионов из декуплета в настоящее время неизвестны.

3.8. Фотообразование псевдоскалярных мезонов и SU_3 -симметрия. Соотношения между амплитудами фотообразования псевдоскалярных мезонов на нуклонах можно получить, если учитывать сохранение U -спина в электромагнитном взаимодействии. Для примера рассмотрим следующие три реакции: $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, $\gamma + p \rightarrow \Lambda + K^+$, $\gamma + p \rightarrow \Sigma^0 + K^+$. Так как U -спин γ -кванта равен нулю, а U -спин протона равен $1/2$, то начальные состояния этих реакций имеют U -спин, равный $1/2$. В силу

сохранения U -спина частицы в конечном состоянии должны иметь U -спин, также равный $1/2$. Раскладывая конечные состояния адронов по состояниям с определенными значениями полного U -спина (с помощью коэффициентов Клебша — Гордона)

$$|n\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| U = \frac{3}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| U = \frac{1}{2} \right\rangle,$$

$$\left| \frac{\sqrt{3}\Lambda - \Sigma^0}{2} K^+ \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| U = \frac{3}{2} \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} \left| U = \frac{1}{2} \right\rangle,$$

находим соотношение

$$F(n\pi^+) = -\sqrt{2} F\left(\frac{\sqrt{3}\Lambda - \Sigma^0}{2} K^+\right)$$

или

$$\sqrt{2} F(n\pi^+) = -\sqrt{3} F(\Lambda K^+) + F(\Sigma^0 K^+),$$

где $F(BP)$ обозначает амплитуду процесса $\gamma + N \rightarrow B + P$.

Аналогичным образом можно показать, что выполняются следующие соотношения между амплитудами фотообразования псевдоскалярных мезонов из октета и барионов из октета [40]:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} F(\Sigma^+ K^0) &= -\sqrt{3} F(p\eta_8) + F(p\pi^0), \\ -\sqrt{3} F(\Lambda K^0) + F(\Sigma^0 K^0) &= \sqrt{3} F(n\eta_8) - F(n\pi^0). \end{aligned}$$

Из соотношений между амплитудами фотообразования псевдоскалярных мезонов из октета и барионов из декуплета

$$\begin{aligned} \sqrt{2} F(\Sigma_8^0 K^+) &= -F(\Delta^0 \pi^+), \quad \sqrt{2} F(\Sigma_8^+ K^0) = -\sqrt{3} F(\Delta^+ \eta_8) + \\ &+ F(\Delta^+ \pi^0), \end{aligned}$$

$$\sqrt{3} F(\Sigma_8^- K^+) + F(\Delta^- \pi^+) = 0,$$

$$-2F(\Sigma_8^0 K^0) = \sqrt{3} F(\Delta^0 \eta_8) - F(\Delta^0 \pi^0)$$

вытекают следующие соотношения между дифференциальными сечениями процессов:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow K^+ \Sigma_8^0) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0), \\ \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow K^+ \Sigma_8^-) &= \frac{1}{3} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-), \end{aligned}$$

где t — квадрат переданного 4-импульса.

Заметим, однако, что эти соотношения не согласуются с имеющимися экспериментальными данными [19, 20]. Это свидетельствует о том, что при их выводе необходимо учитывать умеренно сильное взаимодействие.

§ 4. ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ СЛАБОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

4.1. Лагранжиан слабого взаимодействия. Теория слабого взаимодействия частиц, созданная Ферми более 40 лет назад, строилась по образу и подобию квантовой электродинамики. Сходство это видно из сравнения лагранжианов обоих взаимодействий.

Как известно, лагранжиан электромагнитного взаимодействия электронов и мюонов имеет вид

$$\mathcal{L}_{em} = -eA_\alpha J_\alpha^{(em)}, \quad (3.98)$$

где A_α — векторный потенциал электромагнитного поля, $J_\alpha^{(em)}$ — электромагнитный ток электронов и мюонов,

$$J_\alpha^{(em)} = \bar{e}\gamma_\alpha e + \bar{\mu}\gamma_\alpha \mu$$

(e и μ — электронный и мюонный биспиноры).

Лагранжиан слабого взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{L}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} (J_\alpha^{(w)})^+ J_\alpha^{(w)}, \quad (3.99)$$

где G — универсальная константа слабого взаимодействия, равная $10^{-5}/M^2$ (M — масса нуклона), $J_\alpha^{(w)}$ — слабый ток частиц. В кварковой модели адронов слабый ток представляет собой сумму четырех слагаемых:

$$J_\alpha^{(w)} = \bar{e}\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu}\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu + \\ + \cos \vartheta_c \bar{n}'\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) p' + \sin \vartheta_c \bar{\Lambda}'\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) p', \quad (3.100)$$

где p' , n' , Λ' — биспиноры p' -, n' -, Λ' -кварков, ϑ_c — угол Кабиббо [23], определяющий относительную интенсивность адронных слабых процессов с изменением и без изменения странности ($\sin \vartheta_c \simeq \simeq 0,24$). Первое слагаемое в этом выражении называют электронным слабым током, второе — мюонным слабым током, третье — адронным током, сохраняющим странность, четвертое слагаемое — адронным слабым током с изменением странности.

Общим для лагранжианов \mathcal{L}_{em} и \mathcal{L}_w является токовый характер описываемых ими взаимодействий: электромагнитный ток взаимодействует с электромагнитным полем, а слабые токи взаимодействуют друг с другом. Когда Ферми создавал теорию слабого взаимодействия, был известен только один слабый процесс, а именно: β -распад нейтрона, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Согласно Ферми, этот распад появлялся вследствие взаимодействия векторного нуклонного тока с полем частиц e и $\bar{\nu}_e$, которые образовывали 4-вектор. Другими словами, пара $(e + \bar{\nu})$ порождалась векторным током нуклонов в акте слабого взаимодействия аналогично тому, как γ -квант рождался электромагнитным (векторным) током заряженных частиц.

Однако между слабым и электромагнитным взаимодействиями имеются и существенные различия. Они заключаются в следующем.

1. Слабое взаимодействие нарушает инвариантность относительно C - и P -преобразований, электромагнитное же взаимодействие C - и P -инвариантно.

2. Слабый ток является заряженным током: в переходах $\nu_e \rightarrow e^-$, $\nu_\mu \rightarrow \mu^-$, $\rho' \rightarrow n'$, $\rho' \rightarrow \Lambda'$ электрический заряд изменяется на единицу. Напротив, электромагнитный ток является нейтральным: заряд частиц при испускании и поглощении γ -кванта не изменяется.

3. Электромагнитное взаимодействие заряженных частиц является дальнедействующим и осуществляется обменом γ -квантом, имеющим нулевую массу. Напротив, слабое взаимодействие локально, так как лагранжиан (3.99) соответствует взаимодействию четырех фермионов в одной точке пространства — времени (поэтому слабое взаимодействие называется четырехфермионным).

4. Константа G слабого четырехфермионного взаимодействия безразмерна, тогда как константа e электромагнитного взаимодействия безразмерна.

5. Лагранжиан (3.98) электромагнитного взаимодействия электронов и мюонов позволяет построить перенормируемую теорию — квантовую электродинамику, предсказания которой полностью согласуются с опытом. Локальный четырехфермионный лагранжиан (3.99) слабого взаимодействия приводит к неперенормируемой теории.

Неперенормируемость слабого взаимодействия тесно связана с размерным характером константы слабого четырехфермионного взаимодействия. Правильная размерность амплитуд различных слабых процессов, пропорциональных при вычислении в рамках теории возмущений степеням размерной константы G , может быть получена умножением этих степеней на различные степени энергии. Это приводит к растущим при больших энергиях сечениям слабых процессов. Например, в низшем порядке теории возмущений по константе G (рис. 3.6, а) полное сечение ν_e -рассеяния $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ определяется формулой [9]

$$\sigma(\nu_e e) = \frac{G^2}{\pi} s,$$

где s — квадрат полной энергии сталкивающихся частиц в СЦИ, т. е. сечение растет с энергией, что приводит к неперенормируемости при вычислении следующих порядков теории возмущений.

Рост сечения ν_e -рассеяния можно устранить, если предположить, что слабое взаимодействие не является локальным четырехфермионным, а переносится векторными заряженными бозонами

W^\pm . Лагранжиан слабого взаимодействия, описывающий взаимодействие векторного мезона со слабым заряженным током, можно записать в виде

$$\mathcal{L}_W = g_W J_\alpha^{(W)} W_\alpha. \quad (3.101)$$

В этом выражении g_W — безразмерная константа. Чтобы убедиться в этом, заметим, что в системе единиц $\hbar = c = 1$ лагранжиан имеет размерность массы в четвертой степени $[\mathcal{L}] = m^4$ (это следует из определения действия в виде $S = \int \mathcal{L}(x) d^4 x$, в наших же единицах действие безразмерно). Ток всегда имеет размерность третьей степени массы $[J] = m^3$, так как четвертая компонента тока, совпадающая с плотностью частиц, определяет число частиц в единице объема. Размерность бозонных полей совпадает с размерностью массы в первой степени $[W_\alpha] = m$. Это вытекает из того факта, что ток бозонного поля $\varphi(x)$ со спином, равным нулю, пропорционален 4-вектору $\varphi^\dagger(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \varphi^\dagger(x)}{\partial x_\mu} \varphi(x)$. Следовательно, из (3.101) вытекает следующее соотношение между размерностями:

$$m^4 = [g_W] m^3 m = [g_W] m^4,$$

т. е. безразмерность g_W . Таким же способом можно убедиться, что константа e электромагнитного взаимодействия также безразмерна, а размерность константы G слабого четырехфермионного взаимодействия может быть получена из лагранжиана (3.99): $m^4 = [G] m^3 m^3$, т. е. $[G] = m^{-2}$.

Процесс $\nu_e e$ -рассеяния в модели слабого взаимодействия с лагранжианом (3.101) описывается диаграммой второго порядка по константе g_W (см. рис. 3.6, б). При энергиях взаимодействующих частиц, существенно меньших массы W -мезонов, матричный элемент $\nu_e e$ -рассеяния, отвечающий локальному четырехфермионному взаимодействию с константой G , будет совпадать с матричным элементом этого же процесса, вычисленным в модели с лагранжианом (3.101), при следующем соотношении между константами G и g_W :

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{m_W^2}, \quad (3.102)$$

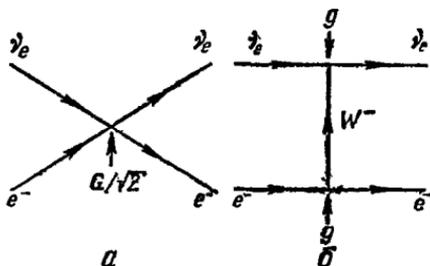


Рис. 3.6. Диаграммы процесса $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$:

а — локальное четырехфермионное взаимодействие; б — обмен W^- -мезоном.

т. е. $g_W \approx \sqrt{G}$ (поэтому взаимодействие с лагранжианом (3.101) называют полуслабым взаимодействием).

Такой вариант слабого взаимодействия, переносимого заряженным векторным мезоном (называемым промежуточным векторным бозоном), более похож на электромагнитное взаимодействие, чем на локальное четырехфермионное слабое взаимодействие: лагранжианы (3.98) и (3.101) описывают взаимодействия векторных токов

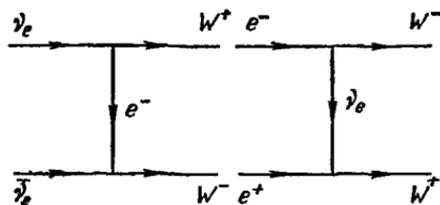


Рис. 3.7. Диаграммы, отвечающие процессам $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ + W^-$, $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$.

с векторными полями (нейтральным безмассовым γ -квантом или заряженным массивным W^\pm -бозоном). Больше того, при больших массах W -мезонов безразмерная константа g_W полуслабого взаимодействия приближается по абсолютной величине к константе электромагнитного взаимодействия, а при $m_W \approx 100 \text{ Гэв}$ константы слабого и электромагнитного взаимодействий становятся одинаковыми.

Однако слабое взаимодействие, переносимое W -мезоном, отличается от электромагнитного — в слабом взаимодействии нарушаются C - и P -инвариантности, масса γ -кванта существенно отличается от массы W -бозонов. Экспериментально W -мезоны не наблюдались, однако если они существуют, их масса должна быть большой ($m_W > 4,7 \text{ Гэв}$) [46].

Самое существенное различие между слабым и электромагнитным взаимодействиями заключается в том, что модель слабого взаимодействия с промежуточным массивным векторным мезоном остается неперенормируемой. Можно было бы думать, что при безразмерной константе g_W такая модель будет перенормируемой, как и в квантовой электродинамике, тем более что полное сечение νe -рассеяния в этом случае не растет с энергией, а достигает постоянного значения:

$$\sigma_W(\nu e) = \frac{G^2}{\pi} \int_0^s d|t| \frac{m_W^4}{(m_W^2 + |t|)^2} \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{G^2 m_W^2}{\pi}.$$

Однако существуют другие слабые процессы, сечения которых растут с энергией. К ним относятся реакции образования пар W -мезонов $\nu + \bar{\nu} \rightarrow W^+ + W^-$, $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ (рис. 3.7). К растущим вкладом приводит образование продольных W -мезонов. Как известно, векторная частица с массой, не равной нулю, характеризуется двумя поперечными и одним продольным 4-векторами поляризации, которые ортогональны 4-импульсу частицы p_W . При этом

единичный 4-вектор продольной поляризации

$$W_{\alpha}^{(3)} = \left(\frac{E_W}{m_W}, 0, 0, \frac{|\mathbf{p}_W|}{m_W} \right), \quad p_W = (p_W, 0, 0, E_W),$$

где E_W — энергия, \mathbf{p}_W — импульс W -бозона, имеет растущие с энергией компоненты. Поэтому и сечение образования продольно-поляризованных W -бозонов в $e\bar{e}$ - или $\nu\bar{\nu}$ -столкновениях растет с энергией, а следовательно, теория не может быть перенормируемой. Роль размерного параметра в этом случае играет масса W -бозона.

В квантовой электродинамике закон сохранения электрического тока приводит к тому, что могут испускаться (или поглощаться) только поперечные γ -кванты. Если матричный элемент испускания γ -кванта записать в виде $A_{\alpha}m_{\alpha}$ (A_{α} — векторный потенциал), то сохранение электрического тока приводит к условию $k_{\alpha}m_{\alpha} = 0$, где k — 4-импульс γ -кванта (условие градиентной инвариантности). Нетрудно убедиться, что это условие приводит к подавлению испускания продольно-поляризованных векторных частиц. Действительно, вектор продольной поляризации можно записать при $E_W \gg m_W$ в виде

$$W_{\alpha}^{(3)} = p_{W,\alpha} \frac{E_W}{|\mathbf{p}_W|} \frac{1}{m_W} - n_{\alpha} \frac{m_W}{|\mathbf{p}_W|}, \quad n_{\alpha} = (1, 0, 0, 0),$$

откуда $m_{\alpha}W_{\alpha}^{(3)} = \frac{m_W}{|\mathbf{p}_W|} m_{\alpha}n_{\alpha}$ и главные растущие с энергией вклады сокращаются.

4.2. Калибровочные поля. Закон сохранения электрического заряда, или, в более общем виде, закон сохранения электромагнитного тока, следует из инвариантности лагранжиана электромагнитного взаимодействия относительно фазовых (калибровочных) преобразований полей заряженных частиц $\psi \rightarrow \psi' = \psi e^{iQ\delta Q}$ (δQ — параметр, Q — электрический заряд частицы). Эту инвариантность можно назвать калибровочной. Если потребовать, чтобы калибровочная инвариантность выполнялась локально, т. е. в каждой точке пространства — времени x , то δQ будет функцией x , $\delta Q = \delta Q(x)$. В этом случае лагранжиан электромагнитного взаимодействия частиц будет удовлетворять условию калибровочной инвариантности, если векторный потенциал электромагнитного поля испытывает калибровочное преобразование

$$A_{\alpha} \rightarrow A'_{\alpha} = A_{\alpha} - \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \delta Q(x). \quad (3.103)$$

Электромагнитное взаимодействие будет калибровочно инвариантным, если его лагранжиан получается из лагранжиана свободных

невзаимодействующих полей заряженных частиц заменой

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - iQA_\mu \equiv D.$$

Рассмотрим для примера лагранжиан заряженного скалярного поля, вернее, ту его часть $\Phi^*D\Phi$, которая ответственна за взаимодействие заряженного скалярного поля $\Phi(x)$ с электромагнитным полем. При калибровочном преобразовании эта величина переходит в $\Phi'^*D'\Phi'$, где $\Phi' = e^{ie\delta}\Phi$, $D' = \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA'_\mu$ (e — заряд поля Φ).

Легко видеть, что $\Phi'^*D'\Phi' = \Phi^*D\Phi$.

Лагранжиан \mathcal{L}_γ свободного электромагнитного поля,

$$\mathcal{L}_\gamma = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2, \quad F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu},$$

инвариантен относительно калибровочных преобразований только для безмассовых γ -квантов. Существование сколь угодно малой, но отличной от нуля массы γ -кванта приводило бы к нарушению калибровочной инвариантности.

Локальная калибровочная инвариантность может приводить также к существованию заряженных векторных безмассовых полей, которые называются калибровочными полями*. Чтобы разъяснить возникновение таких полей, напомним, что сохранение изотопического спина следует из инвариантности лагранжиана поля ψ относительно изотопических преобразований

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{ig\mathbf{I}\omega} \psi(x), \quad (3.104)$$

где \mathbf{I} — оператор изотопического спина, ω — совокупность трех вещественных параметров, g — некоторая константа.

Если ω является функцией x , $\omega = \omega(x)$ (локальная изотопическая инвариантность), то возникают три сохраняющихся заряда, которые являются компонентами изоспина, и появляется необходимость введения изотопического триплета векторных полей \mathbf{W}_μ , взаимодействие которых с другими частицами включается в лагранжиан с помощью замены

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ig\mathbf{I} \cdot \mathbf{W}_\mu \equiv D_g, \quad (3.105)$$

аналогичной замене $\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow D$ для электромагнитного поля (\mathbf{W}_μ означает вектор в изотопическом пространстве). Возникающий при такой замене лагранжиан взаимодействия поля ψ с полем \mathbf{W}_μ будет

* Впервые заряженные калибровочные поля были рассмотрены Янгом и Миллсом [53] применительно к изотопической инвариантности сильного взаимодействия, поэтому их называют также полями Янга — Миллса.

инвариантен относительно преобразований (3.104). Действительно, при бесконечно малом преобразовании $\psi \rightarrow \psi' = (1 + ig\omega \cdot \mathbf{I})\psi$ величина $\psi^\dagger D_g \psi$ переходит в

$$\begin{aligned} \psi^{\dagger'} D'_g \psi' &= \psi^\dagger (1 - ig\omega \cdot \mathbf{I}) \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ig\mathbf{I} \cdot \mathbf{W}'_\mu \right) (1 + ig\omega \cdot \mathbf{I}) \psi = \\ &= \psi^\dagger \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ig\mathbf{I} \cdot \mathbf{W}'_\mu + ig \frac{\partial \omega}{\partial x_\mu} \cdot \mathbf{I} + \right. \\ &\quad \left. + g^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{W}'_\mu \mathbf{I} \cdot \omega - g^2 \mathbf{I} \cdot \omega \mathbf{I} \cdot \mathbf{W}'_\mu \right) \psi, \end{aligned}$$

поэтому сохраняется калибровочная инвариантность, т. е. выполняется соотношение $\psi^{\dagger'} D'_g \psi' = \psi^\dagger D_g \psi$, если поле \mathbf{W}_μ испытывает преобразование

$$\mathbf{W}_\mu \rightarrow \mathbf{W}'_\mu = \mathbf{W}_\mu + \frac{\partial \omega}{\partial x_\mu} - g\omega \times \mathbf{W}_\mu. \quad (3.106)$$

Таким образом, триплет калибровочных полей должен испытывать не только сдвиг (описываемый членом $\frac{\partial \omega}{\partial x_\mu}$), как в случае калибровочного преобразования электромагнитного поля, но и изотопический поворот, описываемый слагаемым $g\omega \times \mathbf{W}_\mu$.

Лагранжиан $\mathcal{L}(\mathbf{W})$ свободных калибровочных полей \mathbf{W}_μ , инвариантный относительно преобразований (3.106), имеет вид

$$\mathcal{L}(\mathbf{W}) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (3.107)$$

где

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial W_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial W_\mu}{\partial x_\nu} + g\mathbf{W}_\mu \times \mathbf{W}_\nu,$$

т. е. калибровочные поля не имеют массы. Таким образом, лагранжиан $\mathcal{L}(\mathbf{W})$ содержит третью и четвертую степени векторного поля, поэтому даже для свободных калибровочных полей уравнения движения будут нелинейными. Лагранжиан $\mathcal{L}(\mathbf{W})$ является перенормируемым.

4.3. Спонтанное нарушение симметрии. В слабом взаимодействии векторные заряженные токи не сохраняются, а массы векторных бозонов, переносящих слабое взаимодействие, отличны от нуля. Поэтому нельзя непосредственно воспользоваться перенормируемостью теории безмассовых калибровочных полей, однако можно предположить, что существует исходный «затравочный» лагранжиан слабого взаимодействия, обладающий свойством калибровочной инвариантности, так что сохраняющиеся токи будут взаимодействовать с безмассовыми векторными калибровочными полями, и такой лагранжиан будет обладать свойством перенормируемости.

Возникает вопрос, каким образом может появиться ненулевая масса у векторных частиц и сохраниться перенормируемость лагранжиана. Появление отличной от нуля массы можно объяснить нарушением симметрии. А именно: включение массы векторных частиц с сохранением перенормируемости возможно при так называемом спонтанном нарушении симметрии затравочного лагранжиана.

Разъясним это обстоятельство на примере лагранжиана нейтрального скалярного поля $\varphi(x)$ [30]:

$$\mathcal{L}(\varphi) = -\frac{1}{2} \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} + \frac{m_\varphi^2}{2} \varphi^2 - h\varphi^4 \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} - U(\varphi), \quad (3.108)$$

где константа h ($h > 0$) безразмерна, а константа m_φ имеет размерность массы. Первое слагаемое определяет кинетическую энергию поля, второе — потенциальную.

(Сохранение в $U(\varphi)$ величин φ не выше четвертой степени обеспечивает перенормируемость теории.) По сравнению со стандартным лагранжианом скалярного поля здесь изменен знак перед квадратом поля φ , т. е. квадрат «массы» отрицателен. Посмотрим, к чему приведет такое изменение знака. Как видно из рис. 3.8, потенциальная энергия $U(\varphi) =$

$= -\frac{1}{2} m_\varphi^2 \varphi^2 + h\varphi^4$, рассматриваемая как функция φ , имеет два минимума в точках $\varphi = \pm \eta$ ($\eta = \frac{m_\varphi}{2\sqrt{h}}$), тогда как потенциальная энергия стандартного лагранжиана имеет только один минимум в точке $\varphi = 0$.

В квантовой теории поля наименее энергетическое состояние называют вакуумом. Поэтому можно сказать, что в рассматриваемой модели возникают два вакуума, отвечающих двум минимумам $U(\varphi)$. Если один из минимумов считать соответствующим физическому вакууму, то физическим полем следует считать не φ , а поле $\varphi' = \varphi - \eta$, «отсчитываемое» от минимального значения $\varphi = \eta$. Такая «сдвигка» поля φ означает переход к полю с равным нулю вакуумным средним $\langle \varphi' \rangle = 0$.

Важно подчеркнуть следующее обстоятельство: в то время как наш лагранжиан инвариантен относительно преобразования $\varphi \rightarrow -\varphi$, основное состояние (вакуум) не обладает этой симметрией. Действительно, кривая потенциальной энергии (см. рис. 3.8) не

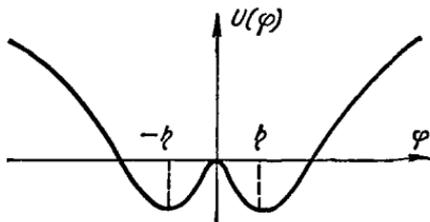


Рис. 3.8. Потенциальная энергия в схеме со спонтанно нарушенной симметрией.

симметрична относительно точки $\varphi = \eta$, поэтому и все другие состояния скалярного поля также не будут обладать симметрией исходного лагранжиана. Такое нарушение симметрии называют спонтанным. Мы часто сталкиваемся с ним в физике твердого тела. Например, гамма-кванты ферромагнетика обладают сферической симметрией, а в ферромагнетике с выстроенными спинами эта симметрия нарушена.

В результате спонтанного нарушения симметрии у частиц, взаимодействующих со скалярным полем, появляется масса. Покажем это на примере лагранжиана взаимодействия безмассового фермионного поля со скалярным нейтральным полем $\mathcal{L}(\psi, \varphi) = \kappa(\bar{\psi}\psi)\varphi$. Если лагранжиан поля φ таков, что возникает спонтанное нарушение симметрии, то в $\mathcal{L}(\psi, \varphi)$ необходимо, как это показано выше, произвести замену $\varphi \rightarrow \varphi + \eta$. В результате получаем

$$\mathcal{L}(\psi, \varphi) \rightarrow \kappa(\bar{\psi}\psi)\varphi + \eta\kappa(\bar{\psi}\psi),$$

т. е. в лагранжиане возникает дополнительный член $\eta\kappa(\bar{\psi}\psi)$, который соответствует конечной массе фермионного поля; $m_\psi = \eta\kappa$. Иными словами, в результате спонтанного нарушения симметрии лагранжиана скалярного поля фермионы приобретают массу.

Обратимся снова к лагранжиану слабого взаимодействия и предположим, что массы электрона и мюона в нем равны нулю. Тогда слабые токи $\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$ и $\bar{e}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$ станут сохраняющимися, а лагранжиан слабого взаимодействия — калибровочно инвариантным. Возникающие при этом калибровочные заряженные векторные поля, которые взаимодействуют с сохраняющимися слабыми токами лептонов, имеют нулевую массу. Мы показали, что при спонтанном нарушении симметрии фермионы, взаимодействующие со скалярными полями, приобретают массу. Поэтому естественно предположить, что отличная от нуля масса появится и у калибровочных полей. Покажем это на примере модельного лагранжиана, описывающего комплексное скалярное поле φ , которое взаимодействует с безмассовым калибровочным полем C_μ ,

$$\mathcal{L}(\varphi, C) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + igC_\mu \right) \varphi^* \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - igC_\mu \right) \varphi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 - U(\varphi),$$

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial C_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial C_\mu}{\partial x_\nu}, \quad U(\varphi) = -\frac{m_\varphi^2}{2} (\varphi^*\varphi) + h(\varphi^*\varphi)^2, \quad h > 0.$$

Представим комплексное поле φ в виде $\varphi(x) = \rho(x)e^{ig\vartheta(x)}$, тогда лагранжиан \mathcal{L} в терминах полей $\rho(x)$ и $\vartheta(x)$ примет вид

$$\mathcal{L}(\varphi, C) = \frac{1}{2} \frac{\partial \rho}{\partial x_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x_\mu} - \frac{g^2}{2} \rho^2(x) C'_\mu C'_\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 - U(\rho), \quad (3.109)$$

где $C'_\mu = C_\mu - \frac{\partial \vartheta(x)}{\partial x_\mu}$. Видим, что из-за калибровочной инвариантности лагранжиана нейтральное скалярное поле $\vartheta(x)$ вообще выпадает из лагранжиана, а при спонтанном нарушении симметрии в результате замены $\rho \rightarrow \rho + \eta$ калибровочное поле приобрело массу $\frac{1}{2} g^2 \rho^2 C'_\mu C'_\mu \rightarrow \frac{1}{2} g^2 \eta^2 C'_\mu C'_\mu$, т. е. масса кванта векторного поля стала равной $g\eta$ (появление массы у векторных калибровочных полей называют эффектом Хиггса [36]).

Подведем итоги. Исходный лагранжиан инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi(x) e^{ig\vartheta(x)}, \quad C'_\mu \rightarrow C_\mu - \frac{\partial \vartheta(x)}{\partial x_\mu}$$

и описывает скалярное заряженное поле (т. е. два вещественных поля). Это поле взаимодействует с безмассовым калибровочным полем (которое имеет два состояния с поперечной поляризацией). В результате спонтанного нарушения симметрии происходит перестройка лагранжиана, так что заряженных частиц не остается (поскольку поле $\rho(x)$ — вещественно), а калибровочное поле приобретает массу, следовательно, появляется новая степень свободы — продольная поляризация массивного векторного поля. При этом суммарное число независимых полей остается неизменным — появление продольного векторного поля сопровождается исчезновением нейтрального скалярного поля $\vartheta(x)$.

Нетрудно убедиться, что масса частиц поля $\vartheta(x)$, исчезающего при калибровочном преобразовании, равна нулю. Для этого достаточно лагранжиан свободного комплексного поля $\varphi(x)$ записать в терминах полей $\rho(x)$ и $\vartheta(x)$:

$$\mathcal{L}(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{d\rho}{dx_\mu} \frac{d\rho}{dx_\mu} + \frac{\rho^2}{2} \frac{d\vartheta(x)}{dx_\mu} \frac{d\vartheta(x)}{dx_\mu} - U(\rho),$$

откуда следует уравнение движения для поля

$$\frac{d^2 \vartheta(x)}{dx_\mu^2} = 0,$$

которое совпадает с уравнением поля для безмассовой скалярной частицы.

Таким образом, при спонтанном нарушении симметрии лагранжиана скалярного поля калибровочные векторные поля, а также фермионные поля, обладающие нулевой массой вследствие калибровочной инвариантности, приобретают массу. Можно надеяться, что затравочный лагранжиан после спонтанного нарушения симметрии и соответствующего переопределения скалярного поля будет по-прежнему приводить к перенормируемой теории. Таким образом, спонтанное нарушение симметрии — это метод введения массы векторных полей, который не нарушает перенормируемости теории.

Поэтому реалистичный лагранжиан слабого взаимодействия, приводящий к перенормируемой теории, может быть построен следующим способом. Сначала строим «затравочный» калибровочно инвариантный лагранжиан для фермионных и скалярных полей, взаимодействующих с безмассовыми векторными калибровочными полями, так чтобы он приводил к перенормируемой теории. Для определенности рассмотрим слабое взаимодействие только лептонов. Чтобы слабые токи сохранялись, массы лептонов полагаются равными нулю. Спонтанное нарушение симметрии должно быть выбрано так, чтобы массу приобрели только определенные лептоны и определенные векторные мезоны. Полученный после переопределения скалярного поля лагранжиан может использоваться для построения перенормируемой теории.

Так как затравочные лагранжианы для слабого и электромагнитного взаимодействий лептонов сходны по структуре (токи взаимодействуют с векторными калибровочными полями), то можно попытаться построить единую теорию слабого и электромагнитного взаимодействий лептонов*. Тогда калибровочные поля, отвечающие слабому и электромагнитному взаимодействиям, должны входить в один мультиплет (до спонтанного нарушения симметрии). При этом спонтанное нарушение симметрии не должно влиять на инвариантность лагранжиана относительно фазовых калибровочных преобразований, которые отвечают закону сохранения электрического заряда. В результате электромагнитное поле остается безмассовым и после спонтанного нарушения симметрии, другие же векторные поля приобретают массу.

Можно построить большое число моделей единой теории слабого и электромагнитного взаимодействий лептонов. Модели могут отличаться группой симметрии относительно калибровочных преобразований, набором мультиплетов лептонов, скалярных бозонов. Лептонные мультиплеты могут быть составлены не только из известных частиц, но можно также вводить гипотетические лептоны с различными электрическими зарядами. Рассмотрим две модели такого типа.

4.4. Модель Вайнберга и нейтральные слабые токи. Электрон и мюон входят в лагранжиан слабого взаимодействия симметрично, а так как характер электромагнитного взаимодействия электрона и мюона одинаков, то можно ограничиться рассмотрением только взаимодействий электрона и электронного нейтрино.

Нейтрино участвует только в слабом взаимодействии, причем все имеющиеся экспериментальные данные о слабом взаимодействии нейтрино согласуются с гипотезой двухкомпонентного нейтрино. Таким образом, нейтринное поле всегда появляется только в

* Такая теория была предложена впервые Вайнбергом [51, 52].

виде комбинации

$$\nu_l = \frac{1 + \gamma_5}{2} \nu,$$

где ν — биспинор Дирака нейтринного поля. Эту комбинацию можно назвать левым нейтрино. Электронное поле e можно формально разбить на два поля e_l и e_r :

$$e = e_r + e_l,$$

где $e_l = \frac{1 + \gamma_5}{2} e$, $e_r = \frac{1 - \gamma_5}{2} e$, комбинацию e_l называют левым электроном, а комбинацию e_r — правым. Если из этих полей образовать два лептонных мультиплетта:

$$R \equiv e_r, \quad L \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix},$$

то лагранжиан свободных лептонов с нулевой массой можно представить в виде

$$\mathcal{L}(e, \nu) = +i \bar{L} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} L + i \bar{R} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} R. \quad (3.110)$$

Этот лагранжиан инвариантен относительно преобразований

$$R \rightarrow R' = R, \quad L \rightarrow L' = e^{ig \frac{\tau \omega}{2}} L, \quad (3.111)$$

где τ — матрица Паули, ω — произвольный постоянный вектор, g — константа, которая здесь формально выделена из ω (в дальнейшем она будет играть роль константы взаимодействия лептонов и скалярных мезонов с калибровочными полями). Эти преобразования образуют группу SU_2 , которую естественно назвать группой лептонного изоспина. Необходимо подчеркнуть, однако, что лептонный изоспин не имеет никакого отношения к обычному изотопическому спину, сохраняющемуся в сильном взаимодействии, — общим является только характер преобразования или группа симметрии.

Преобразования (3.111) показывают, что мультиплет L является лептонным «изодублетом» и частицы в его пределах различаются проекцией лептонного изоспина $I_{L,3}$; для нейтрино $I_{L,3} = +\frac{1}{2}$, для левого электрона $I_{L,3} = -\frac{1}{2}$. Правый электрон образует лептонный «изосинглет».

Средние значения электрического заряда $\langle Q \rangle$ для мультиплетов L и R отличны от нуля: $\langle Q \rangle = -\frac{1}{2}$ для L и $\langle Q \rangle = -1$ для R . Если ввести теперь понятие лептонного гиперзаряда Y_L , равного удвоенному среднему значению электрического заряда $Y_L = 2\langle Q \rangle$, то он будет связан с электрическим зарядом Q и проекцией лептонного изоспина $I_{L,3}$ соотношением

$$Q = I_{L,3} + \frac{1}{2} Y_L,$$

аналогичным соотношению Гелл-Манна — Нишиджимы для адронов.

Инвариантность лагранжиана (3.110) относительно преобразований (3.111) группы SU_2 приводит к сохранению лептонного изоспина. Нетрудно убедиться, что лагранжиан $\mathcal{L}(e, \nu)$ инвариантен также относительно фазовых преобразований

$$R \rightarrow R' = e^{-ig'\delta} R, \quad L \rightarrow L' = e^{-ig'\frac{\delta}{2}} L.$$

где δ — непрерывный вещественный параметр, из которого выделена константа g' , играющая роль константы взаимодействия. Эти преобразования образуют группу U_1 , и инвариантность лагранжиана относительно преобразований этой группы приводит к сохранению лептонного гиперзаряда Y_L .

Таким образом, лагранжиан $\mathcal{L}(e, \nu)$ инвариантен относительно преобразований групп SU_2 и U_1 , т. е. относительно унитарных преобразований в двумерном комплексном пространстве (группа U_2).

Потребуем теперь, чтобы инвариантность лагранжиана относительно преобразований группы U_2 выполнялась локально (т. е. в каждой точке пространства — времени x). При этом параметры группы ω и δ будут функциями x и лагранжиан относительно таких преобразований будет инвариантен только в том случае, если включить добавочное взаимодействие лептонов с некоторыми калибровочными полями. Так как каждому параметру группы инвариантности лагранжиана должно соответствовать свое калибровочное поле, то в рассматриваемом случае необходимо ввести четыре поля, которые должны образовать триплет W_μ и синглет B_μ калибровочных полей. Как было разъяснено выше, взаимодействие калибровочных полей с лептонами включается в лагранжиан путем замены

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ig \frac{\tau}{2} W_\mu - \frac{i}{2} g' Y_L B_\mu.$$

В результате лагранжиан взаимодействующих лептонов ν, e и векторных полей W_μ и B_μ принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(e, \nu, W, B) = & -\frac{1}{4} \left(\frac{\partial W_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial W_\mu}{\partial x_\nu} + g W_\mu \times W_\nu \right)^2 - \\ & - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial B_\mu}{\partial x_\nu} \right)^2 + i \bar{L} \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - i \frac{g}{2} \tau \cdot W_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) L + \\ & + i \bar{R} \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + ig' B_\mu \right) R. \end{aligned} \quad (3.112)$$

Отметим, что векторные (в пространстве изоспина) поля W_μ не взаимодействуют с изосинглетом R (в силу сохранения лептонного изоспина).

Лагранжиан (3.112) не содержит массовых членов для лептонов и калибровочных полей. Поэтому наша задача заключается в введении конечных масс частиц. Для этого необходимо ввести скалярные поля и выбрать их лагранжиан таким образом, чтобы возникло спонтанное нарушение симметрии состояния вакуума, связанного с этим лагранжианом. Как мы убедимся, чтобы обеспечить возникновение массы только у электрона (а не у нейтрино), достаточно ввести дублет скалярных мезонов $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$ с гиперзарядом $Y_L = 1$ и предположить, что лагранжиан этих мезонов имеет вид

$$\mathcal{L}(\varphi) = -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} + m_\varphi^2 \varphi^* \varphi - h (\varphi^* \varphi)^2, \quad \varphi^* \varphi = (\varphi^+)^* \varphi^+ + (\varphi^0)^* \varphi^0.$$

Здесь константы m_φ^2 и h положительны, а знак перед $m_\varphi^2 \varphi^* \varphi$ выбран таким образом, чтобы обеспечить спонтанное нарушение симметрии. Так как гиперзаряд поля φ отличен от нуля, то поля φ^+ и φ^0 , очевидно, комплексны.

Необходимо далее ввести лагранжиан взаимодействия лептонов со скалярным дублетом. Чтобы это взаимодействие было калибровочно инвариантным, этот лагранжиан должен иметь вид

$$\mathcal{L}(e, \nu, \varphi) = -g_e [(\bar{L}\varphi)R + \bar{R}(\varphi^*L)],$$

где g_e — константа взаимодействия.

Теперь можно окончательно выписать «затравочный» лагранжиан лептонов с нулевой массой, взаимодействующих калибровочно инвариантным образом с векторными полями \mathbf{W}_μ и B_μ и скалярными полями φ^+ , φ^0 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(0)} = & -\frac{1}{4} \left(\frac{\partial \mathbf{W}_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \mathbf{W}_\mu}{\partial x_\nu} + g \mathbf{W}_\mu \times \mathbf{W}_\nu \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial B_\mu}{\partial x_\nu} \right)^2 - \\ & + i \bar{L} \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - \frac{i}{2} g \boldsymbol{\tau} \mathbf{W}_\mu + \frac{i}{2} g' B_\mu \right) L + i \bar{R} \gamma_\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + i g' B_\mu \right) R - \\ & - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - \frac{i}{2} g \boldsymbol{\tau} \mathbf{W}_\mu \varphi - \frac{i}{2} g' B_\mu \varphi \right|^2 + m_\varphi^2 \varphi^* \varphi - h (\varphi^* \varphi)^2 - \\ & - g_e [(\bar{L}\varphi)R + \bar{R}(\varphi^*L)]. \end{aligned} \quad (3.113)$$

Отметим, что этот лагранжиан несимметричен относительно левых и правых частиц (в лагранжиан входит только левое нейтрино) — благодаря этому пространственная четность не сохраняется во взаимодействиях лептонов, описываемых этим лагранжианом.

Состояние вакуума, соответствующее этому лагранжиану, определяется из условия минимума потенциальной энергии скалярного поля. Минимум, очевидно, достигается при $\varphi^* \varphi = \frac{m_\varphi^2}{2h}$. Однако

величина φ определяется отсюда неоднозначно, т. е. состояние вакуума оказывается бесконечно вырожденным. Фиксируем состояние вакуума следующим образом:

$$\langle \varphi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix}, \quad \eta = \frac{1}{2} \frac{m_\varphi^2}{\hbar} > 0. \quad (3.114)$$

Такой выбор приводит к нарушению инвариантности состояния вакуума относительно преобразований группы симметрии лагранжиана (3.113), так как вакуумному состоянию сопоставляется постоянный спинор $\langle \varphi \rangle$. Поскольку отличное от нуля вакуумное среднее появляется только у нейтрального скалярного поля, то при этом сохраняется инвариантность состояния вакуума относительно тех фазовых преобразований, которые отвечают сохранению электрического заряда.

Так как $\langle \varphi \rangle \neq 0$, то необходимо переопределить скалярное поле так, чтобы его вакуумное среднее равнялось нулю. Поэтому в лагранжиане (3.113) необходимо выполнить замену

$$\varphi \rightarrow \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 + \eta \end{pmatrix}. \quad (3.115)$$

При такой замене потенциальная часть лагранжиана скалярного поля приобретает вид

$$m_\varphi^2 \varphi^* \varphi - \hbar (\varphi^* \varphi)^2 \Rightarrow m_\varphi^2 [\eta^2 + \eta (\varphi^0 + \varphi^{0*}) + \varphi^{+*} \varphi^+ + \varphi^{0*} \varphi^0] - \\ - \hbar [\eta^2 + \eta (\varphi^0 + \varphi^{0*}) + \varphi^{+*} \varphi^+ + \varphi^{0*} \varphi^0]^2 \equiv U(\varphi).$$

Вводя вместо φ^0 и φ^{0*} вещественные поля φ_1^0 и φ_2^0 ,

$$\varphi_1^0 = \frac{\varphi^0 + \varphi^{0*}}{\sqrt{2}}, \quad \varphi_2^0 = \frac{\varphi^0 - \varphi^{0*}}{i\sqrt{2}},$$

получим

$$U(\varphi) = \eta^2 (m_\varphi^2 - \hbar \eta^2) + (m_\varphi^2 - 2\hbar \eta^2) \left(\sqrt{2} \eta \varphi_1^0 + \varphi^{+*} \varphi^+ + \frac{1}{2} \varphi_2^0 \varphi_2^0 \right) + \\ + \varphi_1^0 \varphi_1^0 (m_\varphi^2 - 3\hbar \eta^2) + O(\varphi^3) + O(\varphi^4),$$

где $O(\varphi^3)$ и $O(\varphi^4)$ — некоторые комбинации членов типа φ^3 и φ^4 . Коэффициент при φ_1^0 обращается в силу (3.114) в нуль. Кроме того, равен нулю и коэффициент при $\left(\varphi^{+*} \varphi^+ + \frac{1}{2} \varphi_2^0 \varphi_2^0 \right)$. Это означает, что в результате спонтанного нарушения симметрии скалярные поля φ^+ и φ_2^0 , имевшие вначале чисто мнимую массу (ее квадрат был отрицательной величиной), становятся безмассовыми; нейтральное же поле φ_1^0 приобретает массу, равную $2\eta \sqrt{\hbar}$ (бозоны с нулевой массой, появляющиеся при спонтанном нарушении симметрии, называют частицами Голдстоуна). Заметим, что при определенном

выборе калибровки векторных полей скалярные бозоны с нулевой массой не будут взаимодействовать с лептонами и векторными мезонами.

Рассмотрим теперь часть $\mathcal{L}_{\frac{1}{2}0}$ лагранжиана, которая описывает взаимодействие лептонов со скалярными бозонами. Мы видели, что при спонтанном нарушении симметрии первоначально безмассовые лептоны могут приобрести массу. Такая ситуация и возникает в случае лагранжиана (3.113). Действительно, при подстановке (3.115) $\mathcal{L}_{\frac{1}{2}0}$ испытывает преобразование

$$\mathcal{L}_{\frac{1}{2}0} \rightarrow -g_e [(\bar{L}\varphi)R + \bar{R}(\bar{\varphi}L)] - g_e \eta (\bar{e}_l e_l + \bar{e}_r e_r) = \mathcal{L}_{\frac{1}{2}0} - g_e \eta (\bar{e}e)$$

и появляющееся здесь дополнительное слагаемое, пропорциональное $(\bar{e}e)$, естественно отождествить с массовым членом лагранжиана электронного поля с массой электрона $m_e = g_e \eta$. Чрезвычайно существенно, что и после спонтанного нарушения симметрии нейтрино осталось безмассовой частицей.

Часть \mathcal{L}_{10} лагранжиана, описывающая взаимодействие скалярных мезонов с калибровочными полями, после подстановки (3.115) приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{10} &\rightarrow \mathcal{L}_{10} - \frac{g^2 \eta^2}{8} [(W_\mu^{(1)})^2 + (W_\mu^{(2)})^2] - \frac{\eta^2}{8} (gW_\mu^{(3)} - g'B_\mu)^2 \equiv \\ &\equiv \mathcal{L}_{10} + \mathcal{L}_{1,m}. \end{aligned}$$

Введем следующие поля векторных мезонов:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(1)} \pm iW_\mu^{(2)}), \quad Z_\mu = \frac{gW_\mu^{(3)} - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

электрический заряд которых равен $\pm 1, 0$. В терминах этих полей часть лагранжиана $\mathcal{L}_{1,m}$ принимает вид

$$\mathcal{L}_{1,m} = -\frac{g^2 \eta^2}{8} [(W_\mu^+)^2 + (W_\mu^-)^2] - \frac{\eta^2}{8} (g^2 + g'^2) Z_\mu^2.$$

Отсюда видно, что в результате спонтанного нарушения симметрии векторные поля приобрели массу, причем массы заряженных (m_W) и нейтрального (m_Z) векторных мезонов равны соответственно $m_W = \frac{g\eta}{2}$, $m_Z = \frac{\eta}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}$. Нейтральное поле

$$A_\mu = \frac{g'W_\mu^{(3)} + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

(ортогональное полю Z_μ) отвечает векторной частице с нулевой массой. Поэтому поле A_μ естественно отождествить с электромагнитным полем.

Выразим часть лагранжиана $\mathcal{L}_{\frac{1}{2}1}$, которая описывает взаимодействие лептонов с векторными мезонами, через поля W_{μ}^{\pm} , Z_{μ} и A_{μ} :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\frac{1}{2}1} = & - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(\frac{1}{2} \bar{e}_i \gamma_{\mu} e_i + \bar{R} \gamma_{\mu} R - \frac{1}{2} \bar{\nu}_i \gamma_{\mu} \nu_i + \bar{L} \gamma_{\mu} L \right) A_{\mu} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(- \frac{g^2}{2} \bar{e}_i \gamma_{\mu} e_i + \frac{1}{2} g^2 \bar{\nu}_i \gamma_{\mu} \nu_i + \right. \\ & \left. + g'^2 \bar{R} \gamma_{\mu} R + \frac{1}{2} g'^2 \bar{L} \gamma_{\mu} L \right) Z_{\mu} + \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_i \gamma_{\mu} e_i W_{\mu}^{+} + \bar{e}_i \gamma_{\mu} \nu_i W_{\mu}^{-}). \end{aligned}$$

Подставляя сюда в явном виде биспиноры лептонов, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\frac{1}{2}1} = & - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{e} \gamma_{\mu} e A_{\mu} + \\ & + \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) e W_{\mu}^{+} + \bar{e} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \nu W_{\mu}^{-}] + \\ & + \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[\frac{1}{4} (g^2 + g'^2) \bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \nu + \frac{g'^2}{2} \bar{e} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) e + \right. \\ & \left. + \frac{g'^2 - g^2}{2} \bar{e} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) e \right] Z_{\mu}. \end{aligned} \quad (3.116)$$

Таким образом, безмассовое поле A_{μ} взаимодействует только с электроном, причем константы взаимодействия для правого и левого электронов одинаковы, т. е. это взаимодействие сохраняет пространственную четность. Поэтому выражение $-\bar{e} \gamma_{\mu} e A_{\mu}$ можно отождествить с лагранжианом электромагнитного взаимодействия электронов. При этом константа электромагнитного взаимодействия e будет связана с константами g и g' соотношением

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (3.117)$$

Слагаемые $\frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) e W_{\mu}^{+} + \bar{e} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \nu W_{\mu}^{-}]$ в лагранжиане $\mathcal{L}_{\frac{1}{2}1}$ описывают взаимодействие заряженного слабого тока

электрона и нейтрино с заряженным векторным бозоном W^{\pm} . Это взаимодействие нарушает P -инвариантность, поэтому такие слагаемые можно отождествить с лагранжианом \mathcal{L}_W слабого взаимодействия заряженного лептонного тока с промежуточным векторным мезоном W^{\pm} , при этом константа g связана с константой слабого взаимодействия G соотношением

$$\frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G}{\sqrt{2}}. \quad (3.118)$$

Взаимодействие нейтральных Z^0 -мезонов с лептонами также нарушает инвариантность пространственных отражений. Поэтому эту часть лагранжиана \mathcal{L}_1 можно интерпретировать как лагранжиан

\mathcal{L}_Z слабого взаимодействия нейтральных лептонных токов $\bar{\nu}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu$ и $\bar{e}\gamma_\mu(1 + a\gamma_5)e$ с нейтральным векторным мезоном Z ($a = g^2/(g^2 - 2g'^2)$).

Таким образом, взаимодействия лептонов с векторными полями определяются хорошо известными константами e и G и, кроме того, неизвестным отношением констант g' и g . Вводя обозначение $g'/g = \tan \vartheta_W$ (ϑ_W называется углом Вайнберга), можно записать массы W - и Z -мезонов в виде

$$m_W^2 = \frac{e^2}{4\sqrt{2}G} \frac{1}{\sin^2 \vartheta_W} \geq \frac{e^2}{4\sqrt{2}G}, \quad m_Z^2 = \frac{e^2}{\sqrt{2}G} \frac{1}{\sin^2 2\vartheta_W} \geq \frac{e^2}{\sqrt{2}G}.$$

Оценка дает $m_W > 37,3 \text{ Гэв}$, $m_Z > 74,5 \text{ Гэв}$.

Лагранжиан взаимодействия слабого нейтрального тока с Z -мезоном, выраженный через G и ϑ_W , имеет вид

$$\mathcal{L}_Z = \frac{e}{2\sin 2\vartheta_W} [(4\sin^2 \vartheta_W - 1)\bar{e}\gamma_\mu e - \bar{e}\gamma_\mu \gamma_5 e + \bar{\nu}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu] Z_\mu.$$

Выпишем теперь результирующий лагранжиан, описывающий одновременно слабое и электромагнитное взаимодействия лептонов (электрона и электронного нейтрино), векторных и скалярных мезонов [54]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gZ_\nu + g'A_\nu) \left[W_\mu^- \left(\frac{\partial W_\nu^+}{\partial x_\mu} - \frac{\partial W_\mu^+}{\partial x_\nu} \right) - \right. \\ & \left. - W_\mu^+ \left(\frac{\partial W_\nu^-}{\partial x_\mu} - \frac{\partial W_\mu^-}{\partial x_\nu} \right) + \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+ \right) \right] - \\ & - \frac{g^2}{g^2 + g'^2} W_\mu^- W_\nu^+ (gZ_\rho + g'A_\rho) (gZ_\sigma + g'A_\sigma) (g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma}) + \\ & + \frac{g^2}{2} [|W_\mu^- W_\nu^+|^2 - (W_\mu^- W_\mu^+)] + F(\varphi) - \frac{m_e}{\eta} (\bar{e}e)\varphi - \\ & - \frac{1}{8} (\varphi^2 + 2\eta\varphi) [(g^2 + g'^2)Z_\mu Z_\mu + 2g^2 W_\mu^- W_\mu^+] + \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \bar{\nu}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu Z_\mu - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{e}\gamma_\mu e A_\mu + \\ & + \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[\bar{e}\gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e g'^2 + \frac{g'^2 - g^2}{2} \bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)e \right] Z_\mu + \\ & + \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)e W_\mu^+ + \bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu W_\mu^-], \quad (3.119) \end{aligned}$$

где $F(\varphi)$ — полином четвертой степени по скалярному полю φ , определяющий взаимодействие скалярных полей между собой.

В силу μ -универсальности слагаемые, отвечающие электромагнитному и слабому взаимодействиям мюона и мюонного нейтрино, выглядят так же, как и соответствующие слагаемые для электрона и электронного нейтрино: чтобы получить лагранжиан взаимодей-

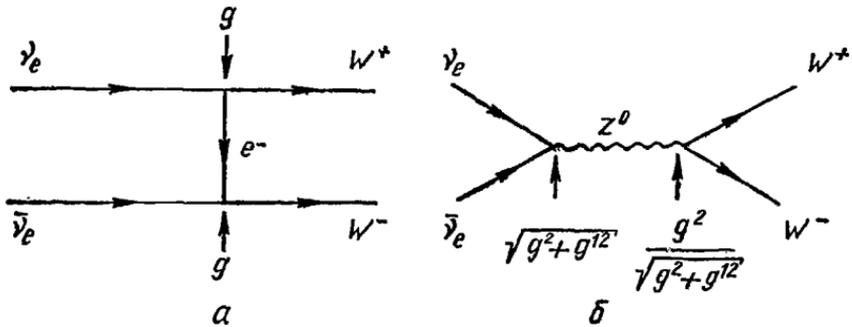


Рис. 3.9. Диаграммы, отвечающие процессу $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ + W^-$ в модели Вайнберга.

ствия μ и ν_μ с полями φ , A_μ , Z_μ , W_μ^\pm , в (3.118) необходимо лишь произвести замену $e \rightarrow \mu$, $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $m_e \rightarrow m_\mu$, константы же взаимодействия для электронов и мюонов одинаковы.

Можно думать, что теория слабого и электромагнитного взаимодействия, основанная на лагранжиане (3.119), будет перенормируемой. В пользу такого предположения говорит тот факт, что сечения самых разнообразных слабых и электромагнитных процессов, вычисленные в низшем порядке теории возмущений по константам связи этого лагранжиана, не растут с энергией. Так, для процесса $\bar{\nu} + \nu \rightarrow W^+ + W^-$ растущий с энергией вклад диаграммы, отвечающий обмену электроном (см. рис. 3.9, а), в точности компенсируется вкладом диаграммы, отвечающей обмену Z^0 -мезоном (рис. 3.9).

Интересные компенсации вклада различных механизмов происходят в амплитуде процесса $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ при больших энергиях. Так как W^- -бозон обладает аномальным магнитным моментом (из лагранжиана следует, что для W^- -бозона $\kappa_W = 1$), то амплитуда электромагнитного образования W^+W^- (рис. 3.10, а) линейно растет с энергией сталкивающихся частиц. Амплитуда же слабого образования W^- -бозонов, описываемая двумя диаграммами с заряженными (рис. 3.10, б) и нейтральными (рис. 3.10, в) слабыми токами, также растет с энергией. Но сумма этих трех вкладов электромагнитного и слабого механизмов не растет с энергией: растущие вклады компенсируются только при определенных соотношениях между константами взаимодействия и массами векторных мезонов, которые содержатся в лагранжиане (3.119). Этот пример демонстри-

рует существование тесной связи между слабым и электромагнитным взаимодействиями лептонов в схемах с нарушенной симметрией. В этом смысле и говорят о единой теории слабого и электромагнитного взаимодействия.

Лагранжиан (3.119), как уже говорилось, предсказывает появление слабых нейтральных токов, которые должны проявиться, в

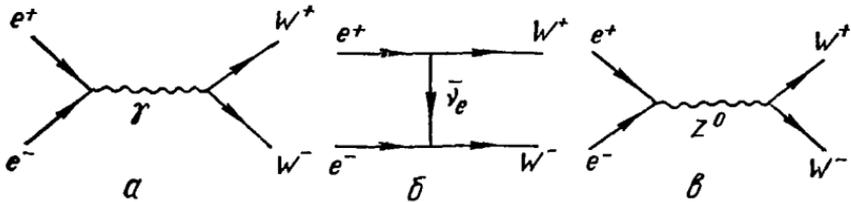


Рис. 3.10. Диаграммы, отвечающие процессу $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ в модели Вайнберга.

частности, в лептонных процессах (рис. 3.11) $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$, $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ и в процессах упругого и неупругого рассеяния нейтрино нуклонами $\nu + N \rightarrow \nu + N$, $\nu + N \rightarrow \nu + N + \pi$ и т. д. На опыте наблюдались процессы неупругого рассеяния нейтрино нуклонами, не сопровождающиеся образованием мюонов (безмюонные события), что можно объяснить проявлением нейтрального тока нейтрино $\bar{\nu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$. Из экспериментальных данных [17,

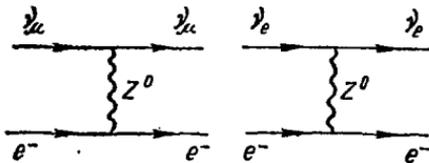


Рис. 3.11. Диаграммы с Z^0 -мезоном для процессов $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$, $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$.

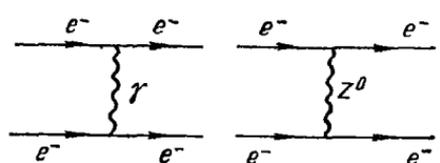


Рис. 3.12. Электромагнитный и слабый механизмы для электрон-электронного рассеяния.

34] получено следующее ограничение для угла θ_W : $0,3 \leq \sin^2 \theta_W \leq 0,4$. (Согласно последним данным $\sin^2 \theta_W = 0,33 \pm 0,05$.)

Связь между слабым и электромагнитным взаимодействиями в схемах с нарушенной симметрией приводит к тому, что в чисто электродинамических процессах, таких как, например, $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$, необходимо учитывать в низшем (втором) порядке теории возмущений наряду с обменом γ -квантом также обмен Z^0 -мезоном (рис. 3.12).

В заключение обсудим электромагнитные свойства нейтрино, которые предсказываются в рассматриваемой схеме [12, 38]. Электромагнитный ток $J_\alpha^{(\nu)}$ двухкомпонентного нейтрино можно характе-

ризовать только зарядовым формфактором

$$J_{\mu}^{(\nu)} = \bar{\nu}\gamma_{\alpha}(1 + \gamma_5)\nu F_{\nu}(k^2),$$

где F_{ν} — электромагнитный формфактор нейтрино, обращающийся в нуль при $k^2 = 0$. Электромагнитная структура нейтрино может возникать за счет механизмов, представленных на рис. 3.13. В принципе формфактор $F_{\nu}(k^2)$ можно было бы изучать в процессе электромагнитного рассеяния нейтрино электроном $\nu + e^{-} \rightarrow \nu + e^{-}$. С другой стороны, если теория перенормируема, то вычисления

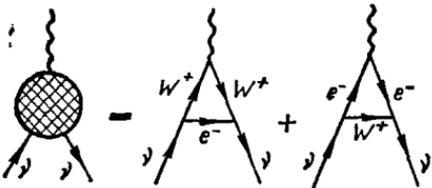


Рис. 3.13. Электромагнитная структура нейтрино.

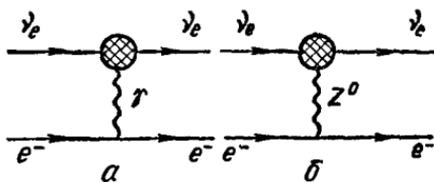


Рис. 3.14. Диаграммы, отвечающие процессу $\nu_e + e^{-} \rightarrow \nu_e + e^{-}$.

$F_{\nu}(k^2)$ должны приводить к конечному результату. В действительности это не так — $F_{\nu}(k^2)$ определяется расходящимися интегралами. Однако электромагнитный ток нейтрино нельзя наблюдать. Наблюдается только матричный элемент $\nu_e e^{-}$ -рассеяния, где наряду с обменом γ -квантом необходимо учитывать и обмен Z -мезоном (рис. 3.14, б), так как все эти вклады оказываются одного порядка по константам взаимодействия. Матричный элемент $\nu_e e^{-}$ -рассеяния (с учетом всех радиационных поправок) оказывается конечным, тогда как вклад только электромагнитного механизма — бесконечным.

Изложенная нами объединенная схема относилась к слабому и электромагнитному взаимодействиям с участием только лептонов. Возникает вопрос, как распространить эту схему на слабое и электромагнитное взаимодействия адронов. Оказывается, что это можно сделать в модели с тремя кварками p' , n' , Λ' . Однако при этом наряду с обычными слабыми заряженными токами, которые соответствуют переходам $p' \rightarrow n'$ и $p' \rightarrow \Lambda'$, возникает нейтральный ток с изменением странности, который соответствует переходу $n' \rightarrow \Lambda'$. Существование такого тока противоречит экспериментальным данным относительно распадов K^0 -мезонов.

Чтобы устранить это противоречие, приходится ввести четвертый кварк, несущий новое внутреннее квантовое число, которое называют шармом. Четвертый кварк является SU_3 -синглетом и имеет электрический заряд $+2/3$. В схеме с четырьмя кварками не возникает нейтральных токов с изменением странности.

Недавно открытые ψ -частицы обычно интерпретируются как связанные состояния шармованного кварка и шармованного антикварка.

4.5. Модель теории слабого и электромагнитного взаимодействий без слабых нейтральных токов. Рассмотренная в предыдущем параграфе модель единой теории слабого и электромагнитного взаимодействий содержит помимо известных лептонов и фотона заряженные (W^\pm) и нейтральный (Z^0) векторные бозоны и нейтральный скалярный бозон (ϕ), т. е. четыре дополнительные частицы (которые до сих пор не обнаружены). Все эти частицы переносят слабое взаимодействие, а частица ϕ обеспечивает возможность спонтанного нарушения симметрии. Затравочный лагранжиан $\mathcal{L}^{(0)}$ инвариантен относительно преобразований групп SU_2 и U_1 .

В такой модели, кроме электромагнитного тока $\bar{e}\gamma_\alpha e$, содержатся слабые нейтральные токи электронов и нейтрино $\bar{\nu}_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$ и $\bar{\nu}_\alpha(1 + \gamma_5)\nu$, которые не сохраняют пространственной четности. Эти токи, как было показано выше, могут быть ответственны за целый ряд процессов, к числу которых относится, например, процесс $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$. Существование таких токов доказано. Но возникает вопрос, является ли схема Вайнберга единственно возможной или возможны другие модели единой теории слабого и электромагнитного взаимодействий. Оказывается, что модель Вайнберга не единственна и возможно построение модели без нейтральных токов. Кроме того, можно построить модель, в которой не будет нейтральных токов, а следовательно, и нейтрального Z -мезона, но зато появятся гипотетические тяжелые лептоны [29]. Так как число векторных полей в этой модели равно трем (в модели Вайнберга четырем), то в затравочном лагранжиане будет меньше калибровочных полей и симметрия лагранжиана будет отличаться от симметрии затравочного лагранжиана в модели Вайнберга.

Естественно предположить, что три калибровочных поля затравочного лагранжиана образуют триплет, состоящий из двух заряженных и одного нейтрального поля. Спонтанное нарушение симметрии, очевидно, должно быть таким, чтобы масса появлялась только у заряженных векторных мезонов. В таком случае нейтральное векторное поле можно было бы отождествить с электромагнитным. Это означает, что электрический заряд совпадал бы с проекцией электронного изоспина, а следовательно, средний заряд мультиплетов должен быть равным нулю. Отсюда вытекает, что гиперзаряд мультиплетов в такой схеме должен быть равен нулю. Так как лептоны и скалярные мезоны (которые вводятся для спонтанного нарушения симметрии состояния вакуума) имеют целые значения электрического заряда (в единицах e), то дублетные представления этих частиц должны отсутствовать, но могут быть синглетные и триплетные представления. Поэтому калибровочные преобразования, относительно которых должен быть инвариантен исходный затравочный лагранжиан, должны образовывать группу

вращений в вещественном трехмерном пространстве (группа O_3). Преобразования этой группы характеризуются тремя вещественными параметрами и, следовательно, для локального сохранения электронного «изоспина» должны быть введены три калибровочных безмассовых поля W_μ , о чем уже упоминалось выше.

Из известных лептонов нельзя построить мультиплеты со средним электрическим зарядом, равным нулю (если порознь сохраняются лептонный и мюонный заряды). Поэтому в группе O_3 необходимо ввести другие (гипотетические) лептоны. Если допустить существование только одного положительно заряженного лептона, который обозначим через E^+ , то, казалось бы, можно образовать следующий триплет лептонов:

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ \nu^0 \\ e^- \end{pmatrix}.$$

(Отметим, что лептонный заряд E^+ равен $+1$, а мюонный — нулю.) Однако в этом случае при спонтанном нарушении симметрии нейтрино приобрело бы массу. Поэтому, чтобы получить безмассовое нейтрино, необходимо предположить, что в триплет входит не нейтрино, а другой нейтральный лептон, который обозначим через χ , т. е. будем исходить из существования триплета лептонов

$$\psi_L \equiv \begin{pmatrix} E^+ \\ \chi^0 \\ e^- \end{pmatrix}.$$

Предположим, что правое и левое состояния χ^0 имеют вид

$$\chi_l^0 = E_l^0 \sin \beta + \nu_l \cos \beta, \quad \chi_r^0 = E_r^0,$$

где E^0 — гипотетический нейтральный лептон (E_r^0 и E_l^0 — его правая и левая компоненты), β — некоторый параметр теории. При таком выборе состояний χ_l^0 и χ_r^0 нарушается, очевидно, симметрия между правыми и левыми лептонами, поэтому в модели появятся P -неинвариантные взаимодействия.

Лагранжиан взаимодействия триплета лептонов ψ_L с триплетом калибровочных полей W_μ , инвариантный относительно локальных преобразований группы O_3 , можно записать в виде

$$\mathcal{L}(L, W) = \frac{g_1}{2} \bar{\psi}_L \gamma_\mu t \psi_L W_\mu, \quad (3.120)$$

где g_1 — константа взаимодействия, $\mathbf{t} = (t_1, t_2, t_3)$ — 3×3 -матрицы для изоспина 1:

$$t_3 = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad t_+ = \frac{t_1 + it_2}{2} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$t_- = \frac{t_1 - it_2}{2} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

Ψ_L — триплет лептонных полей,

$$\Psi_L = \Psi_{L,r} + \Psi_{L,l} = \begin{pmatrix} E^+ \\ E^0 \sin \beta + \nu_l \cos \beta + E_r^0 \\ e^- \end{pmatrix}. \quad (3.121)$$

Отметим, что лагранжиан $\mathcal{L}(L, W)$ описывает взаимодействие векторного тока лептонов $\bar{\Psi}_L \gamma_\mu \Psi_L$ с триплетом калибровочных полей W_μ , причем векторный ток лептонов сохраняется (сохраняется он и в том случае, если затравочная масса лептонного триплета отлична от нуля).

Лагранжиан $\mathcal{L}(L, W)$ можно переписать в виде

$$\mathcal{L}(L, W) = g_1 [(-\bar{\chi}_0 \gamma_\mu E^+ + \bar{e} \gamma_\mu \chi_0) W_\mu^- + \text{эрм. сопр.}] + g_1 (\bar{E} \gamma_\mu E - \bar{e} \gamma_\mu e) W_\mu^{(3)}, \quad (3.122)$$

где $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(1)} \pm iW_\mu^{(2)})$. Отсюда видно, что поле $W_\mu^{(3)}$ взаимодействует только с заряженными лептонными полями E^+ и e^- , причем пространственная четность в этом взаимодействии сохраняется. Естественно поэтому отождествить поле $W_\mu^{(3)}$ с электрическим полем и считать, что $g_1 = e$.

Убедимся теперь, что при спонтанном нарушении симметрии у заряженных векторных полей W_μ^\pm появляется масса, масса же поля $W_\mu^{(3)}$ остается равной нулю. Выпишем для этого лагранжиан взаимодействия скалярных мезонов с калибровочными полями. Минимальным мультиплетом для скалярных мезонов должен являться триплет

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \\ \Phi^- \end{pmatrix}.$$

Калибровочно инвариантный лагранжиан Φ -мезонов (с учетом их взаимодействия с калибровочными полями) должен иметь,

очевидно, следующий вид:

$$\mathcal{L}(\varphi, W) = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - ig_1 t W_\mu \varphi \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - ig_1 t W_\mu \varphi \right)^*.$$

Если нарушение симметрии выбрать таким образом, чтобы среднее вакуумное значение φ равнялось

$$\langle \varphi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \\ 0 \end{pmatrix},$$

где λ — некоторый вещественный параметр, то нейтральное калибровочное поле останется безмассовым. Действительно, при преобразовании $\varphi \rightarrow \varphi + \langle \varphi \rangle$ добавка в лагранжиане, пропорциональная $W_\mu^{(3)}$, имеет вид $(t_3 \langle \varphi \rangle)^2 = 0$.

Лагранжиан взаимодействия лептонов ψ_L с заряженными векторными мезонами W_μ^\pm , как следует из (3.122), состоит из следующих слагаемых:

$$\mathcal{L}(L, W^\pm) = e [- (\bar{E}_l^0 \cos \beta + \bar{\nu}_l \sin \beta + \bar{E}_l^0) \gamma_\mu E^+ + \\ + \bar{e} \gamma_\mu (E_l^0 \cos \beta + \nu_l \sin \beta + E_l^0)] W_\mu^- + \text{э.м. сопр.}$$

Видим, что слагаемое $\frac{1}{2} e \sin \beta \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu W_\mu^-$ описывает слабое взаимодействие заряженного тока лептонов $\bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu$ с промежуточным векторным бозоном W^- , поэтому произведение $\frac{e}{2} \sin \beta$ можно связать с константой слабого взаимодействия G :

$$\frac{e^2}{4} \sin^2 \beta = \frac{G}{\sqrt{2}} m_W^2.$$

Отсюда следует, что масса W^\pm -бозонов ограничена сверху, т. е.

$$m_W^2 = \frac{e^2}{2\sqrt{2}G} \sin^2 \beta \leq \frac{e^2}{2\sqrt{2}G} = (53 \text{ ГэВ})^2.$$

Лагранжиан $\mathcal{L}(L, W)$ описывает также слабые процессы, отвечающие переходам $\nu \rightarrow E^+$ и $e^- \rightarrow E^0$, токи которых равны соответственно $\bar{\nu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) E^+$ и $\bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) E^0$.

Исследуем теперь вопрос о массах лептонов. Для этого рассмотрим взаимодействие лептонов e^-, ν, E^0 и E^+ со скалярными мезонами φ . Вводя наряду с триплетами правых и левых лептонов лептонные синглеты $s_l = \nu_l \cos \beta - E_l^0 \sin \beta$, $s_r = \nu_r$, можно, очевидно, представить часть лагранжиана $\mathcal{L}(L, \varphi)$, соответствующую взаимодействию лептонов со скалярными мезонами, в следующем

общем виде:

$$\mathcal{L}(L, \varphi) = g_3 \bar{\psi}_L \frac{t}{2} \varphi \psi_L + g_4 [(\bar{s}_l \psi_{L,l}) \varphi + \text{эрм. сопр.}] + \\ + g_5 [(\bar{s}_r \psi_{L,l}) \varphi + \text{эрм. сопр.}],$$

где g_3, g_4, g_5 — некоторые константы (константы взаимодействия). После замены $\varphi \rightarrow \varphi + \langle \varphi \rangle$ в $\mathcal{L}(L, \varphi)$ возникают дополнительные слагаемые

$$\Delta \mathcal{L}(L, \varphi) = g_3 \lambda (\bar{E}^+ E^+ - \bar{e}e) + \\ + g_4 \lambda [-\sin \beta (\bar{E}_l^0 E_r^0 + \bar{E}_r^0 E_l^0) + \cos \beta (\bar{\nu}_l E_r^0 + \bar{E}_r^0 \nu_l)] + \\ + g_5 \lambda [\sin \beta (\bar{\nu}_r \nu_l + \bar{\nu}_l \nu_r) + \cos \beta (\bar{\nu}_r E_l^0 + \bar{E}_l^0 \nu_r)], \quad (3.123)$$

которые определяют добавочные массы лептонов за счет спонтанного нарушения симметрии. Чтобы получить полные массы лептонов, необходимо прибавить к этим величинам затравочные массы m_1 и m_2 , которым соответствует лагранжиан

$$\mathcal{L}_m(L) = m_1 (\bar{\psi}_L \psi_L) + m_2 (\bar{s}s) = m_1 (\bar{E}^+ E^+ + \chi^0 \chi^0 + \bar{e}e) + \\ + m_2 (\bar{s}_l s_r + \bar{s}_r s_l). \quad (3.124)$$

Собирая теперь коэффициенты при $(\bar{e}e)$, $(\bar{E}^+ E^+)$, $(\bar{E}^0 E^0)$ и $(\bar{\nu}\nu)$, получим на основе (3.123) и (3.124) следующие выражения для масс лептонов:

$$\left. \begin{aligned} m(e) &= m_1 - \lambda g_3, & m(E^+) &= m_1 + \lambda g_3, \\ m(\nu) &= m_2 \cos \beta + \lambda g_5 \sin \beta, & m(E^0) &= m_1 \cos \beta - \lambda g_4 \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (3.125)$$

Поскольку квантовые числа нейтральных лептонов ν и E^0 совпадают, то существуют переходы, которые характеризуются диагональными членами в $\mathcal{L}(L, \varphi)$ и $\mathcal{L}_m(L)$

$$m(\nu_l \rightarrow E_r^0) = m_1 \sin \beta + \lambda g_4 \cos \beta, \\ m(\nu_r \rightarrow E_l^0) = -m_2 \sin \beta + \lambda g_5 \cos \beta.$$

Чтобы запретить эти переходы, необходимо потребовать выполнения условия $m(\nu_l \rightarrow E_r^0) = m(\nu_r \rightarrow E_l^0) = 0$, т. е.

$$m_1 \sin \beta + \cos \beta \lambda g_4 = -m_2 \sin \beta + \lambda g_5 \cos \beta = 0.$$

Предполагая, что это условие справедливо при любом β , получим $m_1 g_5 + m_2 g_4 = 0$, поэтому $m_1 = \cos \beta m(E^0)$, $m_2 = m(\nu) \cos \beta$, $g_4 \lambda = -\sin \beta m(E^0)$, $g_5 \lambda = \sin \beta m(\nu)$.

Из (3.125) следует, что массы лептонов связаны между собой соотношением $m(E^+) + m(e^-) = 2m(E^0) \cos \beta$.

В рассматриваемой модели масса нейтрино не равна нулю: если потребовать, чтобы $m(\nu) = 0$, то коэффициенты g_5 и m_2 должны обращаться в нуль.

Отметим, что согласно (3.125) масса электрона представляет собой разность затравочной массы m_1 лептонного триплета и величины λg_3 , пропорциональной константе λ спонтанного нарушения симметрии.

Электромагнитное и слабое взаимодействия мюона (и мюонного нейтрино) можно рассматривать аналогичным образом. Угол смешивания β_μ при этом может отличаться от угла смешивания β для электронов. Чтобы получить наблюдаемую на опыте μe -универсальность, необходимо потребовать точного совпадения углов смешивания β и β_μ .

В модели Вайнберга константа взаимодействия g_e скалярного бозона ϕ с лептонами e и μ пропорциональна массе лептона и поэтому мала. В рассматриваемой теперь модели константа взаимодействия скалярного мезона с электроном и мюоном, равная g_3 как следует из (3.123), пропорциональна разности масс E^+ и e^- :

$$g_3 = \frac{1}{\lambda} [m(E^+) - m(e^-)].$$

Учитывая, что $m_W^2 = \lambda^2 g_1^2 = \lambda^2 e^2$, найдем

$$g_3 = \frac{e}{m_W} [m(E^+) - m(e^-)] \simeq e \frac{m(E^+)}{m_W},$$

т. е. при большой массе E^+ -лептона эта константа велика.

Заметим, что перенормируемость теории требует, чтобы амплитуды различных процессов, вычисленные в низших порядках теории возмущений, не росли при больших энергиях. Нетрудно убедиться, что для процесса $\nu_e^+ + \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ + W^-$ растущий вклад в амплитуду от механизма, отвечающего обмену электроном (рис. 3.15, а), сокращается с вкладом от механизма, отвечающего обмену тяжелым заряженным лептоном E^+ (рис. 3.15, б). Вклады диаграмм, представленных на рис. 3.16, в амплитуду процесса $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ обеспечивают компенсацию растущих при больших энергиях амплитуд электромагнитного и слабого образования пар W -мезонов на встречных e^+e^- -пучках.

Поправки к нормальным магнитным моментам лептонов будут теперь возникать не только за счет чисто электродинамических процессов, но и за счет слабого взаимодействия. Если не учитывать различия масс фотона и промежуточных векторных бозонов W^\pm, Z , то слабое и электромагнитное взаимодействия лептонов описываются

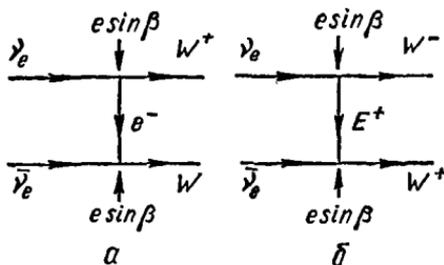


Рис. 3.15. Диаграммы, отвечающие процессу $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow W^+ + W^-$ в схеме с тяжелым лептоном.

В этих моделях сравнимыми по величине константами и поэтому должны учитываться одновременно.

В модели Вайнберга вклад слабого взаимодействия в аномальный магнитный момент лептонов во втором порядке теории возмущений (рис. 3.17) пропорционален квадрату массы лептона и по-

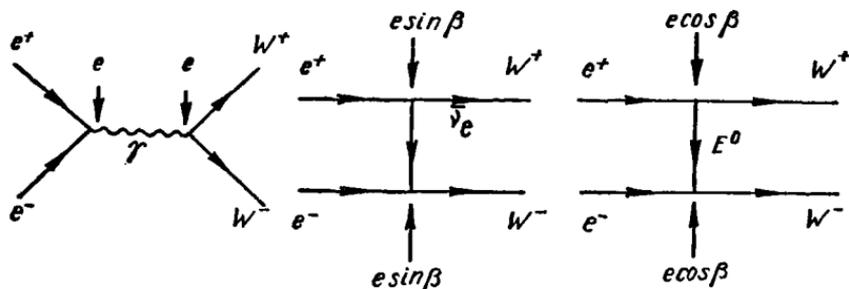


Рис. 3.16. Диаграммы, отвечающие процессу $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$ в схеме с тяжелым лептоном.

этому очень мал. В модели без нейтральных токов слабое взаимодействие может вносить больший вклад в аномальный магнитный момент (рис. 3.18). Так, вклад, обусловленный тяжелым нейтральным лептоном E^0 , в g -фактор мюона определяется формулой [26, 39, 47]

$$\Delta g_\mu = -\alpha \frac{m_\mu m(E^0)}{\pi m_W^2},$$

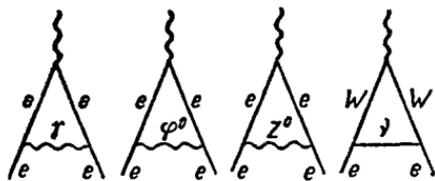


Рис. 3.17. Диаграммы, отвечающие аномальному магнитному моменту лептонов в модели Вайнберга.

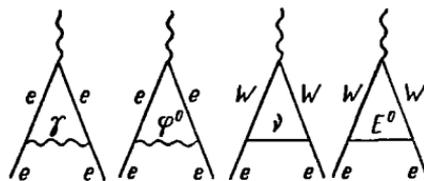


Рис. 3.18. Диаграммы, отвечающие аномальному магнитному моменту лептонов в модели без нейтральных токов.

справедливой при $m(E^0) \ll m_W$. Учитывая, что расчеты в рамках квантовой электродинамики хорошо согласуются с опытом, следует считать, что величина Δg_μ не должна превышать экспериментальных ошибок измерения g_μ . Тогда из неравенства $3 \cdot 10^{-7} \leq \frac{\Delta g_\mu}{2} \leq 6 \cdot 10^{-7}$ получим $0,9 < m(E^+) < 8,17, 17 < m_W < 53$ (нижняя граница для массы E^+ получена в опытах по поиску тяжелых заряженных лептонов в реакциях на встречных e^+e^- -пучках).

РАСSEЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ АДРОНАМИ

§ 1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА РАСSEЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ АДРОНАМИ

1.1. Кинематика двухчастичных процессов рассеяния. В предыдущей главе в предположении существования SU_3 - и SU_6 -симметрий получен ряд соотношений между магнитными моментами барионов, а также между такими электромагнитными характеристиками адронов, как электромагнитные разности масс, амплитуды радиационных распадов и фотообразования мезонов на нуклонах.

Однако таким путем невозможно получить формулы, определяющие зависимость амплитуд электромагнитных процессов от кинематических переменных, а также выяснить электромагнитную структуру адронов. Для этого необходима строгая динамическая теория, аналогичная квантовой электродинамике для электронов и фотонов. В настоящее время такой теории не существует. Поэтому естественным является подход, когда, основываясь на общих принципах, таких как релятивистская инвариантность, свойства симметрии относительно дискретных и непрерывных преобразований и причинность, феноменологически вводят некоторые величины, характеризующие динамические процессы.

Особенно важными в этой связи являются процессы упругого и неупругого рассеяний электронов адронами. Это обусловлено тем, что такие процессы можно описывать в низшем (втором) приближении теории возмущений по константе электромагнитного взаимодействия (рис. 4.1, F — конечное адронное состояние).

Структура вершины, отвечающей испусканию γ -кванта электроном, хорошо известна из квантовой электродинамики — ей соответствует 4-вектор электромагнитного тока электрона $eu(k_2)\gamma_\alpha u(k_1)$, где e — заряд электрона, $u(k)$ — электронный биспинор, γ_α — матрицы Дирака. Структура же вершины, соответствующей поглощению адроном виртуального γ -кванта, нам неизвестна. Те или иные предположения приведут к различным выражениям для дифференциальных сечений рассеяния электронов адронами, а их сравнение с опытными данными позволит проверить сделанные предположения и установить характер структуры вершин.

В этой главе выясним структуру вершин поглощения виртуального γ -кванта адронами. Для этого прежде всего необходимо рас-

смотреть релятивистскую кинематику рассеяния электронов адронами.

Начнем с кинематики двухчастичных процессов $e^- + A_1 \rightarrow e^- + A_2$, где A_1, A_2 обозначают адроны в начальном и конечном состояниях. Кинематика двухчастичных процессов рассеяния включает рассмотрение зависимости энергий частиц в конечном состоянии от угла рассеяния, а также зависимости углов рассеяния от энергий конечных частиц в различных системах отсчета (лабораторной, СЦИ и т. д.).

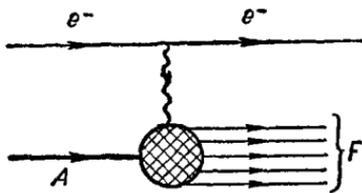


Рис. 4.1. Однофотонный механизм рассеяния электронов адронами.

Если $k_{1,2}$ ($\epsilon_{1,2}$; $k_{1,2}$) — 4-импульсы электрона в начальном и конечном состояниях ($\epsilon_{1,2}$ — энергии, $k_{1,2}$ — 3-импульсы электронов), а p_1, p_2 — 4-импульсы адронов в начальном и конечном состояниях, то согласно закону сохранения 4-импульса

$$k_1 + p_1 = k_2 + p_2,$$

(если A_2 — адронный резонанс, то шириной резонанса пренебрегаем). Так как $k_1^2 = k_2^2 = \epsilon_1^2 - k_1^2 = m_e^2$, $p_1^2 = M_1^2$, $p_2^2 = M_2^2$, где m_e и M_1, M_2 — массы электрона и адронов A_1, A_2 , получим в пределе $m_e = 0$ для энергии рассеянного электрона

$$\epsilon_2 = \left(\epsilon_1 - \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1} \right) / \left(1 + 2 \frac{\epsilon_1}{M_1} \sin^2 \frac{\phi}{2} \right),$$

где ϕ — угол рассеяния электрона в лабораторной системе (в которой начальный адрон покоится). Отсюда можно заключить, что энергия электрона в конечном состоянии может меняться в следующих пределах:

$$\left(\epsilon_1 - \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1} \right) \left(1 + 2 \frac{\epsilon_1}{M_1} \right)^{-1} \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_1 - \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1}.$$

При неупругом рассеянии ($M_1 \neq M_2$) энергия начального электрона должна превышать значение $\epsilon_{10} \equiv \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1}$, где ϵ_{10} — пороговая энергия электрона при неупругом рассеянии. Замечая, что $(k_1 + p_1 - k_2)^2 = M_2^2$, и зводя переданный 4-импульс $q = k_1 - k_2$, имеем

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 - \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1} + \frac{q^2}{2M_1},$$

откуда видно, что с ростом квадрата передаваемого импульса ($-q^2$) энергия рассеянного электрона уменьшается.

Величина q^2 для процесса $e^- + A_1 \rightarrow e^- + A_2$ при заданной энергии начального электрона определяется только углом рассея-

ния электрона. Например, для упругого рассеяния электронов при $M_1 = M_2$

$$q^2 = - \frac{4e_1^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}},$$

т. е. квадрат переданного импульса отрицателен.

В лабораторной системе квадрат переданного импульса связан с энергией E_2 рассеянного адрона соотношением

$$q^2 = M_1^2 + M_2^2 - 2M_1 E_2,$$

откуда следуют пределы изменения E_2 :

$$\frac{M_1^2 + M_2^2}{2M_1} \leq E_2 \leq M_1 + \left(2 \frac{e_1^2}{M_1} + \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1} \right) \left(1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \right)^{-1},$$

т. е. для неупругого рассеяния минимальное значение E_2 всегда превышает массу покоя.

Если $M_1 = M_2$, то

$$M_1 \leq E_2 \leq M_1 + 2 \frac{e_1^2}{M_1} \left(1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \right)^{-1}.$$

Закон сохранения энергии, записанный в виде

$$E_2 = e_1 + M_1 - \left(e_1 - \frac{M_2^2 - M_1^2}{2M_1} \right) \left(1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right)^{-1},$$

позволяет выразить угол рассеяния электрона через энергию E_2 . Угол рассеяния адрона ϑ_A (угол между импульсами конечного адрона p_2 и начального электрона k_1) определяется формулами

$$\cos \vartheta_A = \frac{1}{e_1 |p_2|} \left[E_2 (e_1 + M_1) - e_1 M_1 - \frac{M_1^2 + M_2^2}{2} \right], \quad M_1 \neq M_2,$$

$$\cos \vartheta_A = \frac{e_1 + M_1}{e_1} \sqrt{\frac{E_2 - M_1}{E_2 + M_1}}, \quad M_1 = M_2.$$

В ультрарелятивистском пределе, когда $e_1 \gg M_1$, адроны больших энергий ($E_2 \gg M_2$) вылетают под малыми углами ($\cos \vartheta_A \rightarrow 1$). При упругом рассеянии угол ϑ_A изменяется в пределах от 0 (электрон при этом рассеивается на угол π) до $\pi/2$ (электрон рассеивается на угол 0°).

Связь углов рассеяния электрона и адрона ϑ и ϑ_A и вообще кинематику двухчастичных процессов рассеяния удобно исследовать графически с помощью так называемого эллипса импульсов. Чтобы построить его, воспользуемся тем, что в СЦИ начального электрона и начального адрона длина 3-импульса $p^{(0)}$ каждой из частиц двухчастичного процесса не зависит от угла рассеяния. Поэтому вектор $k_2^{(0)}$ рассеянного электрона описывает в СЦИ при изменении угла

рассеяния ϑ от 0 до π окружность радиусом $\rho^{(0)}$, уравнение которой имеет вид

$$\frac{k_{2x}^{(0)2}}{\rho^{(0)2}} + \frac{k_{2z}^{(0)2}}{\rho^{(0)2}} = 1 \quad (4.1)$$

(окружность лежит в плоскости xz). Если ось z направить вдоль импульса $k_1^{(0)}$ начального электрода в СЦИ, то компоненты вектора k_2 в лабораторной системе будут связаны с компонентами $k_{2x}^{(0)}$ и $k_{2z}^{(0)}$ этого вектора в СЦИ преобразованием Лоренца:

$$k_{2x} = k_{2x}^{(0)}, \quad k_{2z} = \frac{k_{2z}^{(0)} + \beta \varepsilon_2^{(0)}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Скорость β СЦИ относительно лабораторной системы определяется соотношением

$$\varepsilon_1 + M_1 = \frac{V\bar{s}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad s = (k_1 + p_1)^2 = m_e^2 + M_1^2 + 2\varepsilon_1 M_1.$$

Используя эти формулы, получим уравнение эллипса для компонент импульса k_2 в лабораторной системе

$$\left(\frac{k_{2z} - \gamma_0 \beta \varepsilon_2^{(0)}}{\gamma_0 \rho^{(0)}} \right)^2 + \frac{k_{2x}^2}{\rho^{(0)2}} = 1, \quad \gamma_0^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (4.2)$$

т. е. при переходе от СЦИ к лабораторной системе окружность превращается в эллипс. Полуоси a и b этого эллипса равны $a = \gamma_0 \rho^{(0)}$, $b = \rho^{(0)}$, а начало отсчета импульса k_2 расположено от центра эллипса на расстоянии $d_1 = \gamma_0 \beta \varepsilon_2^{(0)}$. Величины a , b , d_1 полностью определяются энергией начального электрона и массами частиц, участвующих в реакции.

Для упругого рассеяния

$$\frac{d_1}{a} = \beta \frac{\varepsilon_2^{(0)}}{\rho^{(0)}} = \frac{\varepsilon_1 + m_e^2/M_1}{\varepsilon_1 + M_1} \simeq \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + M_1} < 1,$$

т. е. начало вектора k_2 находится на оси z внутри эллипса.

Импульс рассеянного адрона p_2 в лабораторной системе также описывает эллипс

$$\left(\frac{p_{2z} + \gamma_0 \beta E_2^{(0)}}{\gamma_0 \rho^{(0)}} \right)^2 + \frac{p_{2x}^2}{\rho^{(0)2}} = 1,$$

полуоси которого совпадают с полуосями a и b эллипса электрона, начало же импульса сдвинуто в сторону относительно центра эллипса на расстояние $d_2 = \gamma_0 \beta E_2^{(0)}$. Для упругого рассеяния электронов начало импульса p_2 находится на эллипсе (в точке пересечения его с осью z), т. е. $a = d_2$ или $\beta E_2^{(0)} = \rho^{(0)}$. (Чтобы убедиться в этом,

возведем обе части равенства $\beta E_2^{(0)} = p^{(0)}$ в квадрат: $\beta^2 E_2^{(0)2} = p^{(0)2}$, откуда $M_1^2 = E_2^{(0)2} - p^{(0)2} = E_2^{(0)2} (1 - \beta^2) = M_1^2$.

Из эллипса импульсов для упругого рассеяния электронов адрона (рис. 4.2) видно, что угол рассеяния электрона в лабораторной системе может изменяться от 0 до π , в то время как угол рассеяния адрона изменяется от 0 до $\pi/2$, причем максимальный импульс адрона достигается при $\vartheta_A = 0$, когда электрон рассеивается назад.

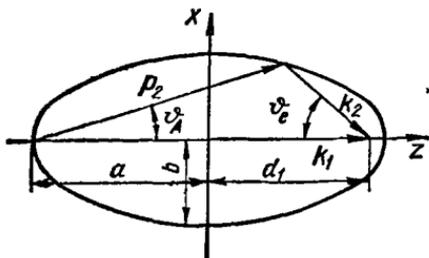


Рис. 4.2. Эллипс импульсов для упругого рассеяния электронов адронам.

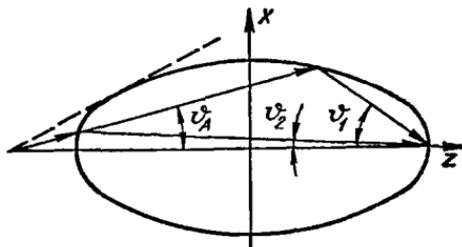


Рис. 4.3. Эллипс импульсов для неупругого рассеяния электронов адронам.

Несколько другая картина возникает для неупругого рассеяния электрона (рис. 4.3). Здесь имеем

$$\frac{d_2^2}{a^2} - 1 = \frac{M_2^2 - M_1^2}{4p^{(0)2}} \frac{(2\varepsilon_1 + M_1)^2 - M_2^2}{(\varepsilon_1 + M_1)^2} > 0,$$

т. е. $d_2 > a$, следовательно, начало импульса электрона k_2 находится внутри эллипса, а начало импульса адрона p_2 — вне эллипса.

Из рис. 4.3 видно, что каждому значению угла рассеяния адрона ϑ_A соответствуют два значения угла рассеяния электрона ϑ_1 и ϑ_2 , следовательно, два значения энергии электрона и два значения энергии адрона в конечном состоянии. Зависимость энергии E_A от угла ϑ_A описывается формулой

$$E_2 \left(M_1^2 + 2\varepsilon_1 M_1 + \varepsilon_1^2 \sin^2 \vartheta_A \right) = (\varepsilon_1 + M_1) \left(\varepsilon_1 M_1 + \frac{M_1^2 + M_2^2}{2} \right) \pm \cos \vartheta_A \varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon_1^2 M_2^2 \cos^2 \vartheta_A - (M_2^2 - M_1^2) \left[\left(\varepsilon_1 + \frac{M_1}{2} \right)^2 - \frac{M_2^2}{4} \right]}.$$

Только при $\vartheta_A = \vartheta_{A0}$, где ϑ_{A0} — предельный угол рассеяния адрона в лабораторной системе,

$$\cos^2 \vartheta_{A0} = (M_2^2 - M_1^2) \frac{\left(\varepsilon_1 + \frac{M_1}{2} \right)^2 - \frac{M_2^2}{4}}{\varepsilon_1^2 M_2^2} \rightarrow 1 - \frac{M_1^2}{M_2^2},$$

т. е. двузначность исчезает и энергия адрона определяется формулой

$$E_2(\vartheta_A = \vartheta_{A0}) = \frac{(\varepsilon_1 + M_1) M_2^2}{\varepsilon_1 M_1 + \frac{M_1^2 + M_2^2}{2}} \xrightarrow{\varepsilon_1 \rightarrow \infty} \frac{M_2^2}{M_1}.$$

Для неупругого рассеяния (см. рис. 4.3) предельный угол рассеяния адрона всегда меньше $\pi/2$ и определяется энергией начального электрона и соотношением масс M_1 и M_2 адронов в начальном и конечном состояниях.

1.2. Кинематика многочастичных процессов рассеяния электронов адронами. Если в процессе рассеяния электронов адроном образуется ряд адронов, а детектируется только рассеянный электрон, то процесс рассеяния можно характеризовать двумя инвариантными кинематическими переменными $q^2 = (k_1 - k_2)^2$, $\nu = q \cdot p_1$. В лабораторной системе отсчета эти величины равны

$$q^2 = 2m_e^2 - 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + 2 \cos \vartheta |k_1| |k_2| \leq 0, \quad \nu = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) M_1, \quad (4.3)$$

где ϑ — угол рассеяния (неупругого) электрона, изменяющийся в пределах от 0 до π . Величина q^2 представляет собой квадрат переданного адронам 4-импульса, а ν в лабораторной системе определяет изменение энергии электрона при рассеянии.

Из сохранения 4-импульса в адронной вершине $q + p_1 = p_2$ следует соотношение

$$q^2 + 2\nu + M_1^2 = W^2, \quad (4.4)$$

где $p_2^2 = W^2$ (величина W может интерпретироваться как инвариантная масса адронной системы в конечном состоянии).

Формула (4.4) показывает, как, измеряя только энергию и угол рассеяния электрона в конечном состоянии (т. е. величины ν и q^2), можно находить инвариантную массу W адронов, образующихся при неупругом рассеянии. Исключив из определений ν и q^2 энергию рассеянного электрона, можно получить еще одно соотношение между величинами ν и q^2 :

$$q^2 + 4\varepsilon_1 \left(\varepsilon_1 - \frac{\nu}{M_1} \right) \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 0 \quad (4.5)$$

(предполагается, что $m_e = 0$).

Из (4.4) и (4.5) после исключения ν получим связь между переменными q^2 и W^2 :

$$q^2 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right) + 4\varepsilon_1^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 2(W^2 - M_1^2) \frac{\varepsilon_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (4.6)$$

Это соотношение определяет зависимость квадрата переданного 4-импульса q^2 от угла рассеяния электрона при различных значениях инвариантной массы W (и фиксированной энергии начального электрона).

Физическая область разрешенных значений q^2 и ν для eN -рассеяния, как видно из рис. 4.4, состоит из двух частей: области упругого рассеяния и области неупругого рассеяния. Область упругого рассеяния ($e^- + N \rightarrow e^- + N$) характеризуется уравнением $W = M$ (см. рис. 4.4, I), т. е. $q^2 + 2\nu = 0$ (M — масса нуклона).

Область неупругого рассеяния ограничена тремя прямыми: осью $q^2 = 0$ (что отвечает предельному случаю образования адрон-

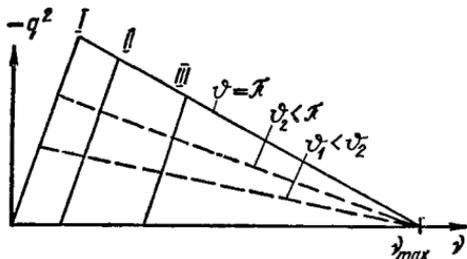


Рис. 4.4. Физическая область неупругого eN -рассеяния в терминах переменных q^2 и ν (пунктирные прямые — зависимость q^2 от ν при фиксированном ϑ).

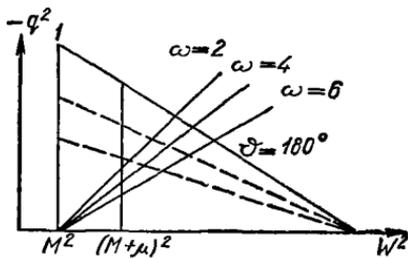


Рис. 4.5. Физическая область неупругого eN -рассеяния в терминах переменных $-q^2$ и W^2 (пунктирные прямые отвечают значениям q^2 и W^2 при фиксированном ν).

ной системы реальными γ -квантами); прямой II, которая задается уравнением $q^2 + 2\nu = (M + m_\pi)^2 - M^2$ и отвечает порогу неупругого процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ (m_π — масса пиона), и прямой III, задаваемой уравнением

$$q^2 + 4\varepsilon_1 \left(\varepsilon_1 - \frac{\nu}{M} \right) = 0, \quad (4.7)$$

отвечающей рассеянию электронов назад, $\vartheta = \pi$.

Если переменные q^2 и ν попадают в область между прямыми I и II, то образование адронов кинематически запрещено: здесь может протекать только реакция тормозного излучения $e^- + N \rightarrow e^- + N + \gamma$ (без образования дополнительных адронов). При фиксированном значении W переменные q^2 и ν изменяются вдоль прямой III (с уравнением $q^2 + 2\nu = W^2 - M^2$), которая параллельна прямой I для упругого eN -рассеяния и отстоит от нее по оси ν на расстоянии $W^2 - M^2$.

Из (4.7) следует, что максимальное значение ν , равное $\nu_{\max} = \varepsilon_1 M$, достигается при $q^2 = 0$ (при любом угле рассеяния электрона); с увеличением абсолютного значения q^2 интервал изменения ν уменьшается.

Прямые $q^2 = q^2(\nu)$, отвечающие разным значениям ϑ , пересекаются в одной точке ($q^2 = 0$, $\nu = \nu_{\max}$), т. е. максимальное значение ν не зависит от угла рассеяния электрона, минимальное же значение ν для неупругого рассеяния увеличивается с увеличением

угла ϑ . Интервал возможных значений q^2 при данном W уменьшается с ростом инвариантной массы адронной системы.

В области изменения переменных q^2 и W^2 для рассеяния электронов нуклонами (рис. 4.5) в терминах этих переменных упругое рассеяние отвечает линии I , параллельной оси q^2 . Область неупругого рассеяния ограничена следующими тремя прямыми: прямой, задаваемой уравнением $W^2 = (M + m_\pi)^2$, которое отвечает порогу электророждения пионов; осью $q^2 = 0$ (которая отвечает предельному случаю образования адронов реальными γ -квантами) и прямой, задаваемой уравнением

$$q_{\max}^2 = -\frac{4e_1^2}{1 + 2\frac{e_1}{M}} + (W^2 - M^2) \frac{2e_1/M}{1 + 2e_1/M}, \quad (4.8)$$

отвечающей рассеянию электронов на угол π .

Максимально возможное значение W^2 достигается при $q^2 = 0$ и определяется формулой

$$W_{\max}^2 = M^2 + 2e_1M.$$

При $q^2 \neq 0$ интервал возможных значений W^2 уменьшается. При фиксированном значении W^2 величина q^2 изменяется в пределах от 0 до q_{\max}^2 , которое определяется формулой (4.8). При любом значении W^2 максимальное значение ($-q^2$) достигается при рассеянии электронов на угол π ; с ростом массы образующихся адронов W интервал изменения q^2 уменьшается. Так как при $e_1 \gg M$

$$-q_{\max}^2 = 2e_1M - W^2,$$

то $(-q^2)_{\max}$ линейно растет с энергией начальных электронов.

При обсуждении свойств глубоко неупругого рассеяния удобно пользоваться безразмерной величиной $\omega = -2\nu/q^2$. При этом уравнение (4.4) можно переписать в виде

$$\omega - 1 = \frac{M^2 - W^2}{q^2}, \quad (4.9)$$

откуда следует, что ω изменяется в пределах $1 \leq \omega \leq \infty$. Упругое рассеяние соответствует $\omega = 1$ (независимо от значения q^2), предел $q^2 \rightarrow 0$ при $W > M$ отвечает $\omega \rightarrow \infty$ — порог образования адронной системы реальными γ -квантами.

Наряду с лабораторной системой отсчета часто используется СЦИ виртуального γ -кванта и адрона в начальном состоянии. В этой системе $\tilde{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{p}}_1 = 0$, где $\tilde{\mathbf{p}}_1$ — 3-импульс адрона в начальном состоянии (тильда означает, что соответствующая величина взята в СЦИ виртуального γ -кванта и адрона). Из закона сохранения энергии $\tilde{q}_0 + \tilde{E}_1 = \tilde{W} = W$ (\tilde{E}_1 — энергия начального адрона) нетрудно

но получить

$$\tilde{E}_1 = \frac{W^2 + M_1^2 - q^2}{2W}, \quad \tilde{q}_0 = \frac{W^2 - M_1^2 + q^2}{2W}. \quad (4.10)$$

Для упругого рассеяния $\tilde{q}_0 = q^2/2M_1$, т. е. энергия виртуально-го γ -кванта всегда отрицательна. Для неупругого рассеяния величина \tilde{q}_0 положительна, если $W^2 - M_1^2 > -q^2$, и отрицательна, если $W^2 - M_1^2 < -q^2$, при $q^2 = M_1^2 - W^2$ она обращается в нуль (напомним, что в лабораторной системе энергия виртуального γ -кванта q_0 всегда положительна для упругого и неупругого рассеяний электрона адронами).

Длина 3-импульса виртуального γ -кванта в СЦИ определяется формулой

$$\tilde{q}^2 = \tilde{q}_0^2 - q^2 = \frac{(W^2 - M_1^2 + q^2)^2}{4W^2} - q^2,$$

которая для упругого рассеяния ($W = M_1$) принимает вид $\tilde{q}^2 = -q^2(1 - q^2/4M_1^2)$. Отсюда следует, что $\tilde{q} \rightarrow 0$ при $q^2 \rightarrow 0$. Для неупругого рассеяния \tilde{q}^2 не достигает нулевого значения: $\tilde{q}^2 \geq (W^2 - M_1^2/2W)^2$. При $-q^2 \gg W^2 - M_1^2$ имеем $\tilde{q}^2 = q^4/4W^2$.

Нетрудно связать между собой величины q^2 и \tilde{q}^2 :

$$q^2 = q_0^2 - q^2 = \frac{v^2}{M_1^2} - q^2 = \frac{(W^2 - M_1^2 - q^2)^2}{4M_1^2} - q^2 = \tilde{q}^2 \frac{W^2}{M_1^2}.$$

Компоненты 4-импульсов электронов k_1 и k_2 в СЦИ виртуального фотона и начального адрона можно найти, если воспользоваться системой координат (рис. 4.6) с осью z , направленной вдоль \tilde{q} , причем плоскость рассеяния электронов (которая образована 3-импульсами электронов \tilde{k}_1 и \tilde{k}_2) расположена под углом Φ к координатной плоскости xz .

Если $\tilde{\theta}_1$ и $\tilde{\theta}_2$ — углы между импульсом \tilde{q} и импульсами \tilde{k}_1 и \tilde{k}_2 , то компоненты 4-векторов k_1, k_2 имеют вид

$$\begin{aligned} k_1 &= \tilde{e}_1 (\sin \tilde{\theta}_1 \cos \Phi, \sin \tilde{\theta}_1 \sin \Phi, \cos \tilde{\theta}_1, 1), \\ k_2 &= \tilde{e}_2 (\sin \tilde{\theta}_2 \cos \Phi, \sin \tilde{\theta}_2 \sin \Phi, \cos \tilde{\theta}_2, 1), \end{aligned} \quad (4.11)$$

где массой электрона пренебрегают.

Чтобы связать энергии $\tilde{\epsilon}_{1,2}$ с энергиями $\epsilon_{1,2}$ (в лабораторной системе), воспользуемся явным видом инвариантов $k_{1,2}(q + p_1) = \epsilon_{1,2}W$ (в СЦИ) и $k_1(q + p_1) = \epsilon_1 M_1 + q^2/2$, $k_2(q + p_1) =$

$= \varepsilon_2 M_1 - q^2/2$ (в лабораторной системе), откуда

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \frac{1}{W} \left(\varepsilon_1 M_1 + \frac{q^2}{2} \right), \quad \tilde{\varepsilon}_2 = \frac{1}{W} \left(\varepsilon_2 M_1 - \frac{q^2}{2} \right).$$

Закон сохранения 3-импульса $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{q}$ позволяет найти связь между углами $\tilde{\theta}_1$ и $\tilde{\theta}_2$:

$$\tilde{\varepsilon}_1 \sin \tilde{\theta}_1 = \tilde{\varepsilon}_2 \sin \tilde{\theta}_2.$$

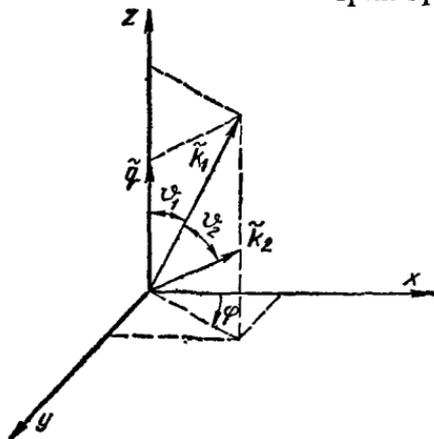


Рис. 4.6. Импульсы электронов в начальном и конечном состояниях в системе центра инерции.

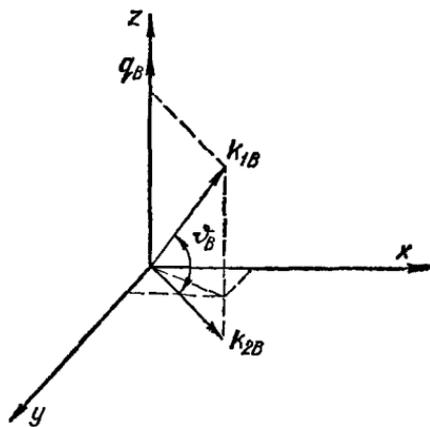


Рис. 4.7. Импульсы электронов в системе Брейта.

Так как при неупругом рассеянии всегда $\tilde{\varepsilon}_2 < \tilde{\varepsilon}_1$, то $\tilde{\theta}_2 > \tilde{\theta}_1$.

Чтобы связать между собой углы $\tilde{\theta}_1$ и $\tilde{\theta}$, следует воспользоваться тем, что при преобразованиях Лоренца вдоль импульса q поперечные компоненты k_1 не изменяются:

$$\tilde{\varepsilon}_1^2 \sin^2 \tilde{\theta}_1 = k_1^2 - \frac{(k_1 \cdot q)^2}{q^2} = \text{ctg}^2 \frac{\tilde{\theta}}{2} \frac{q^4}{4q^2}.$$

В заключение рассмотрим кинематику упругого и неупругого eA -рассеяния в системе Брейта, в которой энергия виртуального γ -кванта по определению равна нулю: $q_{0B} = 0$. В этой системе $q^2 = -q_B^2$, причем импульсы γ -кванта и начального адрона параллельны, $q_B \parallel p_{1B}$, и, кроме того, энергия начального адрона равна суммарной энергии конечных адронов, $E_{1B} = E_{2B}$, а энергия начального электрона равна энергии конечного электрона, $\varepsilon_{1B} = \varepsilon_{2B}$ (индекс B служит для обозначения величин в системе Брейта). Легко видеть, что

$$E_{1B}^2 = \frac{(W^2 - M_1^2 - q^2)^2}{-4q^2} + M_1^2, \quad p_{1B}^2 = \frac{(W^2 - M_1^2 - q^2)^2}{-4q^2},$$

$$p_{2B}^2 = p_{1B}^2 + M_1^2 - W^2.$$

Особенно просто выглядит в системе Брейта упругое рассеяние:

$$p_{2B} = -p_{2B} = -\frac{q_B}{2}, \quad p_{1B}^2 = p_{2B}^2 = -\frac{q^2}{4},$$

$$E_{1B}^2 = E_{2B}^2 = M_1^2 - \frac{q^2}{4}.$$

В системе Брейта ось z (рис. 4.7) направлена вдоль импульса q_B , импульсы k_{1B}, k_{2B} расположены в координатной плоскости xz симметрично относительно оси x , $(k_{1B})_x = (k_{2B})_x$ (что следует из сохранения 3-импульса $k_{1B} = k_{2B} + q_B$), длины векторов k_{1B}, k_{2B} одинаковы (так как $q_{0B} = 0$). Поэтому для компонент 4-импульсов k_1, k_2 имеем

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\sqrt{-q^2}}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2}, 0, 1, \frac{1}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}} \right), \\ k_2 &= \frac{\sqrt{-q^2}}{2} \left(\operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2}, 0, -1, \frac{1}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Связь угла рассеяния электронов в системе Брейта ϑ_B с углом рассеяния электронов в лабораторной системе ϑ можно получить, если воспользоваться тем, что $k_{1x}^2 = (k_{1B})_x^2$ и

$$(k_{1B})_x^2 = -\frac{q^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2}, \quad k_{1x}^2 = -\frac{q^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{4 \left(1 - \frac{q^2}{4M_1^2} \right)},$$

откуда следует соотношение

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2} = \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \tau}, \quad \tau = -\frac{q^2}{4M_1^2}.$$

§ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ АДРОНАМИ

2.1. Структурные функции. В низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия e матричный элемент m ($eN \rightarrow eF$) процесса $e^- + A \rightarrow e^- + F$ неупругого рассеяния электрона на адроне с образованием системы адрона F можно представить в виде

$$m(eA \rightarrow eF) = \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(k_2) \gamma_{\mu} u(k_1) \langle F | J_{\mu} | A \rangle, \quad (4.13)$$

где $e \langle F | J_\mu | A \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между начальным адронным состоянием A и конечным адронным состоянием F , $e i \bar{\gamma}_\mu u$ — электромагнитный ток электрона, связанный с переходом электрона из состояния с 4-импульсом k_1 в состояние с 4-импульсом k_2 . Биспинор электрона удовлетворяет уравнению Дирака

$$(\hat{k} - m_e) u(k) = 0, \quad \hat{k} \equiv k_\mu \gamma_\mu = \epsilon \gamma_0 - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\gamma},$$

где γ_μ — матрицы Дирака.

Будем далее пользоваться матрицами γ_μ , подчиняющимися условиям $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}$, $\gamma_\mu^\dagger = g_{\mu\nu} \gamma_\nu$. Биспинор $u(k)$ нормирован следующим образом: $u^\dagger(k) u(k) = 2\epsilon$, где ϵ — энергия электрона, т. е. в единице объема находится 2ϵ частиц.

Имея матричный элемент $m(eA \rightarrow eF)$, легко найти дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами. Если детектируется только рассеянный электрон, то сечение неупругого рассеяния электронов адронами следует просуммировать по всем разрешенным адронным состояниям при определенных энергии и угле рассеяния электрона в конечном состоянии.

Если в конечном состоянии F образуется n адронов с импульсами p_1, p_2, \dots, p_n и энергиями E_1, E_2, \dots, E_n , то дифференциальное сечение процесса $e^- + A \rightarrow e^- + F$, усредненное по поляризациям начальных частиц и проинтегрированное по всем конечным состояниям, может быть представлено в виде

$$d\sigma(eA \rightarrow eF) = (2\pi)^4 4 \sqrt{(k_1 p_1)^2 - m_e^2 M_1^2} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2\epsilon_2} \times \\ \times \int |\overline{m(eA \rightarrow eF)}|^2 \frac{d^3 p_1'}{(2\pi)^3 2E_1'} \cdots \frac{d^3 p_n'}{(2\pi)^3 2E_n'} \delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2), \quad (4.14)$$

где $d^3 p_1 / (2\pi)^3 2E_1$ — элемент фазового объема адрона в конечном состоянии, $4 \sqrt{(k_1 p_1)^2 - m_e^2 M_1^2}$ — инвариантный поток частиц в начальном состоянии (черта над $|\overline{m(eA \rightarrow eF)}|^2$ означает усреднение по поляризациям начальных частиц и суммирование по поляризациям конечных частиц в процессе $e^- + A \rightarrow e^- + F$).

Просуммировав сечения $d\sigma(eA \rightarrow eF)$ по различным конечным состояниям F , найдем дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами

$$d\sigma = (2\pi)^4 \frac{1}{4 \sqrt{(k_1 p_1)^2 - m_e^2 M_1^2}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2\epsilon_2} \sum_F |\overline{m(eA \rightarrow eF)}|^2 \times \\ \times \delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2), \quad (4.15)$$

где

$$\sum_F = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \int \frac{d^3 p_1'}{(2\pi)^3 2E_1'} \cdots \frac{d^3 p_n'}{(2\pi)^3 2E_n'}$$

n_{max} — максимально возможное число адронов в конечном состоянии, определяемое законами сохранения. Эту формулу обычно представляют в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{|k_2|}{|k_1|} \frac{l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}}{2M_1}. \quad (4.16)$$

Здесь $\alpha = e^2/4\pi$; $d\Omega_e$ — элемент телесного угла рассеянного электрона; $l_{\alpha\beta}$, $W_{\alpha\beta}$ — тензоры, определяющиеся формулами

$$l_{\alpha\beta} \equiv \overline{u(k_2) \gamma_{\alpha\mu}(k_1) [\overline{u(k_2) \gamma_{\beta\mu}(k_1)}]^*}, \quad (4.17)$$

$$W_{\alpha\beta} \equiv (2\pi)^3 \sum_F \langle A | J_{\beta}^+ | F \rangle \langle F | J_{\alpha} | A \rangle \delta(q + p_1 - p_2) \quad (4.18)$$

(черта означает усреднение по начальным и суммирование по конечным поляризациям частиц).

В произведении $d\Omega_e d\epsilon_2$ можно перейти от переменных ϑ и ϵ_2 к переменным q^2 и ν . Так как $d\epsilon_2 = -d\nu/M_1$, $d \cos \vartheta = -dq^2/2\epsilon_1\epsilon_2$, то

$$d\Omega_e d\epsilon_2 = \frac{\pi}{M_1 \epsilon_1 \epsilon_2} d\nu d(-q^2)$$

и, следовательно, дифференциальное сечение в переменных ν и q^2 следующим образом связано с $d^2\sigma/d\Omega_e d\epsilon_2$:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = \frac{M_1 \epsilon_1 \epsilon_2}{\pi} \frac{d^2\sigma}{d\nu d(-q^2)}. \quad (4.19)$$

Выполнив в (4.17) усреднение и суммирование по поляризациям электрона в начальном и конечном состояниях, получим для тензора $l_{\alpha\beta}$ выражение

$$l_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \text{Sp} \gamma_{\alpha} (\hat{k}_1 + m_e) \gamma_{\beta} (\hat{k}_2 + m_e) = 2(k_{1\alpha} k_{2\beta} + k_{1\beta} k_{2\alpha}) + g_{\alpha\beta} q^2. \quad (4.20)$$

Выясним теперь структуру тензора $W_{\alpha\beta}$. Поскольку в (4.18) выполнено интегрирование по импульсам адронов в конечном состоянии и суммирование по поляризациям всех адронов, то тензорная структура $W_{\alpha\beta}$ должна определяться только в терминах двух независимых 4-импульсов, в качестве которых можно выбрать q и p_1 , и двух стандартных тензоров: симметричного $g_{\alpha\beta}$ и полностью антисимметричного $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$. Поэтому тензор $W_{\alpha\beta}$ может быть представлен в виде

$$W_{\alpha\beta} = a_1 g_{\alpha\beta} + a_2 q_{\alpha} q_{\beta} + a_3 p_{1\alpha} p_{1\beta} + a_4 q_{\alpha} p_{1\beta} + a_5 q_{\beta} p_{1\alpha} + a_6 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} q_{\gamma} p_{1\delta}, \quad (4.21)$$

где величины a_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) являются функциями ν , q^2 , $a_i = a_i(\nu, q^2)$. Число неизвестных функций a_i можно уменьшить, если воспользоваться следующими двумя свойствами электромагнитного взаимодействия адронов.

Во-первых, электромагнитное взаимодействие адронов инвариантно относительно пространственных отражений, поэтому матричные элементы $\langle F|J_\alpha|A \rangle$ являются 4-векторами (а не аксиальными векторами). Следовательно, тензор $W_{\alpha\beta}$ не должен содержать псевдотензоры, т. е. $a_\beta(v, q^2) = 0$. Во-вторых, электромагнитный ток сохраняется: $\langle F|J_\alpha|A \rangle q_\alpha = 0$, т. е. $W_{\alpha\beta}q_\beta = W_{\alpha\beta}q_\alpha = 0$, откуда следуют уравнения

$$\begin{aligned} q_\alpha (a_1 + q^2 a_2 + q p_1 a_4) + p_{1\alpha} (q p_1 a_3 + q^2 a_5) &= 0, \\ q_\beta (a_1 + q^2 a_2 + q p_1 a_5) + p_{1\beta} (q p_1 a_3 + q^2 a_4) &= 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений получаем

$$a_4 = a_5 = -a_3 \frac{q p_1}{q^2} = -\frac{a_1 + q^2 a_2}{q p_1}.$$

Исключая с помощью этих соотношений a_3, a_4, a_5 из (4.21), получим окончательно следующее выражение для тензора $W_{\alpha\beta}$ [47, 48]:

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta} &= \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) W_1(v, q^2) + \frac{1}{M_1^2} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q p_1}{q^2} \right) \times \\ &\quad \times \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q p_1}{q^2} \right) W_2(v, q^2), \end{aligned} \quad (4.22)$$

где функции $W_{1,2}(v, q^2)$, называемые структурными функциями неупругого eA -рассеяния, связаны с величинами a_1 и a_2 соотношением

$$W_1(v, q^2) = -a_1(v, q^2), \quad W_2(v, q^2) = \frac{M_1^2 q^2}{v^2} [a_1(v, q^2) + q^2 a_2(v, q^2)]. \quad (4.23)$$

Величины $a_i(v, q^2)$ не должны, очевидно, иметь особенности при $q^2 = 0$. Поэтому функции W_1 и W_2 должны вести себя следующим образом при $q^2 \rightarrow 0$:

$$W_1(v, q^2) \rightarrow \text{const}, \quad W_2(v, q^2) \simeq q^2,$$

$$W_1(v, q^2) + \frac{v^2}{M_1^2 q^2} W_2(v, q^2) \rightarrow q^2. \quad (4.24)$$

При таком поведении структурных функций $W_i(v, q^2)$ тензор $W_{\alpha\beta}$ не будет содержать особенности в точке $q^2 = 0$. Воспользовавшись далее свойством эрмитовости $W_{\alpha\beta} = W_{\beta\alpha}^*$, вытекающим из определения тензора $W_{\alpha\beta}$ (4.18), найдем, что функции $W_i(v, q^2)$, $i = 1, 2$, должны быть вещественными, т. е. $W_i^*(v, q^2) = W_i(v, q^2)$. Из определения тензора $W_{\alpha\beta}$ следует положительность квадратичной формы

$$W_{\alpha\beta} \eta_\alpha \eta_\beta \geq 0 \quad (4.25)$$

при любом 4-векторе η_α .

Если в качестве η_α выбрать независимые векторы $\eta^{(1)} = (1, 00, 0)$; $\eta^{(2)} = (0, 0, q_0, |q|)$, удовлетворяющие условию $\eta^{(1,2)} \times q = 0$, то с помощью (4.25) придем к следующим неравенствам:

$$W_1(v, q^2) \geq 0, W_2(v, q^2) \left(1 - \frac{v^2}{M_1^2 q^2}\right) - W_1(v, q^2) \geq 0. \quad (4.26)$$

Подставляя в (4.16) формулы (4.20) и (4.22) для тензоров $l_{\alpha\beta}$ и $W_{\alpha\beta}$, получим окончательно следующее выражение для дифференциального сечения неупругого e^-A -рассеяния, справедливое в однофотонном приближении:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{|k_2|}{|k_1|} \frac{1}{M_1} [2(\epsilon_1 \epsilon_2 - |k_1| |k_2| \cos \vartheta - 2m_e^2) W_1(v, q^2) + (\epsilon_1 \epsilon_2 + |k_1| |k_2| \cos \vartheta + m_e^2) W_2(v, q^2)]. \quad (4.27)$$

Входящие сюда структурные функции W_1 и W_2 зависят от инвариантных переменных v и q^2 , однако характер этой зависимости теоретически установить невозможно. Очевидно, что структурные функции $W_1(v, q^2)$ и $W_2(v, q^2)$ безразмерны.

Если пренебречь массой электрона, то в лабораторной системе формула (4.27) для дифференциального сечения принимает вид

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = 2 \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\epsilon_2^2}{M_1} \left[2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} W_1(v, q^2) + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} W_2(v, q^2) \right]. \quad (4.28)$$

Эту формулу можно переписать также в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = \frac{\alpha^2}{(-q^2)} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{1}{M_1} \left[W_1(v, q^2) + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} W_2(v, q^2) \right], \quad (4.29)$$

т. е. при фиксированных значениях v и q^2 выражение в квадратных скобках является линейной функцией $\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}$. Ниже мы покажем, что эта линейность является следствием однофотонного приближения.

Таким образом, экспериментальная проверка линейности по $\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}$ дифференциального сечения рассеяния электронов может служить проверкой справедливости первого борновского приближения. Если же первое борновское приближение справедливо, то, измеряя сечения $d^2\sigma/d\Omega_e d\epsilon_2$ в точках $(\vartheta', \epsilon_1')$ и $(\vartheta'', \epsilon_2'')$, отвечающих одним и тем же значениям v и q^2 , можно определить порознь функции W_1 и W_2 при этих значениях инвариантных переменных v, q^2 .

Из формулы (4.28) видно, что при рассеянии электронов назад ($\vartheta = \pi$) сечение неупругого рассеяния электронов адронами определяется вкладом только структурной функции $W_1(v, q^2)$, структурная же функция $W_2(v, q^2)$ вносит при $\vartheta = \pi$ вклад в сечение $d^2\sigma/d\Omega_e d\epsilon_2$ только при учете массы электрона (вклад ее подавлен по

сравнению с вкладом структурной функции $W_1(\nu, q^2)$ множителем $\frac{m_e^2}{8\varepsilon_1\varepsilon_2} \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} \ll 1$.

Если величины ε_2 и θ выразить через величины ε_1 , q^2 и ν с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \varepsilon_1 - \frac{\nu}{M_1} = \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\max}}\right), \\ \sin^2 \frac{\theta}{2} &= -\frac{q^2}{4\varepsilon_1^2} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\max}}\right)^{-1}, \quad \nu_{\max} = \varepsilon_1 M_1, \end{aligned} \quad (4.30)$$

то в результате для дифференциального сечения e^-A -рассеяния получим

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d(-q^2)} = \frac{2\pi\alpha^2}{q^4 M_1^2} W_2(\nu, q^2) \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\max}}\right), \quad (4.31)$$

т. е. при больших энергиях начального электрона (и конечных значениях q^2) только одна структурная функция $W_2(\nu, q^2)$ вносит главный вклад в сечение неупругого рассеяния электронов адронами.

Отметим также, что сечение образования адронов с максимальной возможной массой $\nu = \nu_{\max}$ обращается в нуль как $(\nu_{\max} - \nu)$.

2.2. Связь структурных функций с полными сечениями поглощения виртуальных γ -квантов. Структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ можно связать с полными сечениями поглощения виртуальных γ -квантов, сопровождающегося образованием адронов.

Матричный элемент процесса $\gamma^* + A \rightarrow F$ можно, очевидно, записать в виде

$$m(\gamma^* A \rightarrow F) = e \langle F | J_\mu | A \rangle e_\mu, \quad (4.32)$$

где e_μ — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта (γ^* служит для обозначения виртуального γ -кванта с $q^2 \neq 0$). Поэтому полное сечение $\sigma(\nu, q^2)$ поглощения виртуального γ -кванта (с поляризацией e_μ) неполяризованной адронной мишенью, просуммированное по всем конечным адронным состояниям (разрешенным при данном значении q), определяется формулой

$$\begin{aligned} \sigma(\nu, q^2) &= (2\pi)^4 \frac{\sum_F |m(\gamma^* A \rightarrow F)|^2 \delta(q + p_1 - p_2)}{4 \sqrt{(\tilde{q}p_1)^2 - \tilde{q}^2 M_1^2}} = \\ &= \frac{(2\pi)^4 e^2 e_\alpha e_\beta^*}{4 \sqrt{(\tilde{q}p_1)^2 - \tilde{q}^2 M_1^2}} \sum_F \overline{\langle A | J_\beta^+ | F \rangle \langle F | J_\alpha | A \rangle} \delta(q + p_1 - p_2). \end{aligned}$$

Поток начальных частиц — виртуальных γ -квантов определяется здесь как такой поток реальных γ -квантов с 4-импульсом \tilde{q} ($\tilde{q}^2 = 0$),

поглощение которых покоящимся адроном приводит к образованию адронной системы с эффективной массой, равной W , т. е.

$$\sqrt{(\tilde{q}p_1)^2 - \tilde{q}^2 M_1^2} = \tilde{q}p_1 = \frac{W^2 - M_1^2}{2} = v + \frac{q^2}{2}.$$

Используя выражение (4.18) для тензора $W_{\alpha\beta}$, можно представить сечение $\sigma(q^2, v)$ в виде

$$\sigma(v, q^2) = \frac{2\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} e_\alpha e_\beta^* W_{\alpha\beta}. \quad (4.33)$$

Таким образом, полное сечение поглощения виртуальных γ -квантов определяется тем же тензором $W_{\alpha\beta}$, что и дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами.

Определим теперь полные сечения поглощения поперечных $\sigma_T(v, q^2)$ и продольных $\sigma_L(v, q^2)$ виртуальных γ -квантов:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T(v, q^2) &= \frac{2\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} e_\alpha^{(i)} e_\beta^{(i)*} W_{\alpha\beta}, \\ \sigma_L(v, q^2) &= \frac{2\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} e_\alpha^{(3)} e_\beta^{(3)*} W_{\alpha\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

где $e_\alpha^{(1)}$, $e_\alpha^{(2)}$ и $e_\alpha^{(3)}$ — 4-векторы поперечных и продольной поляризации виртуальных γ -квантов (по поперечным поляризациям в (4.34) выполнено суммирование).

4-векторы поляризаций виртуального γ -кванта можно выбрать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} e_\alpha^{(1)} &= (1, 0, 0, 0), \quad e_\alpha^{(2)} = (0, 1, 0, 0), \\ e_\alpha^{(3)} &= \frac{1}{\sqrt{-q^2}} (0, 0, q_0, |q|), \\ e^{(i)}q &= 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad e^{(1)}e^{(1)} = e^{(2)}e^{(2)} = -1, \quad e^{(3)}e^{(3)} = +1. \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

Появление продольной поляризации у виртуального γ -кванта является, очевидно, следствием того, что для виртуальных γ -квантов $q^2 \neq 0$. Поэтому поляризационные состояния виртуального γ -кванта аналогичны поляризационным состояниям векторной частицы с массой, отличной от нуля. Различие касается только вектора продольной поляризации: для векторной частицы 4-вектор продольной поляризации нормирован так же, как 4-векторы поперечных поляризаций, тогда как нормировка 4-вектора продольной поляризации виртуального γ -кванта согласно (4.35) не совпадает с нормировкой 4-векторов поперечных поляризаций. Это различие обусловлено тем, что для виртуального γ -кванта при рассеянии электронов адронами $q^2 < 0$, тогда как для векторной частицы $p^2 > 0$ (p — 4-импульс векторной частицы).

Подставляя в (4.34) выражение (4.22) для тензора $W_{\alpha\beta}$ и используя явный вид векторов поляризации виртуального γ -кванта e_α , легко связать сечения σ_T и σ_L со структурными функциями W_1 и W_2 :

$$\begin{aligned}\sigma_T(\nu, q^2) &= \frac{2\pi^2\alpha}{\nu + \frac{q^2}{2}} W_1(\nu, q^2); \\ \sigma_L(\nu, q^2) &= \frac{2\pi^2\alpha}{\nu + \frac{q^2}{2}} \left[W_2(\nu, q^2) \left(1 - \frac{\nu^2}{M_1^2 q^2} \right) - W_1(\nu, q^2) \right].\end{aligned}\quad (4.36)$$

Как и следовало ожидать, в силу неравенств (4.26) полные сечения поглощения поперечных (σ_T) и продольных (σ_L) виртуальных γ -квантов положительны. Следует отметить, однако, что на самом деле σ_T и σ_L нельзя называть полными сечениями, так как, во-первых, квадрат 4-импульса виртуального γ -кванта отрицателен (это соответствует чисто мнимой «массе» виртуального γ -кванта), во-вторых, как мы разъяснили выше, 4-вектор продольной поляризации виртуального γ -кванта является времениподобным в отличие от 4-векторов поперечной поляризации, которые являются пространственноподобными.

Из (4.36) и (4.24) легко установить поведение сечений σ_T и σ_L при $q^2 \rightarrow 0$:

$$\sigma_T(\nu, q^2) = \sigma_T(\nu, 0), \quad \sigma_L(\nu, q^2) \simeq q^2. \quad (4.37)$$

Таким образом, в пределе $q^2 \rightarrow 0$ полное сечение поглощения продольных γ -квантов обращается в нуль, в то время как полное сечение поглощения поперечных γ -квантов стремится к отличному от нуля пределу, равному полному сечению поглощения реальных γ -квантов. Такое поведение величин $\sigma_T(\nu, q^2)$ и $\sigma_L(\nu, q^2)$ позволяет в принципе измерять полные сечения фотопоглощения (после экстраполяции сечения неупругого e^-A -рассеяния в точку $q^2 = 0$).

Исключая с помощью (4.36) структурные функции W_1 и W_2 в (4.28), получим для дифференциального сечения неупругого e^-A -рассеяния следующее выражение в терминах полных сечений σ_T и σ_L [52]:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e de_2} &= \frac{\alpha}{4\pi^2} \frac{\nu + \frac{q^2}{2}}{M_1(-q^2)} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \times \\ &\times \left[\sigma_T(\nu, q^2) \left(2 + \frac{\text{ctg}^2 \frac{\theta}{2}}{1 - \frac{\nu^2}{M_1^2 q^2}} \right) + \sigma_L(\nu, q^2) \frac{\text{ctg}^2 \frac{\theta}{2}}{1 - \frac{\nu^2}{M_1^2 q^2}} \right].\end{aligned}\quad (4.38)$$

Проанализируем эту формулу. Поскольку при $q^2 \rightarrow 0$ $\text{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} \approx \frac{1}{q^2}$, то при малых значениях квадрата переданного импульса поведение сечения неупругого e^-A -рассеяния определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\varepsilon_2} \approx \frac{1}{q^2}, \quad q^2 \rightarrow 0,$$

тогда как сечение упругого рассеяния электронов адронами, определяемое формулой Резерфорда, ведет себя как $1/q^4$.

Формулу (4.38) можно представить также в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\varepsilon_2} = N_{\nu^*} [\sigma_T(\nu, q^2) + \kappa_{\nu} \sigma_L(\nu, q^2)], \quad (4.39)$$

где

$$N_{\nu^*} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\nu + q^2/2}{(-q^2) M_1} \frac{1}{1 - \kappa_{\nu}}, \quad \kappa_{\nu}^{-1} = 1 + 2 \text{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \left(1 - \frac{\nu^2}{M_1^2 q^2}\right).$$

(Из определения величины κ_{ν} следует, что $0 \leq \kappa_{\nu} \leq 1$.)

При $\varepsilon_1 \gg M_1$ дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами может быть представлено в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|} = \frac{\alpha}{\pi q^2} \frac{\nu + q^2/2}{M_1 q^2 - \nu^2} (\sigma_T + \sigma_L) \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\text{max}}}\right), \quad \nu_{\text{max}} = \varepsilon_1 M_1,$$

откуда следует, что при $-q^2 \gg \nu$ (большие передаваемые импульсы при малых энергиях возбуждения адрона) сечение имеет вид

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d q^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\sigma_T + \sigma_L}{M_1^2 q^2} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\text{max}}}\right),$$

а при $\nu \gg -q^2$ (большие энергии возбуждения при малых переданных импульсах)

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d q^2} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\sigma_T + \sigma_L}{\nu q^2} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_{\text{max}}}\right).$$

Видим, что образование адронной системы с большими значениями эффективной массы при рассеянии электронов адронами подавлено двумя кинематическими множителями: $\frac{1}{\nu}$ и $(\nu_{\text{max}} - \nu)$.

Приведем еще одно выражение для дифференциального сечения неупругого рассеяния электронов адронами:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|} &= 2\pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \frac{W_2(\nu, q^2)}{M_1^2} \times \\ &\times \left(1 + 2 \text{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \frac{M_1^2 q^2 - \nu^2}{M_1^2 q^2} \frac{\sigma_T}{\sigma_L + \sigma_T}\right). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что в области малых углов рассеяния, где $-q^2 \ll \nu$,

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|} = 2\pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{W_2(\nu, q^2)}{M_1^2} \left(1 + \frac{\nu^2}{2M_1^2 \epsilon_1 \epsilon_2} \frac{1}{1+R} \right),$$

где $R \equiv \sigma_L/\sigma_T$. Это выражение показывает, что опыты по неупругому рассеянию электронов адронами при больших энергиях и малых переданных импульсах позволяют в принципе определить величины $W_2(\nu, q^2)$ и R .

Заметим, что формулы для дифференциального сечения неупругого рассеяния электронов, выраженные через структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ или полные сечения σ_T и σ_L , отвечают разным способам записи кинематических переменных электрона в начальном и конечном состояниях.

После выделения в (4.28) сечения рассеяния электрона на бесспиновой мишени

$$\sigma_M = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{4\epsilon_1^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

(оно называется сечением моттовского рассеяния) дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = \frac{\sigma_M}{M_1} \left[\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} W_1(\nu, q^2) + \frac{1}{2} W_2(\nu, q^2) \right].$$

Таким образом, сечение неупругого рассеяния электронов на произвольной адронной мишени, просуммированное по адронным конечным состояниям, представляет собой произведение сечения рассеяния электронов на бесструктурной частице и множителя $\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} W_1 + \frac{1}{2} W_2 \right)$, учитывающего электромагнитную структуру рассматриваемого неупругого рассеяния.

С другой стороны, так как сумма $\sigma_T + \kappa_\nu \sigma_L$ представляет собой полное сечение поглощения виртуального γ -кванта, то формула (4.39) показывает, что величину N_{γ^*} можно интерпретировать как число виртуальных γ -квантов, испущенных электроном при рассеянии. Поэтому сечение неупругого рассеяния электронов адронами, записанное в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} = N_{\gamma^*} (\sigma_T + \kappa_\nu \sigma_L),$$

представляет собой произведение сечения поглощения виртуально-го γ -кванта $\sigma_T + \kappa_\nu \sigma_L$ (величину κ_ν можно рассматривать как степень продольной поляризации виртуальных γ -квантов) на число виртуальных γ -квантов N_{γ^*} .

2.3. Рассеяние поляризованных электронов и позитронов адронами. Формула (4.29) определяет дифференциальное сечение рассеяния электронов адронами в низшем порядке по константе α (борновское приближение). В этом приближении дифференциальные сечения рассеяния электронов и позитронов совпадают. Действительно, матричный элемент процесса рассеяния позитронов адронами $e^+ + A \rightarrow e^+ + F$ в низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия можно записать в виде

$$m(e^+A \rightarrow e^+F) = -\frac{e^2}{q^2} \bar{v}(k_1) \gamma_\alpha v(k_2) \langle F | J_\alpha | A \rangle,$$

где четырехкомпонентный спинор $v(k)$ описывает позитрон с 4-импульсом k . Поэтому дифференциальное сечение неупругого рассеяния позитронов адронами, просуммированное по всем возможным адронным состояниям, имеет вид

$$\frac{d^2\sigma^{(+)} }{d\Omega_e d\varepsilon_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_1} \frac{l_{\alpha\beta}^{(+)} W_{\alpha\beta}}{M_1},$$

где $l_{\alpha\beta}^{(+)}$ — усредненное произведение электромагнитных токов позитрона,

$$l_{\alpha\beta}^{(+)} = \overline{\bar{v}(k_1) \gamma_\alpha v(k_2) [\bar{v}(k_1) \gamma_\beta v(k_2)]^*}.$$

Выполнив усреднение по поляризациям начального и суммирование по поляризациям конечного позитронов, получим

$$\begin{aligned} l_{\alpha\beta}^{(+)} &= \frac{1}{2} Sp \gamma_\alpha (\hat{k}_2 - m_e) \gamma_\beta (\hat{k}_1 - m_e) = 2k_{1\alpha} k_{2\beta} + 2k_{1\beta} k_{2\alpha} + g_{\alpha\beta} q^2 = \\ &= l_{\alpha\beta}, \end{aligned}$$

т. е. лептонные тензоры для рассеяния электронов и позитронов одинаковы. Отсюда вытекает, что в первом борновском приближении сечения неупругого рассеяния электронов и позитронов на адронах равны (в одинаковых кинематических условиях). Поэтому сравнение сечений рассеяния электронов и позитронов может служить способом экспериментальной проверки справедливости первого борновского приближения.

Рассмотрим теперь рассеяние поляризованных электронов на адронах. Дифференциальное сечение такого рассеяния на неполяризованной мишени с образованием неполяризованных частиц определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\varepsilon_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{l_{\alpha\beta}(s)}{2M_1} W_{\alpha\beta},$$

где

$$l_{\alpha\beta}(s) = \frac{1}{2} Sp \gamma_\alpha (\hat{k}_1 + m_e) (1 - \gamma_5 \hat{s}) \gamma_\beta (\hat{k}_2 + m_e),$$

s_α — 4-вектор поляризации электрона. Этот вектор удовлетворяет условиям $s^2 = -1$, $sk_1 = 0$. Компоненты 4-вектора поляризации s_α имеют вид [3]

$$s = \xi + k_1 \frac{\xi \cdot k_1}{m_e(\epsilon_1 + m_e)}, \quad s_0 = \frac{\xi \cdot k_1}{m_e}, \quad (4.40)$$

где ξ — единичный вектор в направлении поляризации электрона в состоянии покоя.

Используя соотношение $S\rho\gamma_\beta\gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\gamma\gamma_\delta = -4ie_{\alpha\beta\gamma\delta}$, имеем

$$l_{\alpha\beta}(s) = l_{\alpha\beta} + 2ie_{\alpha\beta\gamma\delta}q_\gamma s_\delta m_e. \quad (4.41)$$

Видим, что добавка к тензору $l_{\alpha\beta}$, обусловленная поляризацией начального электрона, является антисимметричным тензором и при сворачивании с симметричным тензором $W_{\alpha\beta}$ исчезает. Это означает, что при рассеянии поляризованных электронов (или позитронов) на неполяризованной мишени не возникает азимутальной асимметрии углового распределения, пропорциональной степени поляризации начального электрона. (Предполагается, что выполнено суммирование по всем возможным конечным адронным состояниям, а также по поляризациям электрона в конечном состоянии.)

Другими словами, сечение рассеяния поляризованных электронов на неполяризованной мишени совпадает с сечением рассеяния неполяризованных электронов также на неполяризованной мишени. (При этом снова предполагается, что выполнено суммирование по адронам в конечном состоянии, а также по поляризациям рассеянного электрона.)

Аналогично можно показать, что при рассеянии неполяризованных лептонов (электронов и позитронов) на неполяризованной мишени у рассеянных лептонов в первом борновском приближении поляризации не возникает (если по конечным адронным состояниям выполнено суммирование).

Рассмотрим теперь рассеяние поляризованных лептонов на неполяризованной мишени, если регистрируется поляризация лептона в конечном состоянии.

Состояние поляризации релятивистских электронов можно характеризовать продольной поляризацией λ_e , которая принимает значения ± 1 в зависимости от того, по или против импульса электрона направлен его вектор поляризации. Из (4.40) вытекает, что, если $\epsilon_1 \gg m_e$, то $s_\alpha = \lambda_e k_{1\alpha} / m_e$.

Зависимость сечения неупругого рассеяния электронов на неполяризованной мишени от продольных поляризаций начального λ_{1e} и конечного λ_{2e} электронов описывается формулой

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e}) = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\epsilon_2}{2\epsilon_1 M} l_{\alpha\beta}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e}) W_{\alpha\beta},$$

где лептонный тензор $l_{\alpha\beta}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e})$ определяется выражением

$$l_{\alpha\beta}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e}) = \frac{1}{4} Sp \gamma_{\alpha} (\hat{k}_1 + m_e) \left(1 - \gamma_5 \lambda_{1e} \frac{\hat{k}_1}{m_e} \right) \times \\ \times \gamma_{\beta} (\hat{k}_2 + m_e) \left(1 - \gamma_5 \lambda_{2e} \frac{\hat{k}_2}{m_e} \right).$$

Легко видеть, что

$$l_{\alpha\beta}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e}) = \frac{1}{2} l_{\alpha\beta} (1 + \lambda_{1e} \lambda_{2e}) + i (\lambda_{1e} + \lambda_{2e}) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} k_{1\gamma} k_{2\delta},$$

поэтому

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\varepsilon_2}(\lambda_{1e}, \lambda_{2e}) = \frac{1 + \lambda_{1e} \lambda_{2e}}{2} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\varepsilon_2},$$

где $d^2\sigma/d\Omega_e d\varepsilon_2$ — дифференциальное сечение неупругого рассеяния неполяризованных электронов неполяризованной мишенью.

Из этой формулы следует, что измерение поляризации конечных лептонов в зависимости от поляризации начальных лептонов, рассеиваемых неполяризованной мишенью, не дает (после суммирования по поляризациям конечных адронов) дополнительной информации. Кроме того, при неупругом рассеянии релятивистских лептонов на адронах величина спиральности лептонов не изменяется.

2.4. Связь тензора $W_{\alpha\beta}$ с амплитудой комптоновского рассеяния виртуальных γ -квантов. Мы определили тензор $W_{\alpha\beta}$ как результат суммирования по конечным адронным состояниям квадратичной формы, составленной из матричных элементов оператора электромагнитного тока адронов J_{α} :

$$W_{\alpha\beta} = \sum_F \overline{\langle A(p_1) | J_{\beta}^{\dagger}(0) | F(p_2) \rangle \langle F_{\alpha}(p_2) | J_{\alpha}(0) | A(p_1) \rangle} \times \\ \times (2\pi)^3 \delta(q + p_1 - p_2),$$

где p_1 и p_2 — 4-импульсы адрона A и состояния F .

Преобразуем это выражение, воспользовавшись трансляционной инвариантностью оператора $J_{\alpha}(x)$,

$$J_{\alpha}(x) = e^{i\mathcal{P}x} J_{\alpha}(0) e^{-i\mathcal{P}x},$$

где \mathcal{P} — оператор 4-импульса.

Учитывая, что

$$\int d^4x e^{iqx} = (2\pi)^4 \delta(q),$$

имеем, очевидно,

$$W_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{iqx} \overline{\langle A(p_1) | J_{\beta}^{\dagger}(x) J_{\alpha}(0) | A(p_1) \rangle}. \quad (4.42)$$

При $q_0 > 0$ это выражение совпадает с Фурье-образом от коммутатора токов

$$W_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{iqx} \overline{\langle A(p_1) | [J_\beta^+(x), J_\alpha(0)] - | A(p_1) \rangle} \quad (4.43)$$

Действительно, разность правых частей выражений (4.43) и (4.42), равная

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{iqx} \overline{\langle A(p_1) | J_\alpha(0) J_\beta^+(x) | A(p_1) \rangle} = \\ & = \frac{1}{2\pi} \sum_F \int d^4x e^{iqx} \overline{\langle A(p_1) | J_\alpha(0) | F(p_2) \rangle \langle F(p_2) | J_\beta^+(x) | A(p_1) \rangle}, \end{aligned}$$

может быть, очевидно, представлена в виде

$$(2\pi)^8 \sum_F \overline{\langle A(p_1) | J_\alpha(0) | F(p_2) \rangle \langle F(p_2) | J_\beta^+(0) | A(p_1) \rangle} \delta(q + p_2 - p_1).$$

Эта сумма обращается в нуль из-за δ -функции, аргумент которой $q_0 + E_2 - E_1$ не равен нулю в физической области процесса $e^- + A \rightarrow e^- + F$ (для обращения в нуль аргумента δ -функции необходимо, чтобы в лабораторной системе выполнялось соотношение $q_0 = M_1 - E_2$, что невозможно, если $q_0 > 0$).

Заметим теперь, что амплитуда рассеяния вперед виртуального γ -кванта с 4-импульсом q и вектором поляризации e_α на неполяризованном адроне с 4-импульсом p_1 определяется формулой [5]

$$F(\gamma^* A \rightarrow \gamma^* A) = i \int d^4x e^{iqx} \Theta(x_0) \overline{\langle A(p_1) | [J_\beta^+(x), J_\alpha(0)] - | \times} \\ \times A(p_1) \rangle e_\alpha e_\beta^*}, \quad (4.44)$$

где

$$\Theta(x_0) = \begin{cases} 1, & x_0 > 0, \\ 0, & x_0 < 0. \end{cases}$$

Используя равенство

$$\int e^{iq_0 x_0} \Theta(x_0) dx_0 = \pi \delta(q_0) + iP \left(\frac{1}{q_0} \right)$$

(P обозначает главное значение интеграла) и сравнивая формулы (4.43) и (4.44), получим соотношение

$$e_\alpha e_\beta^* W_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi} \text{Im} \overline{F(\gamma^* A \rightarrow \gamma^* A)}.$$

Это соотношение представляет собой аналог оптической теоремы — мнимая часть амплитуды комптоновского рассеяния вперед $\overline{F(\gamma^* A \rightarrow \gamma^* A)}$ (усредненной по поляризациям адрона) пропорциональна величине $e_\alpha e_\beta^* W_{\alpha\beta}$, которая определяет полное сечение поглощения поперечных или продольных виртуальных γ -квантов (в зависимости от 4-вектора поляризации e_α).

Используя эрмитовость оператора тока J_α , нетрудно показать,

исходя из (4.43), что

$$W_{\alpha\beta}^*(q, p_1) = -W_{\alpha\beta}(-q, p_1). \quad (4.45)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta}^*(q, p_1) &= -\frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{-iqx} \overline{\langle A(p_1) | [J_\alpha^+(0), J_\beta(x)] - | A(p_1) \rangle} = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{-iqx} \overline{\langle A(p_1) | [J_\beta^+(x), J_\alpha(0)] | A(p_1) \rangle} = -W_{\alpha\beta}(-q, p_2). \end{aligned}$$

В силу вещественности структурных функций $W_i(\nu, q^2)$, $i = 1, 2$, из (4.45) вытекают следующие соотношения: $W_i(\nu, q^2) = -W_i(-\nu, q^2)$. Они называются соотношениями перекрестной симметрии.

§ 3. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ АДРОНАМИ

3.1. Дифференциальное сечение рассеяния. Для упругого ($e^- + A \rightarrow e^- + A$) или квазиупругого ($e^- + A \rightarrow e^- + A^*$, A^* — адронный резонанс) рассеяния электронов адронами выражение (4.18) для тензора $W_{\alpha\beta}$ упрощается:

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta} &= (2\pi)^3 \int \overline{\langle A | J_\beta^+ | A^* \rangle \langle A^* | J_\alpha | A \rangle} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \delta(q' + p_1 - p_2) = \\ &= \int \overline{\langle A | J_\beta^+ | A^* \rangle \langle A^* | J_\alpha | A \rangle} d^4p_2 \delta(q + p_1 - p_2) \delta(p_2^2 - M_2^2) - \\ &= \overline{W}_{\alpha\beta} \delta(q^2 + 2\nu + M_1^2 - M_2^2), \end{aligned} \quad (4.46)$$

где

$$\overline{W}_{\alpha\beta} = \overline{\langle A | J_\beta^+ | A^* \rangle \langle A^* | J_\alpha | A \rangle} \quad (4.46')$$

(черта сверху означает суммирование по поляризациям адрона A^* в конечном состоянии и усреднение по поляризациям адрона A в начальном состоянии).

Структура тензора $\overline{W}_{\alpha\beta}$ такая же, как и структура тензора $W_{\alpha\beta}$:

$$\begin{aligned} \overline{W}_{\alpha\beta} &= \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) \overline{W}_1(q^2) + \frac{1}{M_1^2} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q p_1}{q^2} \right) \times \\ &\times \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q p_1}{q^2} \right) \overline{W}_2(q^2). \end{aligned} \quad (4.47)$$

Однако структурные функции $\overline{W}_i(q^2)$, $i = 1, 2$, зависят теперь только от q^2 , так как из-за δ -функции в (4.46) переменные ν и q^2 не являются независимыми, а связаны соотношением $q^2 + 2\nu = M_2^2 - M_1^2$.

Особенно простой вид принимает формула (4.46) в случае упругого рассеяния:

$$\begin{aligned} \overline{W}_{\alpha\beta} &= \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) \overline{W}_1(q^2) + \frac{1}{M_1^2} \left(p_{1\alpha} + \frac{q_\alpha}{2} \right) \times \\ &\times \left(p_{1\beta} + \frac{q_\beta}{2} \right) \overline{W}_2(q^2). \end{aligned}$$

Если в общей формуле (4.16) выполнить интегрирование по ν с помощью δ -функции $\delta(q^2 + 2\nu + M_1^2 - M_2^2)$, то в результате получим следующее выражение для дифференциального сечения рассеяния электронов — упругого или квазиупругого:

$$\frac{d\sigma}{d(-q^2)} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\pi}{4e_1^2 M_1^2} l_{\alpha\beta} \bar{W}_{\alpha\beta},$$

или

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{l_{\alpha\beta} \bar{W}_{\alpha\beta}}{4M_1^2 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right)}. \quad (4.48)$$

Дифференциальное сечение процесса рассеяния электронов с регистрацией рассеянного адрона определяется формулой

$$\frac{d\sigma}{dE_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\pi}{2\varepsilon_1^2 M_1} l_{\alpha\beta} \bar{W}_{\alpha\beta}, \quad (4.49)$$

где E_2 — энергия адрона в конечном состоянии.

Подставляя в (4.48) формулу (4.47) для тензора $\bar{W}_{\alpha\beta}$, получим дифференциальное сечение, выраженное через функции $\bar{W}_1(q^2)$ и $\bar{W}_2(q^2)$,

$$\begin{aligned} & \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right) \frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \\ & = \frac{\alpha^2}{16 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{1}{\varepsilon_1^2 M_1^2} \left[2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \bar{W}_1(q^2) + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \bar{W}_2(q^2) \right]. \quad (4.50) \end{aligned}$$

3.2. Рассеяние электронов на адронах с нулевым спином. Рассмотрим теперь рассеяние электронов адронами, обладающими определенным спином. Это позволит нам разъяснить свойства адронных электромагнитных вершин. Начнем с бесспиновых адронов.

Общее выражение для матричного элемента оператора электромагнитного тока между состояниями адрона с нулевым спином, например π -мезона, $\langle \pi | J_\alpha | \pi \rangle \equiv J_\alpha^{(\pi)}$ может быть написано, исходя из соображений релятивистской инвариантности и сохранения электромагнитного тока. Действительно, матричный элемент $J_\alpha^{(\pi)}$, отвечающий процессу поглощения виртуального γ -кванта адроном с нулевым спином $\gamma^* + \pi \rightarrow \pi$, можно записать в виде

$$J_\alpha^{(\pi)} = f_1^{(\pi)}(q^2) p_{1\alpha} + f_2^{(\pi)}(q^2) p_{2\alpha}.$$

Из сохранения тока $J_\alpha^{(\pi)} q_\alpha = 0$ следует, что $f_1^{(\pi)} = f_2^{(\pi)}$, поэтому

$$J_\alpha^{(\pi)} = f(q^2) (p_1 + p_2)_\alpha \quad (4.51)$$

определяется только одной вещественной функцией $f(q^2)$, которую будем называть электромагнитным формфактором адрона. Для адрона с единичным электрическим зарядом $f(0) = 1$.

Если при $q^2 \neq 0$ $f(q^2) \neq f(0)$, то можно говорить о структуре адрона.

Коэффициент $\langle r^2 \rangle$ в разложении формфактора при малых q^2

$$f(q^2) = 1 + \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle + \dots, \quad q^2 \rightarrow 0,$$

называется средним квадратом радиуса распределения электрического заряда частицы со спином нуль.

С помощью (4.51) легко построить тензор

$$\overline{W}_{\alpha\beta} = 4f^2(q^2) \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\alpha \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\beta,$$

откуда для структурных функций адрона с нулевым спином имеем следующие выражения:

$$\overline{W}_1^{(v)}(q^2) = 0, \quad \overline{W}_2^{(v)}(q^2) = 4M_1^2 f^2(q^2). \quad (4.52)$$

Подставляя (4.52) в (4.50), получим выражение для дифференциального сечения рассеяния релятивистских электронов на адроне с нулевым спином:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(e\pi \rightarrow e\pi) = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{4e_1^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{f^2(q^2)}{1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \equiv \frac{\sigma_M f^2(q^2)}{1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (4.53)$$

При $f(q^2) = 1$, $e_1 \ll M_1$ эта формула определяет сечение σ_M так называемого моттовского рассеяния, т. е. рассеяния релятивистских электронов на бесспиновой точечной заряженной частице.

Сечение рассеяния электронов на угол π , как видно из выражения (4.53), обращается в нуль. Однако с учетом массы электрона сечение приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(e\pi \rightarrow e\pi) = \\ = 2 \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{|\mathbf{k}_2|}{|\mathbf{k}_1|} (e_1 e_2 + |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta + m_e^2) \frac{f^2(q^2)}{1 + 2 \frac{e_1}{M_1} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}, \end{aligned}$$

откуда при $\vartheta = \pi$ в пределе $m_e \ll e_{1,2}$ имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \alpha^2 f^2(q^2) \frac{m_e^2}{2e_1^4} \left(1 + \frac{e_1}{M_1} \right)^2 \frac{1}{1 + 2 \frac{e_1}{M_1}}, \quad \vartheta = \pi,$$

т. е. сечение пропорционально малой величине m_e^2/e_1^2 .

Приведем еще формулы для $\frac{d\sigma}{d\Omega_e}$ в двух предельных случаях:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = m_e^2 \frac{f^2(q^2)}{4e_1^4}, \quad \epsilon_1 \ll M_1, \quad \vartheta = \pi,$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = m_e^2 \frac{f^2(q^2)}{8e_1^3 M_1}, \quad \epsilon_1 \gg M_1, \quad \vartheta = \pi.$$

3.3. Формула Розенблюта. Перейдем теперь к рассмотрению рассеяния электронов адронами, обладающими спином $1/2$ (для определенности будем говорить о нуклонах).

Сохраняющийся электромагнитный ток нуклона можно записать в следующем виде [67]:

$$\begin{aligned} J_\alpha^{(N)} &\equiv \langle N(p_2) | J_\alpha | N(p_1) \rangle = \\ &= u(p_2) \left[F_1(q^2) \gamma_\alpha - F_2(q^2) \frac{\sigma_{\alpha\beta} q_\beta}{2M} \right] u(p_1), \end{aligned} \quad (4.54)$$

где F_1 и F_2 — некоторые функции квадрата переданного 4-импульса (предполагается P -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов). Величина $F_1(q^2)$ называется дираковским, а $F_2(q^2)$ — паулевским формфакторами нуклона.

Из эрмитовости оператора тока следует вещественность этих формфакторов в области пространственноподобных переданных импульсов. Действительно, условие эрмитовости, справедливое при $q^2 < 0$, дает

$$J_\alpha^{(N)}(p_2, p_1) = J_\alpha^{(N)*}(p_1, p_2)$$

или

$$\begin{aligned} u(p_2) \left[F_1 \gamma_\alpha - F_2 \frac{\sigma_{\alpha\beta} q_\beta}{2M} \right] u(p_1) &= \left[\bar{u}(p_1) \left(F_1 \gamma_\alpha + F_2 \frac{\sigma_{\alpha\beta} q_\beta}{2M} \right) u(p_2) \right]^* = \\ &= \bar{u}(p_2) \gamma_\alpha \left(F_1 \gamma_\alpha + F_2 \frac{\sigma_{\alpha\beta} q_\beta}{2M} \right)^+ \gamma_4 u(p_1), \end{aligned}$$

а так как $\gamma_4 \gamma_\alpha^+ \gamma_4 = \gamma_\alpha$, $\gamma_4 \sigma_{\alpha\beta}^+ \gamma_4 = -\sigma_{\alpha\beta}$, то $F_i^*(q^2) = F_i(q^2)$, $i = 1, 2$. (Отметим, что при эрмитовом сопряжении происходит замена $q \rightarrow -q$, так как в этом случае начальное и конечное состояния нуклонов меняются местами.)

Адрон со спином $1/2$ может обладать электрическим зарядом и магнитным моментом и, следовательно, для неточечной частицы со спином $1/2$ необходимо ввести формфакторы, характеризующие распределения электрического заряда и магнитного момента. Возникает вопрос, какие комбинации формфакторов F_1 и F_2 описывают эти распределения.

Чтобы ответить на этот вопрос, найдем компоненты электромагнитного тока нуклонов в системе Брейта. В этой системе биспиноры

нуклона в начальном и конечном состояниях $u(p_1)$ и $u(p_2)$ имеют вид

$$u(p_1) = \sqrt{E_B + M} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ -\sigma \cdot q_B \\ 2(E_B + M) \varphi_1 \end{pmatrix},$$

$$u(p_2) = \sqrt{E_B + M} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \sigma \cdot q_B \\ 2(E_B + M) \varphi_2 \end{pmatrix},$$

где φ_1, φ_2 — двухкомпонентные спиноры начального и конечного нуклонов. Подставляя эти выражения в (4.54), найдем

$$J_0^{(N)} = 2M\varphi_2^\dagger \varphi_1 \left(F_1 + \frac{q^2}{4M^2} F_2 \right), \quad \mathbf{J}^{(N)} = i\varphi_2^\dagger \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1 (F_1 + F_2). \quad (4.55)$$

Отсюда следует, что лагранжиан взаимодействия нуклонного тока с электромагнитным полем пропорционален выражению

$$A_\mu J_\mu^{(N)} = 2M \left[(\varphi_2^\dagger \varphi_1) A_0 \left(F_1 + \frac{q^2}{4M^2} F_2 \right) - \frac{\varphi_2^\dagger \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V} \varphi_1}{2M} (F_1 + F_2) \right],$$

где A_μ — 4-потенциал электромагнитного поля, $\mathbf{V} = i\mathbf{q}_B \times \mathbf{A}$ — напряженность магнитного поля. Сравнивая это выражение с выражением для взаимодействия заряда e и магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ с потенциалом A_μ в классической электродинамике $eA_0 - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{V}$, заключаем, что комбинацию формфакторов

$$G_E(q^2) = F_1(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} F_2(q^2)$$

естественно назвать зарядовым формфактором нуклона, а комбинацию

$$G_M(q^2) = F_1(q^2) + F_2(q^2)$$

магнитным формфактором нуклона [45, 51, 66]. Формфакторы $G_E(q^2)$ и $G_M(q^2)$ вещественны в области пространственноподобных переданных импульсов. Для протона и нейтрона условия нормировки этих формфакторов при $q^2 = 0$ имеют вид $G_{Ep}(0) = 1$, $G_{En}(0) = 0$, $G_{Mp}(0) = \mu_p$, $G_{Mn}(0) = \mu_n$, где μ_p , μ_n — полные магнитные моменты протона и нейтрона в ядерных магнетонах $e/2M$ ($\mu_p = 2,79$, $\mu_n = -1,91$).

Тензор $\overline{W}_{\alpha\beta}$ для адронов со спином 1/2 можно записать в виде

$$\overline{W}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} Sp \left[(F_1 + F_2) \gamma_\alpha - \frac{F_2}{M} \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\alpha \right] (\hat{p}_1 + M) \times$$

$$\times \left[(F_1 + F_2) \gamma_\beta - \frac{F_2}{M} \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\beta \right] (\hat{p}_2 + M).$$

Взяв шпур, легко найти структурные функции $\overline{W}_i(q^2)$, $i = 1, 2$, в терминах формфакторов F_1 , F_2 или G_E , G_M :

$$\begin{aligned}\overline{W}_1^{(N)}(q^2) &= -q^2(F_1 + F_2)^2 = -q^2 G_M^2, \\ \overline{W}_2^{(N)}(q^2) &= +4M^2 \left(F_1^2 - \frac{q^2}{4M^2} F_2^2 \right) = \\ &= 4M^2 \left(G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2 \right) \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right)^{-1}.\end{aligned}\quad (4.56)$$

Подставляя (4.56) в общую формулу (4.50), получим дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных электронов неполяризованными нуклонами, выраженное через зарядовый и магнитный формфакторы нуклона,

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) &= \sigma_M \left(\frac{G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} - 2 \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \frac{q^2}{4M^2} G_M^2 \right) \times \\ &\times \frac{1}{1 + 2 \frac{e_1}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}.\end{aligned}\quad (4.57)$$

Эта формула называется формулой Розенблюта [65].

Таким образом, измерение дифференциального сечения eN -рассеяния при двух значениях угла ϑ , отвечающих одному и тому же значению q^2 , позволяет определить две комбинации формфакторов нуклона G_M^2 , $G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2$.

Если при больших значениях ($-q^2$) электрический и магнитный формфакторы убывают одинаково, то при $-q^2 \gg 4M^2$ сечение eN -рассеяния чувствительно к вкладу только магнитного формфактора. Чувствительность сечения eN -рассеяния к вкладу магнитного формфактора еще более усиливается, так как $G_{Mp}^2(q^2)/G_{Ep}^2(q^2) = \mu_p^2 \approx 8$.

Исключив в (4.57) угол рассеяния электрона ϑ , получим для дифференциального сечения упругого eN -рассеяния формулу

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) &= \frac{\sigma_M}{1 + \frac{q^2}{2e_1 M}} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} - \tau \frac{q^2}{2e_1^2} \times \right. \\ &\times \left. \left(1 + \frac{q^2}{2e_1 M} + \frac{q^2}{4e_1^2} \right)^{-1} G_M^2 \right], \\ \sigma_M &= \frac{\alpha^2}{q^4} \left[4e_1^2 \left(1 + \frac{q^2}{2e_1 M} \right) + q^2 \right] \left(1 + \frac{q^2}{2e_1 M} \right),\end{aligned}$$

откуда легко получить следующее выражение для $d\sigma/dq^2$:

$$\frac{d\sigma}{d|q^2|} (eN \rightarrow eN) = \frac{\pi\alpha^2}{q^4\epsilon_1^2} \left[4e_1^2 \left(1 + \frac{q^2}{2\epsilon_1 M} \right) + q^2 \right] \times \\ \times \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} - \tau G_M^2 \frac{q^2}{2e_1^2} \left(1 + \frac{q^2}{2\epsilon_1 M} + \frac{q^2}{4e_1^2} \right)^{-1} \right].$$

При фиксированном значении q^2 из этих формул легко найти асимптотическое поведение сечения eN -рассеяния при $\epsilon_1 \gg M$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) = 4 \frac{\alpha^2}{q^4} \epsilon_1^2 \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau}, \\ \frac{d\sigma}{d|q^2|} (eN \rightarrow eN) = \pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau},$$

т. е. сечение $d\sigma/d\Omega_e$ при $\epsilon_1 \gg M$ ведет себя как $d\sigma/d\Omega_e \approx \epsilon_1^2$, а сечение $d\sigma/d|q^2|$ зависит только от q^2 и не зависит от ϵ_1 . Такое поведение сечений $d\sigma/d\Omega_e$ и $d\sigma/d|q^2|$ при $\epsilon_1 \gg M$ является следствием однофотонного механизма eN -рассеяния.

3.4. Поляризационные явления в eN -рассеянии. Перейдем к анализу поляризационных явлений в упругом eN -рассеянии. Воспользуемся для этого системой Брейта и введем 4-вектор \mathcal{F}_α :

$$J_\alpha^{(N)} = \varphi_2^+ \mathcal{F}_\alpha \varphi_1, \\ \mathcal{F} = i\sigma \times \mathbf{q} B G_M(q^2), \quad \mathcal{F}_0 = 2M G_E(q^2).$$

Тогда дифференциальное сечение рассеяния электронов (или позитронов) на неполяризованной нуклонной мишени, просуммированное по поляризациям адрона в конечном состоянии, примет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) = \frac{\alpha^2}{4q^4} \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)^2 \frac{L_{\alpha\beta}}{M^2} \frac{1}{2} S_p \mathcal{F}_\alpha \mathcal{F}_\beta^+, \quad (4.58)$$

где $L_{\alpha\beta}$ — тензор, зависящий только от переменных электрона в начальном и конечном состояниях. Этот тензор совпадает с тензором $l_{\alpha\beta}$ (4.20), если рассеиваются неполяризованные электроны. Если рассеиваются поляризованные электроны с 4-вектором поляризации s и по поляризациям электрона в конечном состоянии выполняется суммирование, то $L_{\alpha\beta} = l_{\alpha\beta}(s)$, где $l_{\alpha\beta}(s)$ определяется формулой (4.41). Наконец, $L_{\alpha\beta} = l_{\alpha\beta}(\lambda_1, \lambda_2)$, если электроны в начальном и конечном состояниях продольно поляризованы.

При рассеянии электронов поляризованной нуклонной мишенью возникает добавка к дифференциальному сечению (4.58), пропорциональная степени поляризации начального нуклона. При 100% поляризации добавка определяется формулой

$$\frac{d\sigma^{(n)}}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) = \frac{\alpha^2}{4q^4} \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)^2 \frac{L_{\alpha\beta}}{M^2} \frac{1}{2} S_p \mathcal{F}_\alpha \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}_\beta^+, \quad (4.59)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении поляризации нуклона. Величина $\frac{d\sigma^{(n)}}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN)$ определяет асимметрию углового распределения рассеянных частиц относительно плоскости, образованной векторами \mathbf{n} и \mathbf{k}_1 . Возникновение асимметрии обусловлено поляризацией нуклонов мишени.

Поляризация рассеянных протонов \mathbf{P} , возникающая при рассеянии электронов на неполяризованной мишени, определяется формулой

$$\mathbf{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) = \frac{\alpha^2}{4q^4} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 \frac{L_{\alpha\beta}}{M^2} \frac{1}{2} Sp \mathcal{F}_\alpha \mathcal{F}_\beta^+ \sigma. \quad (4.60)$$

Наконец, тензор деполяризации нуклонов D_{mn} , который определяет величину поляризации конечного нуклона в направлении \mathbf{m} , если начальный нуклон поляризован в направлении \mathbf{n} , определяется формулой

$$D_{mn} \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) = \frac{\alpha^2}{4q^4} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 \frac{L_{\alpha\beta}}{M^2} \frac{1}{2} Sp \mathcal{F}_\alpha \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}_\beta^+ \sigma \cdot \mathbf{m}. \quad (4.61)$$

Мы уже говорили, что при рассеянии неполяризованных электронов (или позитронов) на неполяризованной нуклонной мишени не возникает поляризация рассеянных электронов (после суммирования по поляризациям конечного нуклона). Аналогично в первом борновском приближении дифференциальное сечение рассеяния поляризованных электронов на неполяризованных нуклонах, просуммированное по поляризациям конечных частиц, совпадает с дифференциальным сечением рассеяния неполяризованных электронов [1].

Исследуем теперь eN -рассеяние на поляризованной нуклонной мишени, а также вычислим поляризацию рассеянных нуклонов (на неполяризованной и поляризованной нуклонной мишени). Для этого согласно (4.59), (4.60) необходимо выразить через нуклонные формфакторы следующие величины:

$$A_{\alpha\beta}^{(n)} \equiv \frac{1}{2} Sp \mathcal{F}_\alpha \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}_\beta^+,$$

$$P_{\alpha\beta}^{(n)} = \frac{1}{2} Sp \mathcal{F}_\alpha \mathcal{F}_\beta^+ \sigma \cdot \mathbf{n},$$

$$D_{\alpha\beta}^{(mn)} = \frac{1}{4} Sp \mathcal{F}_\alpha \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}_\beta^+ \sigma \cdot \mathbf{m}.$$

Используя явный вид 4-вектора \mathcal{F}_α , легко найти отличные от нуля компоненты тензоров $A_{\alpha\beta}^{(n)}$

$$\left. \begin{aligned} A_{12}^{(z)} &= -A_{21}^{(z)} = +iq^2 G_M^2, \\ A_{20}^{(x)} &= -A_{02}^{(x)} = A_{01}^{(y)} = -A_{10}^{(y)} = -2iM \sqrt{-q^2} G_E G_M. \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

Компоненты тензоров $P_{\alpha\beta}^{(n)}$ ($n = x, y, z$), отличные от нуля, равны

$$\left. \begin{aligned} P_{12}^{(z)} &= -P_{21}^{(z)} = -iq^2 G_M^2, \\ P_{20}^{(x)} &= -P_{02}^{(x)} = P_{01}^{(y)} = -P_{10}^{(y)} = -2iM\sqrt{-q^2} G_E G_M. \end{aligned} \right\} (4.63)$$

Наконец, отличные от нуля компоненты тензоров $D_{\alpha\beta}^{(mn)}$ определяются в терминах формфакторов следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} D_{11}^{(xx)} &= -D_{22}^{(xx)} = D_{22}^{(yy)} = -D_{11}^{(yy)} = D_{11}^{(zz)} = D_{22}^{(zz)} = \\ &= D_{12}^{(xy)} = D_{21}^{(xy)} = D_{12}^{(yx)} = D_{21}^{(yx)} = \frac{q^2}{2} G_M^2, \\ D_{00}^{(xx)} &= D_{00}^{(yy)} = D_{00}^{(zz)} = 2M^2 G_E^2, \\ D_{10}^{(xz)} &= D_{01}^{(xz)} = -D_{10}^{(zx)} = -D_{01}^{(zx)} = D_{20}^{(yz)} = D_{02}^{(yz)} = \\ &= -D_{20}^{(zy)} = -D_{02}^{(zy)} = -\sqrt{-q^2} M G_E G_M. \end{aligned} \right\} (4.64)$$

Сравнивая формулы (4.62) и (4.63), легко убедиться, что добавки к сечению, обусловленные поляризацией нуклона мишени в направлениях x, y , совпадают с поляризацией рассеянного нуклона в этих же направлениях, добавка же, обусловленная поляризацией начального нуклона в направлении z , противоположна по знаку поляризации конечного нуклона в направлении z .

Поскольку из-за вещественности нуклонных формфакторов тензоры $A_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $P_{\alpha\beta}^{(n)}$ антисимметричны, то при сворачивании их с симметричным лептонным тензором $l_{\alpha\beta}$ (он отвечает рассеянию неполяризованных электронов) получаем

$$l_{\alpha\beta} S p \mathcal{F}_\alpha \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}_\beta^+ = l_{\alpha\beta} S p \mathcal{F}_\alpha \mathcal{F}_\beta^+ \sigma \cdot \mathbf{n} = 0.$$

Отсюда вытекают два вывода. Во-первых, при рассеянии неполяризованных лептонов неполяризованной мишенью поляризация конечных нуклонов обращается в нуль (после суммирования по поляризационным состояниям рассеянного электрона). Во-вторых, дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных лептонов на поляризованной мишени, просуммированное по поляризациям конечных частиц, совпадает с дифференциальным сечением рассеяния на неполяризованной мишени, или, другими словами, поляризация мишени не дает вклада в сечение рассеяния неполяризованных лептонов.

Поляризационные эффекты обнаруживаются только в том случае, если измеряется поляризация рассеянного нуклона при упругом рассеянии неполяризованных лептонов на поляризованной мишени, т. е. при измерении компонент тензора деполяризации. Воспользовавшись явным видом тензора $l_{\alpha\beta}$ и компонент 4-импульсов k_1 и k_2 в системе Брейта, получим для отличных от нуля

компонент $l_{\alpha\beta}$ следующие выражения:

$$l_{11} = \frac{-q^2}{\sin^2 \frac{\vartheta_B}{2}}, \quad l_{22} = -q^2, \quad l_{00} = -q^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2},$$

$$l_{10} = l_{01} = \frac{(-q^2)}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2}.$$
(4.65)

Сравнивая теперь компоненты $l_{\alpha\beta}$ и $D_{\alpha\beta}^{(mn)}$, легко убедиться, что

$$l_{\alpha\beta} D_{\alpha\beta}^{(xy)} = l_{\alpha\beta} D_{\alpha\beta}^{(yx)} = l_{\alpha\beta} D_{\alpha\beta}^{(yz)} = l_{\alpha\beta} D_{\alpha\beta}^{(zy)} = 0,$$

т. е. эти компоненты тензора деполяризации $D^{(mn)}$ исчезают в первом борновском приближении.

Отличные от нуля компоненты тензора деполяризации в упругом eN -рассеянии определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} D^{(xx)} \frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) &= \frac{\alpha^2}{(-q^2)} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 (G_E^2 - \tau G_M^2) \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2}, \\ D^{(yy)} \frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) &= \frac{\alpha^2}{(-q^2)} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 (G_E^2 + \tau G_M^2) \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2}, \\ D^{(zz)} \frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) &= \frac{\alpha^2}{(-q^2)} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 \times \\ &\quad \times \left[G_E^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2} - \tau G_M^2 \left(2 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_B}{2} \right) \right], \\ D^{(xz)} \frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) &= -D^{(zx)} \frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN) = \\ &= \frac{\alpha^2}{(-q^2)} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^2 \frac{\sqrt{-q^2}}{M} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2} \frac{G_E G_M}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

где $\tau = -q^2/4M^2$.

Наибольший интерес представляет измерение компоненты $D^{(xz)}$ тензора деполяризации, которая определяется произведением формфакторов $G_E G_M$ и поэтому при больших $-q^2$ чувствительна к зарядовому формфактору нуклона [40].

Рассмотрим теперь рассеяние поляризованных электронов. Для электронов с продольной поляризацией (характеризуемой значением спиральности $\lambda = \pm 1$) лептонный тензор $l_{\alpha\beta}(\lambda)$ после суммирования по поляризациям рассеянного электрона определяется формулой

$$l_{\alpha\beta}(\lambda) = l_{\alpha\beta} + 2i\lambda \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} k_{1\gamma} k_{2\delta} \equiv l_{\alpha\beta} + l'_{\alpha\beta},$$

а отличные от нуля компоненты тензора $l'_{\alpha\beta}$ в системе Брейта — формулами

$$l'_{12} = -l'_{21} = -\lambda \frac{iq^2}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}}, \quad l'_{20} = -l'_{02} = -iq^2 \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2} \lambda. \quad (4.67)$$

Сравнивая (4.64) и (4.67), видим, что в силу антисимметрии тензора $l'_{\alpha\beta}$ продольная поляризация начальных электронов не вносит дополнительного вклада в тензор деполяризации. Зато дифференциальное сечение рассеяния поляризованных электронов на поляризованной мишени будет отличаться от сечения рассеяния неполяризованных электронов на поляризованной мишени [2, 40] а именно, согласно (4.62) и (4.67)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma^{(x)}}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) &= -\lambda \frac{\alpha^2}{q^2} \sqrt{\frac{-q^2}{M^2}} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2 G_E G_M \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_B}{2}, \\ \frac{d\sigma^{(z)}}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) &= +\frac{\lambda}{2} \frac{\alpha^2}{M^2} G_M^2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2 \frac{1}{\sin \frac{\vartheta_B}{2}}, \quad \frac{d\sigma^{(y)}}{d\Omega_e} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.68)$$

Асимметрия углового распределения электронов в конечном состоянии процесса $e + N \rightarrow e + N$, которая вызвана поляризацией нуклона в направлении x (при продольно поляризованных электронах), очень чувствительна к зарядовому формфактору, поскольку, как видно из (4.68), добавка к сечению определяется произведением формфакторов $G_E G_M$. Поэтому опыты по изучению рассеяния поляризованных электронов на поляризованной протонной мишени представляются очень важными для извлечения информации об электрическом формфакторе нуклона при больших значениях квадрата переданного 4-импульса $-q^2$.

Поляризация нуклонов отдачи, возникающая при рассеянии продольно поляризованных электронов на неполяризованной мишени, связана с асимметрией рассеяния неполяризованных электронов поляризованной мишенью соотношениями

$$P_x \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) = \frac{d\sigma^{(x)}}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN), \quad P_y \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) = 0,$$

$$P_z \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN) = -\frac{d\sigma^{(z)}}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN).$$

Таким образом, измерение поляризации рассеянных нуклонов (в направлении x), возникающей при рассеянии продольно поляризованных электронов, также позволяет определить произведение формфакторов $G_E G_M$, чувствительное к электрическому формфактору.

Отметим, что все сказанное относительно рассеяния поляризованных электронов (или позитронов) справедливо и в том случае, когда измеряется поляризация электрона в конечном состоянии

(начальный электрон неполяризован). Если же поляризованы и начальный и конечный электроны, то новой информации по сравнению с рассеянием неполяризованных лептонов получить нельзя.

3.5. Рассеяние электронов дейтронами. Спин дейтрона равен единице, поэтому его состояния следует описывать 4-векторами U_μ^r , $r = 1, 2, 3$ — индекс, характеризующий поляризационные состояния. Эти векторы нормированы согласно условию

$$U_\mu^{(r)} U_\mu^{(r')} = -\delta_{rr'}; \quad r, r' = 1, 2, 3.$$

Кроме того, 4-векторы $U^{(r)}$ ортогональны 4-импульсу дейтрона p , $U^{(r)} p = 0$.

Легко видеть, что при этих условиях справедливо соотношение

$$\sum_r U_\mu^{(r)} U_\nu^{(r)*} = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_d^2},$$

где M_d — масса дейтрона. Действительно, из соображений релятивистской инвариантности следует, что тензор $U_{\mu\nu} \equiv \sum_r U_\mu^{(r)} U_\nu^{(r)*}$, определяющий результат суммирования по поляризациям дейтрона, можно записать в виде

$$U_{\mu\nu} = x_1 g_{\mu\nu} + x_2 p_\mu p_\nu,$$

где x_1, x_2 — некоторые константы. Так как $U_{\mu\nu} p_\nu = U_{\mu\nu} p_\mu = 0$, то константы x_1 и x_2 связаны соотношением $-x_1 = x_2 M_d^2$, т. е. $U_{\mu\nu} = x_1 (g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu / M_d^2)$. Из условия нормировки $U_{\mu\nu} g_{\mu\nu} = -3$ находим, что $x_1 = -1$.

Рассмотрим теперь матричный элемент $\langle d(p_2) | J_\mu | d(p_1) \rangle \equiv J_\mu^{(d)}$ оператора сохраняющегося электромагнитного тока между состояниями $d(p_1)$ и $d(p_2)$ частицы со спином, равным единице. В предположении S - и P -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов он определяется тремя электромагнитными формфакторами $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, являющимися функциями переданного 4-импульса $q = p_1 - p_2$ (p_1 и p_2 — 4-импульсы векторной частицы в начальном и конечном состояниях):

$$J_\mu^{(d)} = -G_1(q^2) (p_1 + p_2)_\mu (U_2^* U_1) + G_2(q^2) (U_2^* q U_{1\mu} - U_2^* U_1 q) + \\ + G_3(q^2) (p_1 + p_2)_\mu \left(U_2^* q U_1 q - \frac{q^2}{2} U_2^* U_1 \right) \frac{1}{M_d^2}, \quad (4.69)$$

где U_1, U_2 — волновые функции (4-векторы) дейтрона в начальном и конечном состояниях. В силу эрмитовости тока формфакторы $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, вещественны в области пространственноподобных переданных импульсов.

Векторная частица наряду с электрическим зарядом и магнитным моментом может иметь также электрический квадрупольный мо-

мент, и формфакторы $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, определяют распределения этих величин для неточечной частицы со спином единица.

Чтобы выяснить, какие именно комбинации формфакторов определяют распределения электрического заряда, магнитного и квадрупольного моментов, запишем компоненты $J_\mu^{(d)}$ в системе Брейта, в которой виртуальный фотон обладает только трехмерным импульсом ($q_0 = 0$):

$$\left. \begin{aligned} J^{(d)} &= -2M_d [U_2^* \times U_1] \times \mathbf{q}_B \frac{G_2(q^2)}{2M_d}, \\ J_0^{(d)} &= 2E_B G_1(q^2) \left(U_2^* \cdot U_1 + \frac{U_2^* \cdot \mathbf{q}_B U_1 \cdot \mathbf{q}_B}{4E_B^2} \right) + \\ &+ G_2(q^2) \frac{U_2^* \cdot \mathbf{q}_B U_1 \cdot \mathbf{q}_B}{E_B} + 2G_3(q^2) \frac{E_B}{M_d^2} \left[U_2^* \cdot \mathbf{q}_B U_1 \mathbf{q}_B \times \right. \\ &\times \left. \left(1 + \frac{q^2}{8E_B^2} \right) + \frac{q^2}{2} U_2^* \cdot U_1 \right]. \end{aligned} \right\} (4.70)$$

Напомним, что если внешнее электромагнитное поле мало меняется в пределах некоторой системы зарядов, то гамильтониан взаимодействия системы H_{int} с полем определяется вкладом нескольких первых мультипольных моментов — электрических и магнитных:

$$H_{int} = eA_0 - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} - \frac{1}{6} \sum_{i,k} Q_{ik} \frac{\partial^2 A_0}{\partial x_i \partial x_k} + \dots,$$

где \mathbf{d} , $\boldsymbol{\mu}$ — электрический и магнитный дипольные моменты, Q_{ik} — тензор электрического квадрупольного момента системы (значения полей берутся в центре системы). Отсюда видно, что в импульсном представлении вклады в H_{int} , вносимые дипольными моментами \mathbf{d} и $\boldsymbol{\mu}$, в области малых значений \mathbf{q} пропорциональны $|\mathbf{q}|$, вклад же квадрупольного момента квадратичен по \mathbf{q} .

Рассмотрим теперь ток векторной частицы. Лагранжиан его взаимодействия $J_\mu^{(d)} A_\mu$ с внешним электромагнитным полем A_μ имеет такую же структуру, как и классический гамильтониан H_{int} . Замечая, что

$$\mathbf{J}^{(d)} \cdot \mathbf{A} = 2iM_d U_2^* \times U_1 \cdot \mathbf{B} \frac{G_2(q^2)}{2M_d},$$

где $\mathbf{B} = i\mathbf{q} \times \mathbf{A}$ — магнитное поле, видим, что это слагаемое в лагранжиане описывает в пределе $\mathbf{q} \rightarrow 0$ взаимодействие магнитного момента векторной частицы с магнитным полем. Поэтому $G_2(0) = \mu_d$, где μ_d — полный магнитный момент векторной частицы (в единицах $e/2M_d$), и формфактор $G_2(q^2)$ естественно назвать

магнитным формфактором векторной частицы. (Мы воспользовались здесь тем, что произведение $i\mathbf{U}_2^* \times \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2^* \cdot (\mathbf{s}) \cdot \mathbf{U}_1$ в пределе $\mathbf{q} \rightarrow 0$ совпадает со средним значением оператора спина \mathbf{s} для частицы со спином 1.)

Часть лагранжиана $J_0^{(d)} A_0$ описывает, в частности, взаимодействие электрического заряда с полем, и электрического дипольного взаимодействия $-\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ здесь не возникает, так как электромагнитное взаимодействие адронов удовлетворяет требованиям P - и T -инвариантности и, следовательно, $\mathbf{d} = 0$.

В соответствии со структурой H_{int} величина $2M_d G_1(q^2) \mathbf{U}_2^* \cdot \mathbf{U}_1$ описывает в пределе $q \rightarrow 0$ взаимодействие заряда частицы с электромагнитным полем. Если электрический заряд векторной частицы равен единице, то $G_1(0) = 1$, комбинацию же формфакторов $G_1(q^2) + \frac{q^2}{2M_d^2} G_3(q^2)$ естественно называть электрическим (или зарядовым) формфактором $G_E(q^2)$ векторной частицы:

$$G_E(q^2) = G_1(q^2) + \frac{q^2}{2M_d^2} G_3(q^2).$$

Выбор в качестве $G_E(q^2)$ именно этой комбинации формфакторов обусловлен тем, что в произведении $J_0^{(d)} A_0$ эта комбинация совпадает с коэффициентом при величине $2M_d \mathbf{U}_2^* \cdot \mathbf{U}_1$.

Наконец, остальные слагаемые в $J_0^{(d)} A_0$, пропорциональные $q_i q_j$, определяют взаимодействие электрического квадрупольного момента частицы с электромагнитным полем. Поэтому величину $G_1(0) + \sqrt{2} G_2(0) + 4G_3(0)$ следует интерпретировать как квадрупольный момент векторной частицы (измеряемый в единицах $e/4M_d^2$), а комбинацию формфакторов

$$\frac{1}{2} G_Q(q^2) = \frac{1}{2} G_1(q^2) + G_2(q^2) + 2 \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2} \right) \left(1 + \frac{q^2}{qE_B^2} \right) G_3(q^2)$$

как электрический квадрупольный формфактор векторной частицы. Видим, что векторная частица должна иметь квадрупольный момент $G_1(0) \frac{e}{4M_d^2}$, связанный с электрическим зарядом, а векторная частица с магнитным моментом μ_d — квадрупольный момент, равный $\mu_d \frac{e}{2M_d^2}$. Поэтому величину $4G_3(0)$ естественно назвать аномальным квадрупольным моментом.

Из выражения для электромагнитного тока дейтрона можно получить структурные функции $\bar{W}_1^d(q^2)$ и $\bar{W}_2^d(q^2)$, выраженные

через формфакторы $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$:

$$\bar{W}_1^{(d)}(q^2) = -\frac{2}{3} q^2 \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2}\right) G_2^2(q^2),$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_2^{(d)}(q^2) = & \frac{4}{3} M_d^2 \left[\left(G_1(q^2) + \frac{q^2}{2M_d^2} G_3(q^2) \right)^2 \left(\frac{q^4}{4M_d^4} - \frac{q^2}{M_d^2} + 3 \right) - \right. \\ & - G_2^2(q^2) \frac{q^2}{2M_d^2} \left(1 - \frac{q^2}{2M_d^2}\right) + G_3^2(q^2) \frac{q^4}{4M_d^4} \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2}\right)^2 - \\ & - 2G_3(q^2) \left(G_1(q^2) + \frac{q^2}{2M_d^2} G_3(q^2) \right) \frac{q^2}{M_d^2} \left(\frac{q^4}{8M_d^4} - \frac{3}{4} \frac{q^2}{M_d^2} + 1 \right) + \\ & + G_3(q^2) G_2(q^2) \frac{q^4}{M_d^4} \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2}\right) - \\ & \left. - G_2(q^2) \left(G_1(q^2) + \frac{q^2}{2M_d^2} G_3(q^2) \right) \frac{q^2}{M_d^2} \left(1 - \frac{q^2}{2M_d^2}\right) \right]. \quad (4.71) \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в общую формулу (4.50), получим дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов дейтронами в терминах электромагнитных формфакторов.

Заметим, что если бы в электромагнитном взаимодействии нарушалась S -инвариантность, то электромагнитный ток векторной частицы содержал бы вклад еще одного формфактора $G_4(q^2)$ (при условии, что электромагнитное взаимодействие сохраняет P -четность). Этот вклад определяется формулой [16, 17, 20]

$$J_\mu^{(d)-} = i \frac{G_4(q^2)}{M_d^2} \left[q_\mu U_2^* \cdot q U_1 \cdot q - \frac{q^2}{2} (U_2^* \cdot q U_{1\mu} + U_{2\mu}^* U_1 \cdot q) \right]. \quad (4.72)$$

Нарушающий S -инвариантность (а следовательно, и T -инвариантность) формфактор $G_4(q^2)$ вещественен в силу эрмитовости тока.

В системе Брейта компоненты $J_\mu^{(d)-}$ имеют вид

$$J_0^{(d)-} = 0,$$

$$J_\mu^{(d)-} = i \frac{G_4(q^2)}{2M_d^2} (U_2^* \cdot q_B q_B \times [q_B \times U_{1\mu}] + q_B \times [q_B \times U_{2\mu}^*] U_1 \cdot q_B),$$

поэтому взаимодействие такого тока с внешним электромагнитным полем определяется величиной

$$J_\mu^{(d)-} A_\mu = i \frac{G_4(q^2)}{2M_d^2} (U_2^* \cdot q_B U_1 + U_1 \cdot q_B U_2^*) \operatorname{rot} \mathbf{B}.$$

Так как при обращении времени $q_B \rightarrow -q_B$, а $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$, то легко видеть, что произведение $J_\mu^{(d)-} A_\mu$ изменяет знак при T -отражении.

Формфактор $G_4(q^2)$ (C -нечетный) не интерферирует в $\overline{W}_{\mu\nu}$ с сохраняющими C -четность формфакторами $G_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$ (C -четными). Это обусловлено разностью фаз C -четных и C -нечетного формфакторов. Вклад формфактора $G_4(q^2)$ в тензор $\overline{W}_{\mu\nu}$ легко вычисляется:

$$\overline{W}_{\mu\nu}^{(-)} = G_4^2(q^2) \frac{q^6}{6M_d^4} \left[\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2} \right) - \left(\rho_1 + \frac{q}{2} \right)_\mu \left(\rho_1 + \frac{q}{2} \right)_\nu \frac{1}{M_d^2} \right],$$

т. е. формфактор $G_4(q^2)$ вносит вклад только в сечение σ_T поглощения поперечных виртуальных γ -квантов (исчезающий в пределе $q^2 \rightarrow 0$).

Рассмотрим теперь рассеяние электронов поляризованной дейтронной мишенью. Если дейтрон обладает векторной поляризацией (тензорная поляризация равна нулю), то матрица плотности дейтрона имеет вид [4]

$$\rho_{\mu\nu} = \overline{U}_{1\mu} U_{1\nu}^* = \frac{1}{3} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_{1\mu} p_{1\nu}}{M_d^2} \right) + \frac{i}{2M_d} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} s_\alpha p_{1\beta},$$

где s — 4-вектор поляризации дейтрона.

Вследствие поляризации мишени тензор $\overline{W}_{\mu\nu}$ получит добавку, которую обозначим через $\overline{W}_{\mu\nu}(s)$. Чтобы найти ее, необходимо в общее выражение для $\overline{W}_{\mu\nu}$ подставить $J_\mu^{(d)} + J_\mu^{(d)-}$ вместо J_μ и воспользоваться формулой для $\rho_{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} -\overline{W}_{\mu\nu}(s) = & [(p_1 + p_2)_\mu \varepsilon_{\nu\alpha\beta\gamma} q_\alpha s_\beta p_{1\gamma} + (p_1 + p_2)_\nu \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_\alpha s_\beta p_{1\gamma}] \times \\ & \times G_4(q^2) \left[G_1(q^2) + G_2(q^2) + 2G_3(q^2) \right] \frac{q^2}{8M_d^5} + \\ & + i(q^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} s_\rho p_{1\sigma} + 2p_{2\mu} \varepsilon_{\nu\alpha\beta\gamma} q_\alpha s_\beta p_{1\gamma} - 2p_{2\nu} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} s_\beta p_{1\gamma}) \times \\ & \times \left[G_4^2(q^2) \frac{q^4}{2M_d^4} + G_2^2(q^2) \right] \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2} \right) \frac{1}{2M_d} + \\ & + \frac{i}{2M_d} [(p_1 + p_2)_\mu X_\nu - (p_1 + p_2)_\nu X_\mu] \times \left[-G_2^2(q^2) + \right. \\ & \left. + \frac{q^4}{4M_d^4} \left(-1 + \frac{q^2}{2M_d^2} \right) G_4^2(q^2) + 2G_1(q^2) G_2(q^2) \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2} \right) \right], \quad (4.73) \end{aligned}$$

$$X_\mu \equiv \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_\alpha s_\beta p_{1\gamma}.$$

При рассеянии неполяризованных электронов поляризованной дейтронной мишенью асимметрия углового распределения определяется только первым слагаемым в (4.73), симметричным относи-

тельно перестановки индексов μ, ν . Важно отметить, что это слагаемое пропорционально формфактору $G_4(q^2)$.

Таким образом, асимметрия углового распределения при рассеянии неполяризованных электронов на поляризованной дейтронной мишени обусловлена нарушением инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов относительно обращения времени.

Таким же способом можно убедиться, что при взаимодействии неполяризованных электронов с неполяризованной мишенью поляризация дейтронов в конечном состоянии возникает только благодаря формфактору $G_4(q^2)$. Остальные слагаемые в $\bar{W}_{\mu\nu}(s)$ антисимметричны по индексам μ и ν , поэтому они дают вклад только в сечение рассеяния поляризованных лептонов (или в поляризацию рассеянного электрона, если начальный электрон не поляризован).

Отметим, что при рассеянии поляризованных электронов на неполяризованной мишени асимметрия углового распределения в e^-d -рассеянии отсутствует даже при учете нарушений C -инвариантности; аналогично при рассеянии неполяризованных электронов на неполяризованной мишени не возникает поляризации у рассеянного электрона.

В заключение рассмотрим электромагнитный ток векторной частицы с учетом возможного нарушения P -инвариантности. Примером такой частицы может служить гипотетический векторный заряженный бозон, ответственный за слабое взаимодействие, в котором не сохраняется пространственная четность. Поэтому электромагнитный ток W^\pm -бозона наряду с векторными слагаемыми будет также содержать и аксиально-векторные слагаемые [6].

P -нечетная часть матричного элемента электромагнитного тока векторной частицы может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_\mu = & \frac{i}{M_d^2} \tilde{F}_1(q^2) (q_\mu \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha}^* U_{1\beta} p_{1\gamma} q_\delta - q^2 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha}^* U_{1\beta} p_{1\gamma}) + \\ & + \tilde{F}_2(q^2) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha}^* U_{1\beta} q_\gamma + \tilde{F}_3(q^2) \frac{(p_1 + p_2)_\mu}{M_d^2} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha}^* U_{1\beta} p_{1\gamma} q_\delta, \end{aligned} \quad (4.74)$$

где формфакторы $\tilde{F}_i(q^2)$, $i = 1, \dots, 4$, вещественны в силу эрмитовости тока.

Напишем еще два не сохраняющие четность выражения для электромагнитного тока:

$$\begin{aligned} & U_{2\alpha}^* q \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\gamma} + U_{1\alpha} q \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha}^* q_\beta p_{1\gamma}, \\ & U_{2\alpha}^* q \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\gamma} - U_{1\alpha} q \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha}^* q_\beta p_{1\gamma}. \end{aligned}$$

На первый взгляд кажется, что они не зависят от выражения (4.74). Докажем, что это не так. Воспользуемся для этого следующим тождеством:

$$g_{\alpha\beta} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} - g_{\alpha\mu} \varepsilon_{\beta\nu\rho\sigma} + g_{\alpha\nu} \varepsilon_{\beta\mu\rho\sigma} - g_{\alpha\rho} \varepsilon_{\beta\mu\nu\sigma} + g_{\alpha\sigma} \varepsilon_{\beta\mu\nu\rho} = 0. \quad (4.75)$$

Умножая его на $U_{2\rho}^* U_{1\beta} q_\alpha q_\nu p_{1\sigma}$, получим

$$\begin{aligned} & U_2^* q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\nu} - U_1 q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} q_\beta p_{1\nu} = \\ & = q \cdot p_1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu + (q_\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha} p_{1\nu} q_\delta - q^2 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} p_{1\nu}). \end{aligned} \quad (4.76)$$

Видим, что структура $U_2^* q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\nu} - U_1 q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} q_\beta p_{1\nu}$ содержится в выражении (4.75) для \tilde{J}_μ .

Умножая снова тождество (4.75) на $U_{2\rho}^* U_{1\beta} q_\sigma p_{1\alpha} p_{1\nu}$, получим

$$\begin{aligned} U_2^* \cdot p_1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\nu} &= U_1 p_1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} q_\beta p_{1\nu} - q p_1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} p_{1\nu} + \\ &+ p_1^2 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu - p_{1\mu} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu p_{1\delta} = \quad (4.77) \\ &= p_1^2 \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu - \frac{1}{2} (p_1 + p_2)_\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu p_{1\delta} - \\ &- \frac{q_\mu}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha} U_{1\beta} p_{1\nu} q_\delta + \frac{q^2}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} p_{1\nu}. \end{aligned}$$

Комбинируя (4.76) и (4.77), получим окончательно

$$\begin{aligned} & U_2^* \cdot q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\nu} + U_2 \cdot q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} q_\beta p_{1\nu} = \\ &= (p_1 + p_2)_\mu \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu p_{1\delta} - 2M_d^2 \left(1 - \frac{q^2}{4M_d^2} \right) \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} U_{1\beta} q_\nu. \end{aligned} \quad (4.78)$$

Таким образом, комбинация $U_2^* q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{1\alpha} q_\beta p_{1\nu} + U_1 q_\epsilon \epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} U_{2\alpha} q_\beta p_{1\nu}$ также содержится в (4.74).

Компоненты тока \tilde{J}_μ в системе Брейта имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{0B} &= -(\mathbf{U}_2^* \times \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{q}_B) \left[i \frac{q^2}{2M_d^2} \tilde{F}_1(q^2) + \tilde{F}_2(q^2) - 2 \frac{\tilde{E}_B^2}{M_d^2} F_3(q^2) \right], \\ \tilde{J}_B &= -i \frac{q^2}{M^2} E_B \tilde{F}_1(q^2) \left[\mathbf{U}_2^* \times \mathbf{U}_1 + \frac{1}{(-q^2)} \mathbf{q}_B \mathbf{U}_2^* \times \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{q}_B - \right. \\ &- \left. \frac{1}{4E_B^2} (\mathbf{U}_2^* \cdot \mathbf{q}_B \mathbf{U}_1 \times \mathbf{q}_B + \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{q}_B \mathbf{U}_2^* \times \mathbf{q}_B) \right] + \\ &+ \frac{\tilde{F}_2(q^2)}{2\tilde{E}_B} (\mathbf{U}_2^* \cdot \mathbf{q}_B \mathbf{U}_1 \times \mathbf{q}_B + \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{q}_B \mathbf{U}_2^* \times \mathbf{q}_B). \end{aligned}$$

Отсюда видно, что взаимодействие, пропорциональное $\tilde{F}_1(q^2)$, нарушает одновременно P - и T -инвариантность, тогда как взаимодействие, пропорциональное формфакторам \tilde{F}_2, \tilde{F}_3 , нарушает только P -инвариантность.

Выпишем теперь тензор $\tilde{W}_{\mu\nu}$, отвечающий P -нечетным форм-

факторам \tilde{F}_i (q^2) векторной частицы (с массой M):

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\mu\nu} = & \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \frac{1}{3} q^2 \left(2\tilde{F}_2^2 + \left(\frac{q^2}{M^2} 2 - \frac{q^2}{M^2} + \frac{q^4}{4M^4} \right) \tilde{F}_1^2 \right) + \\ & + \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\mu \left(p_1 + \frac{q}{2} \right)_\nu \frac{4}{3} \frac{q^2}{M^2} \left[\tilde{F}_1^2 \frac{q^2}{4M^2} \left(2 - \frac{q^2}{M^2} \right) - \right. \\ & \left. - 2\tilde{F}_3^2 \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right) + 2\tilde{F}_2 \tilde{F}_3 \right]. \end{aligned}$$

Вклад в тензор $\tilde{W}_{\mu\nu}^{(-)}$, обусловленный интерференцией формфакторов G_i и \tilde{F}_i ,

$$\tilde{W}_{\mu\nu}^{(-)} = i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha p_{1\beta} \frac{q^4}{3M^4} (3G_2 \tilde{F}_1 + G_4 \tilde{F}_2)$$

отличен от нуля только в присутствии формфакторов \tilde{F}_1 и G_4 . Поскольку тензор $\tilde{W}_{\mu\nu}^{(-)}$ антисимметричен по индексам μ , ν , то вклад его в сечение рассеяния неполяризованных электронов обращается в нуль.

§ 4. РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ АТОМНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

4.1. Кинематика рассеяния адронов атомными электронами.

Для исследования электромагнитной структуры нестабильных адронов не может быть использована стандартная методика рассеяния электронов адронной мишенью, так как из нестабильных адронов нельзя приготовить мишень. Однако можно изучать рассеяние нестабильных адронов на атомных, т. е. практически неподвижных, электронах. Такая методика применялась для исследования электромагнитной структуры π -мезонов и может использоваться для исследования структуры K -мезонов, гиперонов, антипротонов.

Так, исследование реакций $\pi^\pm + e^- \rightarrow \pi^\pm + e^-$, $K^\pm + e^- \rightarrow K^\pm + e^-$, $K_1^0 + e^- \rightarrow K_2^0 + e^-$ позволяет определить среднеквадратичные радиусы зарядового распределения псевдоскалярных мезонов. Преимуществом использования таких реакций является возможность модельно независимого определения электромагнитных формфакторов, тогда как в опытах по электрообразованию заряженных пионов на нуклонах получены модельно зависимые результаты [28, 29]. Исследование рассеяния Λ^0 - и Σ^+ -гиперонов на атомных электронах позволяет в принципе определить магнитные моменты Λ^0 - и Σ^+ -гиперонов. Такой метод определения магнитного момента особенно важен для Σ^- -гиперона, асимметрия распада которого на n и π^- очень мала [60].

Важным является и то обстоятельство, что барионы Λ^0 , Σ^+ и \bar{p} , рассеиваемые на электронах, обладают большой степенью

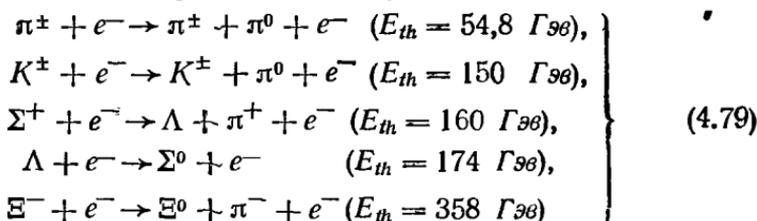
поляризации, а измерение доляризации рассеянных гиперонов представляется сравнительно легкой задачей.

Общим свойством всех реакций упругого (и неупругого) рассеяния адронов на атомных электронах является сравнительно небольшое значение передаваемых импульсов (даже при очень больших энергиях налетающих адронов). В самом деле, максимальное значение квадрата передаваемого импульса при рассеянии на покоящихся электронах равно

$$(-q^2)_{\max} = \frac{4m_e^2 p^2}{M_1^2 + 2Em_e + m_e^2},$$

где E и p — энергия и импульс налетающего адрона в лабораторной системе, M_1 — его масса. Из этой формулы видно, что квадрат передаваемого 4-импульса пропорционален m_e^2 , т. е. действительно мал. Например, при рассеянии адронов с энергией 500 Гэв $(-q^2)_{\max} = (700 \text{ Мэв})^2$ для реакции $\pi^- + e^- \rightarrow \pi^- + e^-$ и $(-q^2)_{\max} = (590 \text{ Мэв})^2$ для реакции $K^+ + e^- \rightarrow K^+ + e^-$.

При достаточно больших энергиях адронов, взаимодействующих с атомными электронами, наряду с упругими процессами могут происходить также и неупругие, например,



значения пороговых энергий E_{th} реакций определены по формуле $(2m_e E_{th} = M_f^2 - M_1^2)$, где M_1 — масса налетающего адрона, M_f — сумма масс адронов в конечном состоянии).

Первые две реакции представляют интерес для изучения в чистом виде ($\pi\pi$)-и ($K\pi$)-взаимодействий при малых относительных импульсах. Система ($\pi\pi$) образуется при этом с изотопическим спином, равным единице, и нечетными значениями орбитального момента. (Это связано с изоскалярной природой виртуального γ -кванта в процессе $\gamma^* + \pi \rightarrow \pi + \pi$ и бозе-статистикой π -мезонов.)

Изучение образования π -мезонов при рассеянии гиперонов (третья и пятая реакции (4.79)) может служить для проверки справедливости так называемых пороговых теорем (см. гл. 5), а также алгебры токов для реакций фотообразования π -мезонов на гиперонах. С помощью этих реакций могут быть определены константы $YU\pi$ -взаимодействия.

Изучение реакций $\Lambda + e^- \rightarrow \Sigma^0 + e^-$ представляет большой интерес для определения магнитного момента $\Sigma\Lambda$ -перехода. Инфор-

мация о величине этого магнитного момента, которая может быть получена при изучении реакций $\gamma + p \rightarrow \Lambda + K^+$, $\gamma + p \rightarrow \Sigma^0 + K^+$, очень неопределенна из-за неоднозначности используемых при интерпретации экспериментальных данных теоретических моделей.

Рассмотрим более подробно кинематику процессов упругого и неупругого рассеяния адронов атомными электронами. Квадрат переданного 4-импульса q^2 определяется теперь только энергией ϵ_2 рассеянного электрона $q^2 = 2m_e (m_e - \epsilon_2) \leq 0$, причем минимальное значение $-q^2 = 0$ достигается при $\epsilon_2 = m_e$.

При фиксированном значении инвариантной массы W образующейся адронной системы энергия рассеянного электрона определяется при $\epsilon_2 \gg m_e$ следующей формулой:

$$\epsilon_2 = \frac{m_e (E + m_e) - \frac{W^2 - M_1^2}{2}}{E + m_e - |p| \cos \vartheta_e}, \quad (4.80)$$

где ϑ_e — угол между импульсами рассеянного электрона и налетающего адрона. Из (4.80) следует, что для упругого рассеяния ($W = M_1$) угол ϑ_e изменяется в пределах от 0 до $\pi/2$.

Для неупругого рассеяния зависимость энергии рассеянного электрона от ϑ_e в общем случае двузвучна и находится из уравнения

$$(m_e - \epsilon_2)(E + m_e) + \cos \vartheta_e |p| \sqrt{\epsilon_2^2 - m_e^2} = \frac{W^2 - M_1^2}{2}. \quad (4.81)$$

Это уравнение применимо и для упругого рассеяния, причем в этом случае возникает одно решение

$$\epsilon_2 = m_e \frac{(E + m_e)^2 + p^2 \cos^2 \vartheta_e}{(E + m_e)^2 - p^2 \cos^2 \vartheta_e}.$$

Если $E \gg m_e$, то $\epsilon_2 = m_e \frac{E^2 + p^2 \cos^2 \vartheta_e}{E^2 - p^2 \cos^2 \vartheta_e + 2Em_e}$. Отсюда видно, что максимальное значение ϵ_2 достигается при $\vartheta_e = 0$:

$$\epsilon_{2\max} = m_e \frac{E^2 + p^2}{M_1^2 + 2Em_e}.$$

Для неупругого рассеяния угол ϑ_e заключен в пределах $0 \leq \vartheta_e \leq \vartheta_e^{(0)}$, где предельный угол $\vartheta_e^{(0)}$ рассеяния электронов при неупругом столкновении определяется из уравнения (4.81):

$$\cos^2 \vartheta_e^{(0)} = \frac{W^2 - M_1^2}{m_e^2 p^2} \left[m_e (E + m_e) - \frac{W^2 - M_1^2}{4} \right]. \quad (4.82)$$

Если $E \gg m_e$, то $\cos^2 \vartheta_e = \frac{E_{th}}{E} \left(2 - \frac{E_{th}}{E} \right)$.

Определим еще энергию E' упруго рассеянного адрона. Заметим, что квадрат передаваемого 4-импульса равен

$$q^2 = (p_2 - p_1)^2 = 2M_1^2 - 2EE' + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'|\cos\vartheta_A,$$

где ϑ_A — угол рассеяния адрона. С другой стороны, как следует из сохранения энергии, $q^2 = -2m_e(E - E')$. Приравнявая эти выражения, найдем

$$E' = \left[(E + m_e)(M_1^2 + m_e E) \pm M_1 p^2 \cos^2 \vartheta_A \sqrt{\frac{m_e^2}{M_1^2} - \sin^2 \vartheta_A} \right] \times \\ \times [(E + m_e)^2 - p^2 \cos^2 \vartheta_A]^{-1}. \quad (4.83)$$

Таким образом, энергия рассеянного адрона (даже в случае упругого рассеяния) является двузначной функцией угла рассеяния адрона ϑ_A , причем для рассеяния адрона существует предельный угол, определяемый отношением масс электрона и рассеиваемого адрона, $\sin \vartheta_{A \max} = m_e/M_1$. Отсюда следует, что на атомных электронах адроны рассеиваются на очень малые углы: чем тяжелее адрон, тем меньше интервал изменения ϑ_A .

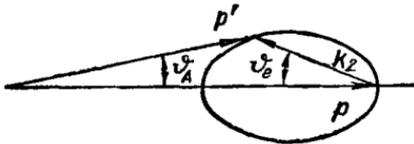


Рис. 4.8. Эллипс импульсов в случае рассеяния адронов на атомных электронах.

Кинематика упругого рассеяния адрона на покоящейся электронной мишени может быть наглядно описана с помощью эллипса импульсов (см. рис. 4.8). При больших энергиях налетающих частиц эллипс очень сплюснут.

Начало отсчета импульса \mathbf{p}' рассеянного адрона (для упругого и неупругого рассеяния) находится вне эллипса

$$\frac{\beta^2 E^{(0)2}}{p^{(0)2}} - 1 = \frac{1}{p^{(0)2}} \left[M_1^2 - m_e^2 \frac{(2E + m_e)^2}{4(E + m_e)^2} \right] > 0$$

($E^{(0)}$ — энергия рассеянного адрона в СЦИ). Начало отсчета импульса упруго рассеянного электрона лежит в точке пересечения эллипса с осью z , а неупруго рассеянного электрона — вне эллипса импульсов. Поэтому для адрона, рассеиваемого на покоящемся электроном, всегда существует предельный угол, определяемый соотношением масс электрона и адрона, тогда как предельный угол $\vartheta_e^{(0)} = \pi/2$ упруго рассеянного электрона не зависит от соотношения масс электрона и адрона; при неупругом рассеянии предельный угол $\vartheta_e^{(0)} < \pi/2$ и зависит от начальной энергии адрона и массы образующихся адронов.

Инвариантная переменная $\nu = q \cdot p_1$, которую мы ввели выше, в терминах энергии и угла рассеяния электрона имеет вид

$$\nu = E(m_e - \epsilon_2) + |\mathbf{k}_2||\mathbf{p}|\cos\vartheta_e.$$

Исключая ε_2 из формул для q^2 и ν , получим следующее соотношение между q^2 и ν :

$$2m_e \nu = q^2 \left(E - |\mathbf{p}| \cos \vartheta_e \sqrt{1 - 4 \frac{m_e^2}{q^2}} \right). \quad (4.84)$$

Физическую область в переменных q^2 и ν (рис. 4.9) при фиксированной энергии начального адрона ограничивают параболы (4.84), определяющие изменение q^2 и ν при фиксированном значении ϑ_e .

Каждому значению ν (при фиксированном значении ϑ_e) отвечают два значения q^2 . Максимальное значение ($-q^2$) при любом значении массы образующихся адронов достигается при $\vartheta_e = 0$. Из рис. 4.9 видно, что для неупругого рассеяния адрона на покоящемся электроне всегда $-q^2 > 0$. Угол $\vartheta_e = \pi/2$, как уже говорилось, является физическим только для упругого рассеяния: параболы при $\vartheta_e = \pi/2$ вырождаются в точку $q^2 = \nu = 0$. Максимальное значение переменной ν в физической области при данном значении ϑ_e определяется формулой

$$\nu_{\max} = m_e \left(E - \sqrt{M_1^2 + \mathbf{p}^2 \sin^2 \vartheta_e} \right).$$

Максимальное значение массы адронной системы, которая может быть образована при фиксированном значении ϑ_e , определяется формулой

$$W_{\max}^2 = M_1^2 + 2m_e \left(E + m_e - \sqrt{E^2 - \mathbf{p}^2 \cos^2 \vartheta_e} \right),$$

при этом квадрат передаваемого импульса равен

$$q^2 = 2m_e^2 \left(1 - \frac{E + m_e}{\sqrt{E^2 - \mathbf{p}^2 \cos^2 \vartheta_e}} \right).$$

4.2. Дифференциальное сечение рассеяния адронов атомными электронами. Если в конечном состоянии процесса рассеяния адрона на неподвижном электроне регистрируется только рассеянный электрон, то дифференциальное сечение, просуммированное по поляризациям конечных частиц и усредненное по поляризациям начальных, определяется следующим выражением:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}}{\sqrt{(k_1 \nu_1)^2 - m_e^2 M_1^2}} \frac{d^3 k_2}{2\varepsilon_2},$$

8*

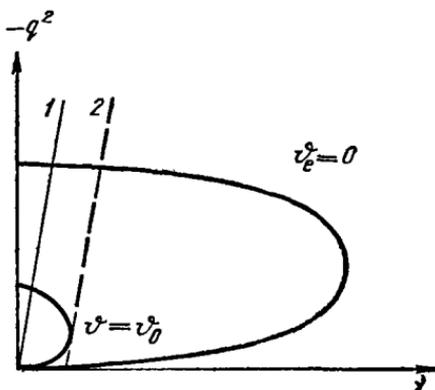


Рис. 4.9. Физическая область процесса неупругого рассеяния адронов атомными электронами:

$$1 - q^2 + 2\nu = 0; \quad 2 - q^2 + 2\nu = W^2 - M^2.$$

где $W_{\alpha\beta}$ — адронный тензор, определяемый формулой (4.18), а $l_{\alpha\beta}$ — лептонный тензор, определенный формулой (4.20). Отсюда легко получить еще две формулы для дифференциального сечения рассеяния адрона неподвижным электроном, справедливые в лабораторной системе:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dvd(-q^2)} &= \frac{\alpha^2}{q^4} l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta} \frac{\pi}{2m_e^2 p^2}, \\ \frac{d^2\sigma}{d\Omega_e d\epsilon_2} &= \frac{\alpha^2}{q^4} l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta} \frac{|k_2|}{|p|} \frac{1}{2m_e}. \end{aligned} \right\} \quad (4.85)$$

В системе покоя начального электрона произведение тензоров $l_{\alpha\beta}$ и $W_{\alpha\beta}$ можно выразить через структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ (см. (4.22)):

$$\begin{aligned} & l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta} = \\ & = 4m_e(\epsilon_2 - 2m_e) W_1(\nu, q^2) + 2m_e \epsilon_2 \left[m_e - \epsilon_2 + 2 \frac{E^2}{M_1^2} (\epsilon_2 - |k_2| \beta_A \times \right. \\ & \quad \left. \times \cos\vartheta_e) \right] W_2(\nu, q^2), \end{aligned}$$

где $\beta_A = |p|/E$ — скорость налетающего адрона. В предельном случае $\epsilon_2 \gg m_e$, $E \gg M_1$ и $\vartheta_e \neq 0$ это выражение упрощается:

$$l_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta} = 4m_e \epsilon_2 \left[W_1(\nu, q^2) + 2 \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{E^2}{M_1^2} W_2(\nu, q^2) \right].$$

Если в конечном состоянии образуется один адрон, то по переменной ν в (4.85) можно выполнить интегрирование, после чего дифференциальное сечение примет вид

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon_2} = \frac{\alpha^2}{q^4} l_{\alpha\beta} \bar{W}_{\alpha\beta} \frac{\pi}{2m_e p^2}, \quad (4.86)$$

где тензор $\bar{W}_{\alpha\beta}$ связан с тензором $W_{\alpha\beta}$ соотношением

$$W_{\alpha\beta} \equiv \bar{W}_{\alpha\beta} \delta(q^2 + 2\nu + M_1^2 - M_2^2).$$

Используя закон сохранения энергии $E + m_e = \epsilon_2 + E'$, перепишем (4.86) в терминах энергии рассеянного адрона:

$$\frac{d\sigma}{dE'} = - \frac{\alpha^2}{q^4} l_{\alpha\beta} \bar{W}_{\alpha\beta} \frac{\pi}{2m_e p^2}.$$

Рассмотрим теперь некоторые процессы рассеяния адронов атомными электронами. Начнем с процесса конверсии Λ^0 -гиперона в Σ^0 -гиперон в кулоновском поле электрона $\Lambda + e^- \rightarrow \Sigma^0 + e^-$.

Если пространственные четности Λ^0 - и Σ^0 -гиперонов одинаковы, то матричный элемент сохраняющегося электромагнитного тока $\Lambda \rightarrow \Sigma^0$ перехода имеет вид

$$\begin{aligned} & \langle \Sigma^0 | J_\mu | \Lambda \rangle = \\ & = \bar{u}_\Sigma(p_2) \left[f_1(q^2) \left(\gamma_\mu - q_\mu \frac{m_\Sigma - m_\Lambda}{q^2} \right) - f_2(q^2) \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{m_\Lambda + m_\Sigma} \right] u_\Lambda(p_1), \end{aligned} \quad (4.87)$$

где $f_1(q^2)$, $f_2(q^2)$ — некоторые функции квадрата переданного импульса, называемые электромагнитными формфакторами $\Lambda \rightarrow \Sigma$ перехода.

Величина $f_1(0)$ должна, очевидно, равняться нулю, чтобы скомпенсировать полюс $q^2 = 0$; величина же $f_2(0)$ представляет собой магнитный момент $\Sigma \rightarrow \Lambda$ перехода $\mu_{\Sigma\Lambda}$, т. е. $f_2(0) = \mu_{\Sigma\Lambda}$. Заметим, что так как $f_1(0) = 0$, то радиационный распад $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ определяется только магнитным моментом перехода $\mu_{\Sigma\Lambda}$.

Величины $f_1(q^2)$ и $f_2(q^2)$ могут быть связаны со структурными функциями $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ процесса $\Lambda + e^- \rightarrow \Sigma^0 + e^-$. Для этого согласно (4.18) следует выполнить усреднение по поляризациям Λ^0 -гиперона и суммирование по поляризациям Σ -гиперона. В результате получим

$$\left. \begin{aligned} W_1(\nu, q^2) &= [f_1(q^2) + f_2(q^2)]^2 [(m_\Sigma - m_\Lambda)^2 - q^2] \delta(q^2 + 2\nu + \\ &+ m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2), \\ W_2(\nu, q^2) &= 4m_\Lambda^2 \left[f_1^2(q^2) - \frac{q^2}{(m_\Lambda + m_\Sigma)^2} f_2^2(q^2) \right] \delta(q^2 + 2\nu + \\ &+ m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2). \end{aligned} \right\} (4.88)$$

(При $m_\Lambda = m_\Sigma = M$ эти формулы переходят в формулы для структурных функций электрон-нуклонного рассеяния.)

Если четности Λ^0 - и Σ^0 -гиперонов противоположны, то матричный элемент сохраняющегося электромагнитного тока адронов между состояниями Λ^0 - и Σ^0 -гиперонов имеет вид

$$\begin{aligned} & \langle \Sigma^0 | J_\mu | \Lambda^0 \rangle = \\ & = \bar{u}_\Sigma(p_2) \left[f'_1(q^2) \left(\gamma_\mu - q_\mu \frac{m_\Sigma + m_\Lambda}{q^2} \right) - f'_2(q^2) \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{m_\Lambda + m_\Sigma} \right] \gamma_5 u_\Lambda(p_1), \end{aligned} \quad (4.89)$$

где $f'_1(q^2)$, $f'_2(q^2)$ — электромагнитные формфакторы $\Sigma^0 \leftrightarrow \Lambda^0$ перехода, причем по-прежнему $f'_1(0) = 0$.

Структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ будут теперь связаны с формфакторами $f_1'(q^2)$ и $f_2'(q^2)$ соотношениями

$$\left. \begin{aligned} W_1(\nu, q^2) &= \left[f_1'(q^2) + \frac{m_\Sigma - m_\Lambda}{m_\Sigma + m_\Lambda} f_2'(q^2) \right]^2 [(m_\Sigma + m_\Lambda)^2 - q^2] \times \\ &\times \delta(q^2 + 2\nu + m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2), \\ W_2(\nu, q^2) &= 4m_\Lambda^2 \left[f_1'^2(q^2) - \frac{q^2}{(m_\Lambda + m_\Sigma)^2} f_2'^2(q^2) \right] \delta(q^2 + 2\nu + \\ &+ m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2). \end{aligned} \right\} (4.90)$$

Чтобы получить дифференциальное сечение процесса $e^- + \Lambda^0 \rightarrow e^- + \Sigma^0$, нужно подставить выражения для структурных функций (4.88) или (4.90) (в зависимости от относительной четности Λ^0 - и Σ^0 -гиперонов) в формулу (4.86).

Процесс рассеяния Ω^- -гиперонов на покоящихся электронах $\Omega^- + e^- \rightarrow \Omega^- + e^-$ является наиболее подходящим для изучения электромагнитных свойств Ω^- -гиперона, в частности для определения магнитного момента Ω^- -гиперона.

Электромагнитный ток Ω^- -гиперона как частицы со спином $3/2$ можно записать в следующем общем виде:

$$\begin{aligned} J_\mu^{(\Omega)} \equiv \langle \Omega^- | J_\mu | \Omega^- \rangle &= \bar{u}_\alpha(p_2) \left[g_{\alpha\beta} \left(F_1 \gamma_\mu - F_2 \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} \right) - \right. \\ &\left. - \frac{q_\alpha q_\beta}{M^2} \left(F_3 \gamma_\mu - F_4 \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} \right) \right] u_\beta(p_1), \end{aligned} \quad (4.91)$$

где u_α — спинор с векторным индексом, описывающий частицу со спином $3/2$, причем предполагается, что в электромагнитном взаимодействии адронов сохраняется пространственная четность. Из эрмитовости оператора электромагнитного тока следует, что формфакторы $F_i(q^2)$, $i = 1, 2, \dots, 4$, вещественны.

Чтобы выяснить физический смысл введенных формфакторов, перейдем к системе Брейта: $q = (0, \mathbf{q}_B)$, $p_1 = \left(E_B, -\frac{\mathbf{q}_B}{2} \right)$, $p_2 = \left(E_B, \frac{\mathbf{q}_B}{2} \right)$, в которой биспиноры Ω^- -гиперона имеют вид

$$\begin{aligned} u_\alpha(p_1) &= \sqrt{E_B + M} \begin{pmatrix} \Phi_{1\alpha} \\ -\frac{1}{2} \frac{\sigma \cdot \mathbf{q}_B}{E_B + M} \Phi_{1\alpha} \end{pmatrix}, \\ u_\beta(p_2) &= \sqrt{E_B + M} \begin{pmatrix} \Phi_{2\beta} \\ \frac{1}{2} \frac{\sigma \cdot \mathbf{q}_B \Phi_{2\beta}}{E_B + M} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

и компоненты тока определяются формулами

$$J_0^{(\Omega)} = 2M (\varphi_2^\dagger \varphi_1) \left(F_1 + \frac{q^2}{4M^2} F_2 \right) + \\ + 2M \frac{\varphi_2^\dagger \cdot \mathbf{q}_B \varphi_1 \cdot \mathbf{q}_B}{4E_B^2} \left[F_1 + \frac{q^2}{4M^2} F_2 + 4 \frac{E_B^2}{M^2} \left(F_3 + \frac{q^2}{4M^2} F_4 \right) \right], \quad (4.92)$$

$$\mathbf{J}^{(\Omega)} = i\varphi_2^\dagger \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1 k (F_1 + F_2) + \\ + i \frac{\varphi_2^\dagger \cdot \mathbf{q}_B \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1 \cdot \mathbf{q}_B}{4E_B^2} \left[F_1 + F_2 + 4 \frac{E_B^2}{M^2} (F_3 + F_4) \right]. \quad (4.93)$$

Легко показать, что комбинация $2M (\varphi_2^\dagger \varphi_1)$ описывает взаимодействие электрического заряда частицы со спином $3/2$ с внешним электромагнитным полем, комбинация $i\varphi_2^\dagger \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1 k$ — взаимодействие магнитного момента частицы со спином $3/2$ с полем, комбинация $2M \varphi_2^\dagger \cdot \mathbf{q}_B \varphi_1 \cdot \mathbf{q}_B / 4E_B^2$ — взаимодействие электрического квадрупольного момента частицы с полем и, наконец, комбинация $-i\varphi_2^\dagger \cdot \mathbf{q}_B \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1 \cdot \mathbf{q}_B / 4E_B^2$ — взаимодействие магнитного октупольного момента частицы с полем. Поэтому комбинацию формфакторов $F_1(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} F_2(q^2)$ можно назвать зарядовым (или электрическим) формфактором частицы со спином $3/2$, комбинацию $F_1(q^2) + F_2(q^2)$ — магнитным, комбинацию $F_1(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} F_2(q^2) + 4 \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right) \left[F_3(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} F_4(q^2) \right]$ — электрическим квадрупольным и комбинацию $F_1(q^2) + F_2(q^2) + 4 \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right) [F_3(q^2) + F_4(q^2)]$ — магнитным октупольным формфакторами частицы со спином $3/2$.

При $q^2 = 0$ значения этих формфакторов совпадают со статическими электромагнитными характеристиками частицы со спином $3/2$:

$$F_1(0) = 1, \quad F_1(0) + F_2(0) = \mu_1,$$

$$F_1(0) + 4F_3(0) = \mu_2, \quad F_1(0) + F_2(0) + 4F_3(0) + 4F_4(0) = \mu_3,$$

где μ_1 — полный магнитный момент частицы в единицах $e/2M$, μ_2 — статический квадрупольный момент в единицах $e/4M^2$, μ_3 — магнитный октупольный момент в единицах $e/8M^3$.

Выполняя усреднение по начальным и суммирование по конечным поляризациям адрона, получим для структурных функций $\bar{W}_1^{(\Omega)}(q^2)$ и $\bar{W}_2^{(\Omega)}(q^2)$ выражения

$$\bar{W}_1^{(\Omega)}(q^2) = -32 \frac{q^2}{9} \tau^2 (1 + \tau) (F_3 + F_4)^2 - \\ - \frac{4}{9} q^2 \left[-12 + \frac{(q^2 - 2M^2)^2}{4M^4} \right] (F_1 + F_2)^2 -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{q^4}{18M^2} \left(3\frac{q^4}{M^4} - 10 \right) (F_1 + F_2) (F_3 + F_4), \\
\overline{W}_2^{(\Omega)}(q^2) = & \frac{32q^4}{36M^2} (1 + \tau)^2 (F_3^2 + \tau F_4^2) + \frac{16}{9} M^2 \left[-10 + \frac{(q^2 - 2M^2)^2}{4M^4} \right] \times \\
& \times (F_1 + F_2)^2 + 4M^2 (1 + \tau) \left(\frac{1}{9} \frac{q^4}{M^4} - \frac{10}{9} \frac{q^2}{M^2} - 4 \right) F_2^2 - \\
& - 8M^2 \left(\frac{1}{9} \frac{q^4}{M^4} - \frac{10}{9} \frac{q^2}{M^2} - 4 \right) F_2 (F_1 + F_2) - \\
& - \frac{8}{3} q^2 (1 + \tau) (F_1 + F_2) (F_3 + F_4) + \frac{q^2}{9} \left(\frac{q^4}{M^4} - 11 \frac{q^2}{M^2} + 12 \right) \times \\
& \times [(F_1 + F_2) F_4 + F_2 (F_3 + F_4) - F_2 F_4 (1 + \tau)], \tau = -\frac{q^2}{4M^2}.
\end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (4.86), получим дифференциальное сечение процесса $\Omega^- + e^- \rightarrow \Omega^- + e^-$.

§ 5. ФОРМФАКТОРЫ ЭЛЕКТРОВЗБУЖДЕНИЯ НУКЛОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

5.1. Электромагнитный ток перехода нуклонов в нуклонные резонансы. При взаимодействии электронов больших энергий с нуклонами наряду с упругим рассеянием возможно возбуждение нуклонных резонансов с различными спинами и различными пространственными четностями. На опыте наблюдалось рождение резонансов Δ^+ и N^{*+} [55]:

$$\begin{aligned}
e^- + p & \rightarrow e^- + \Delta^+ (1236), & j^{np} & = \frac{3^+}{2}, \\
e^- + p & \rightarrow e^- + N^{*+} (1520), & j^{np} & = \frac{3^-}{2}, \\
e^- + p & \rightarrow e^- + N^{*+} (1688), & j^{np} & = \frac{5^+}{2}, \\
e^- + p & \rightarrow e^- + N^{*+} (1920), & j^{np} & = \frac{7^+}{2}
\end{aligned}$$

(в скобках указана масса резонанса в мегаэлектрон-вольтах, j^{np} — спин и четность резонанса).

Образующиеся нуклонные резонансы являются нестабильными частицами (с ширинами $\Gamma \simeq 100 \text{ Мэв}$) и быстро распадаются (за время 10^{-23} сек) на нуклон и π -мезоны.

Изучим электромагнитную структуру нуклонных резонансов, т. е. свойства вершины поглощения нуклоном виртуального γ -кванта с образованием нуклонных резонансов N^* [31]. При этом не будем учитывать ширину резонансов, считая их про-

сто элементарными частицами с определенными массой, спином, изоспином и пространственной четностью.

Матричный элемент процесса образования нуклонного резонанса N^* при рассеянии электрона нуклоном N в борновском приближении (рис. 4.10) можно записать в виде

$$m(e^-N \rightarrow e^-N^*) = \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \langle N^*(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle, \quad (4.94)$$

где матричный элемент оператора электромагнитного тока в силу сохранения тока удовлетворяет соотношению

$$q_\mu \langle N^*(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle = 0.$$

Отсюда следует, что независимыми являются только три компоненты матричного элемента тока J_μ , в качестве которых удобно выбрать две поперечные компоненты (отвечающие взаимодействию нуклона с поперечными виртуальными γ -квантами)

и временную компоненту J_0 (отвечающую взаимодействию нуклона со скалярными виртуальными γ -квантами). Будем пользоваться системой покоя нуклонного резонанса, т. е. СЦИ начального нуклона и виртуального γ -кванта. Так как 3-импульс резонанса N^* равен нулю, то начальное состояние реакции $\gamma^* + N \rightarrow N^*$ обладает определенным угловым моментом, равным спину образующегося резонанса.

В СЦИ можно ввести матричные элементы оператора электромагнитного тока между состояниями с определенными спиральностями $\langle N^*(p_2), \lambda_2 / J^{(\lambda)} | N(p_1), \lambda_1 \rangle$, где λ_1, λ_2 — спиральности нуклона и резонанса, индекс λ у тока служит для обозначения спиральности виртуального γ -кванта. Величины $J^{(\lambda)}$ определяются формулами

$$J^{(\lambda)} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}^{(\pm)}, \quad \lambda = \pm 1; \quad J^{(\lambda)} = J_0, \quad \lambda = 0,$$

где \mathbf{e}^{\pm} — единичный вектор поперечной поляризации виртуального γ -кванта, $\mathbf{e}^{(\pm)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (1, \pm i, 0)$.

Вместо величин $\langle N^*(p_2), \lambda_2 / J^{(\lambda)} | N(p_1), \lambda_1 \rangle$ рассмотрим величины

$$\langle \lambda_2 | f | \lambda_1 \lambda \rangle = \frac{1}{2W} \langle N^*(p_2), \lambda_2 | J^{(\lambda)} | N(p_1), \lambda_1 \rangle, \quad (4.95)$$

где W — полная энергия системы $\gamma^* + N$, совпадающая с массой резонанса. Эти величины, называемые спиральными амплитудами процесса $\gamma^* + N \rightarrow N^*$, можно разложить в ряды по спиральным

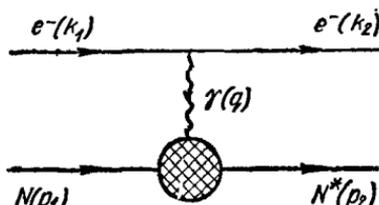


Рис. 4.10. Однофотонный механизм процесса образования изобары при рассеянии электронов нуклонами.

парциальным амплитудам $\langle \lambda_2 | f^{(j)} | \lambda_1 \lambda \rangle$ (j — полный угловой момент состояния $\gamma^* + N$):

$$\langle \lambda_2 | f | \lambda_1 \lambda \rangle = \sum_j (2j + 1) D_{\lambda_2, \lambda_1 - \lambda}^j(\vartheta, -\varphi) \langle \lambda_2 | f^{(j)} | \lambda_1 \lambda \rangle. \quad (4.96)$$

Так как полный угловой момент системы $\gamma^* + N$ совпадает со спином резонанса, то в этой сумме остается только одно слагаемое

$$\langle \lambda_2 | f | \lambda_1 \lambda \rangle = (2j + 1) \langle \lambda_2 | f^{(j)} | \lambda_1 \lambda \rangle \delta_{\lambda_2, \lambda_1 - \lambda} \quad (4.97)$$

(мы воспользовались здесь тем, что для покоящейся изобары углы ϑ и φ , определяющие направление ее импульса, равны нулю, поэтому $D_{\lambda\mu}^j(\vartheta, -\varphi) = \delta_{\lambda\mu}$). Видим, что, независимо от величины спина образующегося резонанса, его спиральность λ_2 может принимать только значения $\pm \frac{1}{2}$, $\pm \frac{3}{2}$ (если $j > \frac{1}{2}$). Сохранение P -четности в электромагнитном взаимодействии адронов приводит к следующему соотношению между спиральными парциальными амплитудами:

$$\langle -\lambda_2 | f^{(j)} | -\lambda_1, -\lambda \rangle = \eta_p(R) (-1)^{j - \frac{1}{2}} \langle \lambda_2 | f^{(j)} | \lambda_1 \lambda \rangle,$$

где $\eta_p(R)$ — четность резонанса. Это соотношение уменьшает число независимых спиральных амплитуд процесса $\gamma^* + N \rightarrow N^*$.

Матричные элементы $\langle N^*(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle$ оператора электромагнитного тока для каждого нуклонного резонанса ($s_j > 1/2$) определяются тремя парциальными амплитудами, которые в дальнейшем будем называть электромагнитными формфакторами перехода нуклона в нуклонный резонанс (или неупругими нуклонными формфакторами). Для этих формфакторов удобно ввести следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} f_0 &\equiv (2j + 1) \left\langle \frac{1}{2} \left| f^{(j)} \right| \frac{1}{2}, 0 \right\rangle, \\ f_+ &\equiv (2j + 1) \left\langle -\frac{1}{2} \left| f^{(j)} \right| \frac{1}{2}, 1 \right\rangle, \\ f_- &\equiv (2j + 1) \left\langle \frac{3}{2} \left| f^{(j)} \right| \frac{1}{2}, -1 \right\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (4.98)$$

Величину f_0 называют продольным неупругим формфактором, а величины f_{\pm} — поперечными неупругими формфакторами.

Итак, электромагнитный ток перехода между нуклоном и нуклонным резонансом характеризуется в общем случае двумя поперечными и одним продольным формфакторами. Если спин резонанса равен $1/2$, то число формфакторов перехода уменьшается до двух.

Выведем теперь формулу для дифференциального сечения процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N^*$ в терминах неупругих электромагнитных формфакторов. Воспользуемся тем, что дифференциальное се-

чение рассеяния электронов на неполяризованной нуклонной мишени (после суммирования по спиновым состояниям образующегося резонанса) определяется тензором $\bar{W}_{\mu\nu}$, который для образования в eN -рассеянии резонанса с нулевой шириной имеет вид

$$\bar{W}_{\mu\nu} = \bar{W}_{\mu\nu} \delta(q^2 + 2\nu + M^2 - W^2).$$

Тензор $\bar{W}_{\mu\nu}$, квадратичный по матричным элементам оператора электромагнитного тока

$$\bar{W}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \langle N(p_1), \lambda_1 | J_\lambda^+ | N^*(p_2), \lambda_2 \rangle \langle N^*(p_2), \lambda_2 | J_\mu | N(p_1), \lambda_1 \rangle,$$

имеет уже известную нам структуру

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\mu\nu} = & \bar{W}_1(q^2) \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \\ & + \frac{\bar{W}_2(q^2)}{M^2} \left(p_{1\mu} - q_\mu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\nu} - q_\nu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right), \end{aligned}$$

где \bar{W}_1 , \bar{W}_2 — структурные функции, зависящие от q^2 .

Из определения тензора $\bar{W}_{\mu\nu}$ и определения неупругих формфакторов (4.95) легко показать, что

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_{00} = & \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} |\langle N^*(p_2), \lambda_2 | J_0 | N(p_1), \lambda_1 \rangle|^2 = 4W^2 |f_0|^2, \\ \sum_{i=1}^3 \bar{W}_{ii} = & \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \langle N^*(p_2), \lambda_2 | \mathbf{J} | N(p_1), \lambda_1 \rangle \\ & \langle N(p_1), \lambda_1 | \mathbf{J}^+ | N^*(p_2), \lambda_2 \rangle = \\ = & \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} [|\langle N^*(p_2), \lambda_2 | \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}^{(+)} | N(p_1), \lambda_1 \rangle|^2 + \\ & + |\langle N^*(p_2), \lambda_2 | \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}^{(-)} | N(p_1), \lambda_1 \rangle|^2 + \\ & + |\langle N^*(p_2), \lambda_2 | J_z | N(p_1), \lambda_1 \rangle|^2]. \end{aligned} \right\} (4.99)$$

Используя закон сохранения электромагнитного тока

$$\tilde{q}_0 \langle N^*(p_2), \lambda_2 | J_0 | N(p_1), \lambda_1 \rangle = |\tilde{\mathbf{q}}| \langle N^*(p_2), \lambda_2 | J_z | N(p_1), \lambda_1 \rangle,$$

где \tilde{q}_0 , $\tilde{\mathbf{q}}$ — энергия и импульс виртуального γ -кванта в системе покоя резонанса, легко показать, что

$$\sum_{i=1}^3 \bar{W}_{ii} = 4W^2 \left(|f_+|^2 + |f_-|^2 + \frac{\tilde{q}_0^2}{\tilde{q}^2} |f_0|^2 \right). \quad (4.100)$$

Учитывая, далее, что

$$g_{\mu\nu} \bar{W}_{\mu\nu} = -3\bar{W}_1(q^2) - \frac{W^2}{M^2} \frac{\tilde{q}^2}{q^2} \bar{W}_2(q^2) = \bar{W}_{00} - \sum_{i=1}^3 \bar{W}_{ii}, \quad (4.101)$$

$$\frac{p_{2\mu} p_{2\nu}}{W^2} \bar{W}_{\mu\nu} = \bar{W}_{00} = \frac{\tilde{q}^2}{q^2} \left[\bar{W}_1(q^2) + \frac{W^2}{M^2} \frac{\tilde{q}^2}{q^2} \bar{W}_2(q^2) \right],$$

найдем согласно (4.99)

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_1(q^2) &= 2W^2 (|f_+|^2 + |f_-|^2), \\ \bar{W}_2(q^2) &= 4W^2 \left[\frac{M^2}{W^2} \frac{q^4}{\tilde{q}^4} |f_0|^2 - \frac{M^2}{2W^2} \frac{q^2}{\tilde{q}^2} (|f_+|^2 + |f_-|^2) \right]. \end{aligned} \right\} (4.102)$$

Подставляя эти выражения в (4.28), получим следующее выражение для дифференциального сечения неупругого рассеяния электронов неполяризованными нуклонами с образованием нуклонного резонанса [31]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma(eN \rightarrow eN^*)}{d\Omega_e d\epsilon_2} &= 2M \frac{\alpha^2}{q^4} \epsilon_2^2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \delta(q^2 + 2\nu + M^2 - W^2) \times \\ &\times \left[\frac{q^4}{\tilde{q}^4} |f_0|^2 + \left(\operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \frac{W^2}{M^2} - \frac{q^2}{2\tilde{q}^2} \right) (|f_+|^2 + |f_-|^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.103)$$

Выполнив с помощью δ -функции интегрирование по ϵ_2 , найдем

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_e}(eN \rightarrow eN^*) &= \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{4\epsilon_1^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2} \left(1 + 2 \frac{\epsilon_1}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right)} \times \\ &\times \left[\frac{q^4}{\tilde{q}^4} |f_0|^2 + \left(-\frac{q^2}{2\tilde{q}^2} + \frac{W^2}{M^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right) (|f_+|^2 + |f_-|^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.104)$$

Эта формула показывает, что дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N^*$ с неполяризованными частицами определяется только двумя комбинациями неупругих формфакторов: $|f_0|^2$ и $|f_+|^2 + |f_-|^2$. (Чтобы разделить вклады поперечных формфакторов f_+ и f_- , необходимы поляризационные измерения.)

При $q^2 \rightarrow 0$ сумма $(|f_+|^2 + |f_-|^2)$ определяет сечение поглощения реальных γ -квантов, сопровождающегося образованием резонанса N^* ,

$$\sigma_\gamma(E_\gamma) = 4\pi^2\alpha \frac{W}{|\mathbf{q}|} (|f_+|^2 + |f_-|^2)_{q^2=0} \delta(W^2 - M_R^2),$$

где E_γ — энергия γ -кванта в лабораторной системе, M_R — масса резонанса. Отсюда легко найти полное сечение фотопоглощения, проинтегрированное по интервалу энергий γ -кванта, которые отве-

чают возбуждению нуклонного резонанса,

$$\int \sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) dE_{\gamma} = \frac{4\alpha\pi^2}{M_R^2 - M^2} \frac{M_R^2}{M} (|f_+|^2 + |f_-|^2)_{q^2=0}, \quad (4.105)$$

5.2. Релятивистски инвариантные формфакторы. Спиральными амплитудами $\langle \lambda_2 | f^{(j)} | \lambda_1 \lambda \rangle$ удобно пользоваться в системе покоя резонанса.

Покажем теперь, как ввести неупругие формфакторы нуклонов релятивистски инвариантным образом. С этой целью опишем нуклонный резонанс N^* со спином j четырехкомпонентным спинором

$\psi_k^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$ ($k = 1, \dots, 4, \mu_l = 1, \dots, 4$) с $j - \frac{1}{2}$ числом тензорных индексов $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{j - \frac{1}{2}}$, который удовлетворяет уравнению Дирака

$$(\hat{p} - M_R)_{kk'} \psi_k^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} = 0.$$

Чтобы такой спинор отвечал спину j , т. е. содержал только $2j + 1$ независимых компонент, необходимо выполнение следующих

условий. Во-первых, спинор $\psi^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$ должен быть симметричным относительно перестановки любой пары индексов $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{j - \frac{1}{2}}$. Во-вторых, свертка по любой паре тензорных индексов

должна обращаться в нуль, $g_{\mu_1 \mu_2} \psi^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} = 0$. Наконец, произведение спинора $\psi^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$ на 4-импульс частицы p или γ_{μ} должно равняться нулю:

$$p_{\mu_1} \psi^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} = \gamma_{\mu_1} \psi^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} = 0.$$

Нетрудно убедиться, что спинор $\psi^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$, удовлетворяющий этим требованиям, имеет $2j + 1$ независимых компонент. Инвариантная нормировка спинора $\psi^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$ имеет вид

$$g_{\mu_1 \mu_1'} \dots g_{\mu_j - \frac{1}{2} \mu_j - \frac{1}{2}'} (\psi^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}})^* \psi^{\mu_1' \dots \mu_j - \frac{1}{2}'} = 2E,$$

где $2E$ — энергия резонанса.

Образование нуклонного резонанса при рассеянии электронов нуклонами характеризуется в СЦИ при $j > 1/2$ тремя независимыми неупругими формфакторами. Этот результат должен оставаться в силе в любой системе отчета. Поэтому матричные элементы тока $\langle N^*(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle$ должны определяться тремя релятивистски инвариантными формфакторами. Определим их таким образом, чтобы сечение неупругого рассеяния электронов нуклонами, просуммированное по всем поляризациям, содержало только квадраты инвариантных формфакторов и не содержало их произведений. При этом матричный элемент оператора электромагнитного тока для переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \frac{7^-}{2}, \dots$ (при условии сохранения пространственной четности) имеет вид

$$e_\mu \langle N^*(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle = \bar{\psi}^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} q_{\mu_2} \dots q_{\mu_{j-1}} |g_1(q^2) q_{\mu_1} \times \\ \times (e \cdot q q \cdot p_1 - e \cdot p_1 q^2) - 2g_2(q^2) \epsilon_{\mu_1 \alpha \beta \gamma} p_{1\alpha} q_\beta t_\gamma + \\ + i(g_2(q^2) + g_3(q^2)) M_R q_{\mu_1} \hat{t}_\gamma] u(p_2), \quad (4.106)$$

где e_μ — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта, $t_\mu = \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} p_{1\nu} q_\lambda e_\sigma$. Релятивистски инвариантные функции $g_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, можно назвать электромагнитными неупругими инвариантными формфакторами.

Чтобы получить матричный элемент оператора электромагнитного тока для переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots$, необходимо привести в (4.106) замену $u(p_1) \rightarrow \gamma_5 u(p_1)$.

Для резонанса со спином $1/2$ формфактор $g_2(q^2)$ отсутствует, так как в этом случае нельзя сконструировать соответствующую комбинацию спиноров (спинор образующегося резонанса не имеет векторного индекса).

Формулу (4.106) можно распространить и на случай упругого рассеяния электронов нуклонами. Тогда $q^2 g_1(q^2)$ и $g_3(q^2)$ будут пропорциональны электрическому и магнитному формфакторам нуклона.

Чтобы выразить сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N^*$ через формфакторы $g_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, удобно снова перейти в систему покоя резонанса. Из уравнения Дирака следует, что ком-

поненты спинора $\bar{\psi}_k^{\mu_1 \dots \mu_j - \frac{1}{2}}$ со спинорными индексами $k = 3, 4$ в системе покоя резонанса обращаются в нуль, а из условия $\bar{\psi}^{\mu_2 \dots \mu_j - \frac{1}{2}} p_{2\mu} \psi = 0$ следует обращение в нуль и компонент спинора с векторным индексом $\mu = 4$. Поэтому при вычислениях сечений про-

цессов, в которых участвуют частицы с высокими спинами, оказывается удобным формализм двухкомпонентных спиноров Паули.

Легко убедиться в том, что в системе покоя резонанса справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} p_{1\alpha} q_{\beta} t_{\gamma} &= M_R^2 ([\mathbf{e} \times \tilde{\mathbf{q}}] \times \tilde{\mathbf{q}})_{\mu}, \quad \mu = 1, 2, 3, \\ t &= (0, t = M_R \tilde{\mathbf{e}} \times \tilde{\mathbf{q}}), \quad \hat{t}_{\gamma 5} = M_R \begin{vmatrix} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \times \tilde{\mathbf{q}} & 0 \\ 0 & -\sigma \cdot \mathbf{e} \times \tilde{\mathbf{q}} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Это позволяет записать формулу (4.106) в виде

$$\begin{aligned} &\langle N^*(p_2) | J_{\mu} | N(p_1) \rangle e_{\mu} = \\ &= (-1)^{2j+1} N_1 N_2 M_R^2 |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j+1} \chi^{+\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{j-\frac{1}{2}}} i^{-\frac{1}{2}} n_{\alpha_2} \dots n_{\alpha_{j-\frac{1}{2}}} \times \\ &\cdot \times \left[-g_1(q^2) n_{\alpha_1} \frac{e_0 q^2}{M_R |\tilde{\mathbf{q}}|} - 2g_2(q^2) ([\mathbf{e} \times \mathbf{n}] \times \mathbf{n})_{\alpha_1} + \right. \\ &\quad \left. + i(g_2(q^2) + g_3(q^2)) n_{\alpha_1} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n} \right] \varphi(\lambda_1), \quad (4.107) \\ &\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{j-\frac{1}{2}} = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении $\tilde{\mathbf{q}}$. Двухкомпонентные спиноры $\varphi(\lambda_1)$ и $\chi^{\alpha_1 \dots \alpha_{j-\frac{1}{2}}}$ следующим образом связаны с 4-компонентными спинорами $\psi^{\alpha_1 \dots \alpha_{j-\frac{1}{2}}}$ и $u(p)$:

$$u(p) = N_1 \begin{bmatrix} \varphi \\ -\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \varphi \\ \tilde{E}_1 + M \end{bmatrix}, \quad \psi^{\alpha_1 \dots \alpha_{j-\frac{1}{2}}} = N_2 \begin{bmatrix} \alpha_1 \dots \alpha_{j-\frac{1}{2}} \\ \chi \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В системе покоя резонанса $N_1 = \sqrt{\tilde{E}_1 + M}$, $N_2 = \sqrt{2M_R}$ (\tilde{E}_1 — энергия начального нуклона в системе центра инерции виртуального γ -кванта и нуклона).

Формула (4.107) описывает переходы $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \dots$

В случае переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots$ в (4.107) необходимо

сделать замену

$$\varphi \rightarrow \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{\tilde{E}_1 + M} \varphi. \quad (4.108)$$

Покажем теперь, как производится суммирование по состояниям поляризации частицы со спином j . Сконструируем с этой целью двух-

компонентный спинор $\chi^{i_1 \dots i_j} j - \frac{1}{2}(\lambda_2)$, описывающий частицу со спином j и с максимальной проекцией спина $\lambda_2 = j$ (на некоторое направление \mathbf{a}),

$$\chi^{i_1 \dots i_j} j - \frac{1}{2}(\lambda_2 = j) = \omega_{i_1} \omega_{i_2} \dots \omega_{i_j} \chi\left(\lambda = \frac{1}{2}\right), \quad (4.109)$$

где $\omega = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0)$, $\chi\left(\lambda = \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (предполагается, что ось z направлена вдоль вектора \mathbf{a}).

Суммирование по проекциям спина λ_2 резонанса N^* в дифференциальном сечении неупругого рассеяния электронов нуклонами $e^- + N \rightarrow e^- + N^*$ можно заменить интегрированием по направлениям вектора \mathbf{a} , т. е.

$$\sum_{\lambda_2} \dots = (2j + 1) \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} \dots, \quad (4.110)$$

где $d\Omega_a$ — элемент телесного угла в направлении \mathbf{a} (множитель $2j + 1$ учитывает число различных спиновых состояний резонанса N^* в конечном состоянии).

В дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N^*$ с неполяризованными адронами в начальном и конечном состояниях входит тензор $\overline{W}_{\mu\nu}$, определяемый согласно (4.46'). Запишем теперь следующее выражение для величины $e_\mu \overline{W}_{\mu\nu} e_\nu^*$ (e — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта):

$$\begin{aligned} e_\mu \overline{W}_{\mu\nu} e_\nu^* &= N_1^2 N_2^2 M_R^2 |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j+1} \frac{2j+1}{2} \times \\ &\times \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1 + \sigma \cdot \mathbf{a}}{2} [(\mathbf{n} \cdot \omega^*)(\mathbf{n} \cdot \omega)]^{j - \frac{3}{2}} \times \\ &\times \left[-g_1(q^2) \mathbf{n} \cdot \omega^* e_0^* \frac{q^2}{M_R |\tilde{\mathbf{q}}|} - 2g_2(q^2) \omega^* \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{e}^* - \right. \\ &\left. - i(g_2(q^2) + g_3(q^2)) \omega^* \cdot \mathbf{n} \sigma \cdot \mathbf{e}^* \times \mathbf{n} \right] \times \left[-g_1(q^2) \mathbf{n} \cdot \omega e_0 \frac{q^2}{M_R |\tilde{\mathbf{q}}|} - \right. \\ &\left. - 2g_2(q^2) \omega \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{e} + i(g_2(q^2) + g_3(q^2)) \omega \cdot \mathbf{n} \sigma \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{n} \right], \quad (4.111) \end{aligned}$$

где множитель $\frac{1+\sigma \cdot a}{2}$, являющийся проекционным оператором, введен для того, чтобы выполнить суммирование по поляризационным индексам λ спинора $\chi(\lambda)$. Используя тождество $2\omega^* \cdot A\omega \cdot B = A \cdot B - A \cdot aB \cdot a + ia \cdot A \times B$ (A и B — некоторые произвольные векторы), легко упростить интегралы, входящие в (4.111):

$$\begin{aligned} & \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1+\sigma \cdot a}{2} \omega^* \cdot n\sigma \cdot e \times n (\omega \times n \cdot n \times e^*) = \\ & = \frac{i}{2} (e \times n \cdot e^* \times n) \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} (1 - \cos^2 \vartheta_a), \\ & \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1+\sigma \cdot a}{2} \omega \cdot n\sigma \cdot e \times n (\omega^* \times n \cdot n \times e^*) = \\ & = -\frac{i}{2} \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1+\sigma \cdot a}{2} \omega^* \times n \cdot n \times e = \\ & = -\frac{i}{2} (e \times n \cdot e^* \times n) \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} (1 - \cos^2 \vartheta_a), \\ & \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1+\sigma \cdot a}{2} \times \omega^* \times n \cdot n \times e (\omega \times n \cdot n \times e^*) = \\ & = \frac{1}{2} (e \times n \cdot e^* \times n) \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} (1 + \cos^2 \vartheta_a), \\ & \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} Sp \frac{1+\sigma \cdot a}{2} \sigma \cdot e \times n\sigma \cdot e^* \times n\omega \cdot n\omega^* \cdot n = \\ & = \frac{1}{2} (e \times n \cdot e^* \times n) \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} (1 - \cos^2 \vartheta_a), \end{aligned} \quad (4.112)$$

где ϑ_a — угол между направлениями векторов a и n . Подставив эти выражения в (4.111), получим

$$\begin{aligned} e_\mu \bar{W}_{\mu\nu} e_\nu^* &= N_1^2 N_2^2 M_R^4 |\tilde{q}|^{2j+1} \frac{2j+1}{2} \times \\ & \times \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} \left(\frac{1 - \cos^2 \vartheta_a}{2} \right)^{j-\frac{3}{2}} \left[|g^2(q^2)|^2 \frac{1 - \cos^2 \vartheta_a}{2} e_0 e_0^* \frac{q^4}{M_R^2 \tilde{q}^2} + \right. \\ & + e \times n \cdot e^* \times n \left(|g^2(q^2)|^2 \left(2 - \frac{3}{2} (1 - \cos^2 \vartheta_a) \right) + \right. \\ & \left. \left. + |g_3(q^2)|^2 \frac{1 - \cos^2 \vartheta_a}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.113)$$

Выполнив интегрирование, найдем окончательно

$$e_\mu \bar{W}_{\mu\nu} e_\nu^* = N_1^2 N_2^2 M_R^4 |\tilde{q}|^{2j+1} \frac{(2j+1)!!}{2^{j+\frac{1}{2}} (2j)!!} \times$$

$$\times \left[|g_1(q^2)|^2 \frac{1}{M_R^2} (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}\tilde{q}_0 - e_0 |\tilde{\mathbf{q}}|) (\mathbf{e}^* \cdot \mathbf{n}\tilde{q}_0 - e_0^* |\tilde{\mathbf{q}}|) + \right. \\ \left. + \mathbf{e} \times \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}^* \times \mathbf{n} \left(\frac{2j+3}{2j-1} |g_2(q^2)|^2 + |g_3(q^2)|^2 \right) \right], \quad (4.114)$$

где $(2j)!! = 1 \cdot 3 \dots 2j$, $(2j+1)!! = 2 \cdot 4 \dots (2j+1)$.

Для переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots$ в этой формуле необходимо ввести дополнительный множитель $\frac{\tilde{q}^2}{(\tilde{E}_1 + M)^2}$. Из (4.114) следует, что

$$\bar{W}_{00} = N_R |g_1(q^2)|^2 \frac{\tilde{q}^2}{M_R^2}, \quad (4.115)$$

$$\sum_{i=1}^3 \bar{W}_{ii} = N_R \left[|g_1(q^2)|^2 \frac{\tilde{q}_0^2}{M_R^2} + 2 \left(\frac{2j+3}{2j-1} |g_2(q^2)|^2 + |g_3(q^2)|^2 \right) \right],$$

$$\text{где } N_R \equiv N_1^2 N_2^2 M_R^4 |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j+1} \frac{(2j+1)!!}{2^{j+\frac{1}{2}} (2j)!!}.$$

Используя связь $\bar{W}_{1,2}$ с величинами \bar{W}_{00} и $\sum_i \bar{W}_{ii}$ (см. (4.101)), имеем

$$\left. \begin{aligned} \bar{W}_1(q^2) &= N_R \left(\frac{2j+3}{2j-1} |g_2(q^2)|^2 + |g_3(q^2)|^2 \right), \\ \bar{W}_2(q^2) &= -\frac{M^2}{M_R^2} \frac{q^2}{\tilde{q}^3} \bar{W}_1(q^2) + N_R \frac{M^2 q^4}{M_R^4 \tilde{q}^2} |g_1(q^2)|^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.116)$$

Эти формулы определяют структурные функции $\bar{W}_1(q^2)$ и $\bar{W}_2(q^2)$ для процесса рассеяния электрона нуклоном с образованием нуклонного резонанса N^* , имеющего спин j .

Ранее мы выразили структурные функции $\bar{W}_1(q^2)$ и $\bar{W}_2(q^2)$ через неупругие формфакторы f_{\pm}, f_0 в СЦИ. Сравнивая формулы (4.116) с формулами (4.102), можно найти связь между инвариантными формфакторами $g_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, и формфакторами в СЦИ f_{\pm}, f_0 :

$$\left. \begin{aligned} |f_0|^2 &= M_R (\tilde{E}_1 + M) |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j+3} \frac{(2j+1)!!}{2^{j+3/2} (2j)!!} |g_1(q^2)|^2, \\ \frac{1}{2} (|f_+|^2 + |f_-|^2) &= M_R^3 (\tilde{E}_1 + M) |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j+1} \frac{(2j+1)!!}{2^{j+3/2} (2j)!!} \times \\ &\times \left(\frac{2j+3}{2j-1} |g_2(q^2)|^2 + |g_3(q^2)|^2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (4.117)$$

5.3. Пороговое поведение неупругих формфакторов. Инвариантные формфакторы g_1 , g_2 и g_3 являются неизвестными функциями q^2 . Однако в области малых значений \tilde{q} эта зависимость может быть установлена в общем виде, что дает возможность установить поведение формфакторов f_{\pm} , f_0 при $|\tilde{q}| \rightarrow 0$ или, иначе, пороговое поведение неупругих формфакторов. При этом существенно то, что зависимость неупругих формфакторов f_{\pm} , f_0 от $|\tilde{q}|$ при $|\tilde{q}| \rightarrow 0$ определяется только значениями спина и пространственной четности образующегося резонанса. Поэтому исследование порогового поведения неупругих формфакторов очень важно для определения спина и пространственной четности нуклонных резонансов. (Аналогичная ситуация имеет место в ядерной физике при нахождении квантовых чисел возбужденных состояний ядер.)

Нуклонные резонансы сильно перекрываются. Например, в области так называемых второго и третьего резонансов возбуждается несколько резонансов (с близкими значениями масс) с разными спинами и четностями. Поэтому изучение порогового поведения в принципе может дать дополнительную информацию относительно величины вклада отдельных резонансов в сечение неупругого рассеяния электронов нуклонами.

Выше при обсуждении кинематики неупругого рассеяния электронов нуклонами отмечалось, что точка $\tilde{q} = 0$ является нефизической, в физической же области $|\tilde{q}| \geq (M_R^2 - M^2)/2M_R$. С другой стороны, разложение формфакторов в ряд по степеням $|\tilde{q}| R_s$, где R_s — радиус взаимодействия, справедливо, если выполняется неравенство $|\tilde{q}| R_s < L$, где $L = j \pm \frac{1}{2}$ (знак зависит от четности нуклонного резонанса).

Если принять эмпирический закон для спектра нуклонных резонансов $M_R - M = 2m_0L$, где m_0 — некоторая масса, то сравнение полученных неравенств приводит к условию

$$R_s \leq \frac{1}{2m_0}. \quad (4.118)$$

Это условие означает, что соответствующий радиус взаимодействия должен быть достаточно малым, чтобы пороговые разложения неупругих формфакторов были справедливы для тяжелых резонансов.

Для определения порогового поведения неупругих электромагнитных формфакторов воспользуемся релятивистской структурой матричного элемента $\langle N^*(p_2) | J_{\mu} | N(p_1) \rangle$ электромагнитного тока, отвечающего возбуждению нуклонных резонансов.

Легко убедиться, что для переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \frac{7^-}{2}, \dots$ главный вклад в матричный элемент оператора тока при $|\tilde{q}| \rightarrow 0$

определяется выражением

$$e_{\mu} \langle N^*(p_2) | J_{\mu} | N(p_1) \rangle = \\ = g_0(q^2) q_{\mu_2} \dots q_{\mu_{i-\frac{1}{2}}} \bar{\psi}^{i-\frac{1}{2}} \psi^{i-\frac{1}{2}} u(p_1) M_R^2 (e_{\mu_1} q \cdot p_1 - q_{\mu_1} e \cdot p_2), \quad (4.119)$$

где $g_0(q^2)$ — некоторая функция q^2 . Если в пределе $|\tilde{\mathbf{q}}| \rightarrow 0$ $g_0(q^2) \neq 0$, то пороговое поведение матричных элементов оператора электромагнитного тока, отвечающих переходам $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \dots$, имеет вид

$$\langle N^*(p_2) | \mathbf{J} \cdot \mathbf{e} | N(p_1) \rangle \simeq |\tilde{\mathbf{q}}|^{i-\frac{3}{2}}, \quad \tilde{\mathbf{q}} \rightarrow 0. \quad (4.120)$$

Свяжем теперь формфакторы $g_i(q^2)$ с функцией $g_0(q^2)$. Перепишем матричный элемент (4.119) в системе покоя резонанса:

$$e_{\mu} \langle N^*(p_2) | J_{\mu} | N(p_1) \rangle = (-1)^{2i+1} N_1 N_2 g_0(q^2) (\chi^{i_1 i_2 \dots i} \tilde{\mathbf{q}}_{i_2} \dots \\ \dots \tilde{q}_i \Phi) \left[(e_{i_1} \tilde{\mathbf{q}}^2 - \tilde{q}_{i_1} \mathbf{e} \cdot \tilde{\mathbf{q}}) \frac{\tilde{q}_0 M_R - q^2}{\tilde{\mathbf{q}}^2} + \tilde{q}_{i_1} \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{\mathbf{q}}^2} (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{q}_0 - \tilde{e}_0 \tilde{\mathbf{q}}^2) \right]. \quad (4.121)$$

Сравнивая (4.121) с (4.107), находим

$$g_1(q^2) = -g_0(q^2) \frac{M_R \tilde{E}_1}{\tilde{\mathbf{q}}^2}, \quad g_2(q^2) = -g_3(q^2) = g_0(q^2) \frac{M_R \tilde{q}_0 - q^2}{2\tilde{\mathbf{q}}^2}. \quad (4.122)$$

Полагая здесь $q^2 = 0$, т. е. $\tilde{q}_0 \rightarrow 0$, $\tilde{E}_1 \rightarrow M$, получим

$$g_1(0) = -g_0(0) \frac{M_R^2}{\tilde{\mathbf{q}}^2}, \quad g_2(0) = -g_3(0) = g_0(0) \frac{M_R \tilde{q}_0}{2\tilde{\mathbf{q}}^2}. \quad (4.123)$$

Используя связь между инвариантными формфакторами $g_i(q^2)$ и формфакторами f_{\pm}, f_0 в СЦИ, получим с помощью (4.120) и (4.123) при $|\tilde{\mathbf{q}}| \rightarrow 0$

$$|f_0|^2 \simeq |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j-1}, \quad (4.124)$$

$$|f_+|^2 + |f_-|^2 \simeq |\tilde{\mathbf{q}}|^{2j-3}, \quad \frac{|f_0|^2}{|f_+|^2 + |f_-|^2} = \frac{2j-1}{2j+1} \frac{\tilde{\mathbf{q}}^2}{\tilde{q}_0^2}.$$

Таким образом, дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов нуклонами при возбуждении нуклонных резонансов с $j^{np} = \frac{3^-}{2}, \frac{5^+}{2}, \frac{7^-}{2}, \dots$ в пределе $|\tilde{q}| \rightarrow 0$ определяется формулой [31]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} (eN \rightarrow eN^*) = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} |f_0|^2}{4\epsilon_1^2 \sin^2 \frac{4\theta}{2} \left(1 + 2 \frac{\epsilon_1}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)} \times \\ \times \frac{\tilde{q}_0^2}{\tilde{q}^2} \left(\frac{-q^2}{\tilde{q}_0^2} + \frac{2j-3}{2j-1} \frac{q^2}{2\tilde{q}^2} + \frac{2j+1}{2j-1} \frac{M_R^2}{M^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (4.125)$$

Из этой формулы видно, что измерение сечения порогового образования резонансов (при фиксированном значении q^2 , но разных значениях угла рассеяния электрона) позволяет определить спин резонанса и его четность. Если же квантовые числа изучаемого резонанса известны, то с помощью (4.125) можно проверить справедливость порогового разложения неупругих формфакторов.

Для нуклонных формфакторов с $j^{np} = \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots$ дополнительная матрица γ_5 перепутывает большие и малые компоненты спиноров. Вследствие этого в матричном элементе возникает дополнительный множитель $\sigma \cdot \tilde{q}$. Поэтому матричные элементы $\langle N^*(p_2) | J \cdot e | N(p_1) \rangle$ определяются в пределе $|\tilde{q}| \rightarrow 0$ двумя независимыми инвариантными формфакторами g_0' и g_0'' :

$$\langle N^*(p_2) | J \cdot e | N(p_1) \rangle = \\ = g_0'(q^2) M_R^2 \bar{\psi}^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu} i^{-\frac{1}{2}} q_{\mu_2} \dots q_{\mu} \gamma_5 u(p_1) (e_{\mu_1} q \cdot p_1 - q_{\mu_1} e \cdot p_1) + \\ + g_0''(q^2) M_R^3 \bar{\psi}^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu} i^{-\frac{1}{2}} q_{\mu_2} \dots q_{\mu} (e_{\mu_1} \hat{q} - q_{\mu_1} \hat{e}) \gamma_5 u(p_1). \quad (4.126)$$

Чтобы найти связь формфакторов g_0' и g_0'' с формфакторами $g_i(q^2)$, $i = 1, 2, 3$, запишем матричный элемент (4.126) в системе покоя резонанса:

$$\langle N^*(p_2) | J \cdot e | N(p_1) \rangle = \\ = (-1)^{2j+1} N_1 N_2 M_R^2 |\tilde{q}| i^{-\frac{3}{2}} \chi^{+i_1 i_2 \dots i} i^{-\frac{1}{2}} n_{i_1} \dots n_{i_j} \times \\ \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \left[g'_0(q^2) \left(\tilde{q}_{i_1} \cdot \mathbf{e}_0 \frac{q^2 \tilde{E}_1}{\tilde{q}^2} + q \cdot p_1 (e_{i_1} - n_{i_1} \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}) \right) \right] + \right. \\ & + g''_0(q^2) M_R \left[\tilde{q}_{i_1} e_0 \frac{q^2}{\tilde{q}^2} + (M + M_R) (e_{i_1} - n_{i_1} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}) - \right. \\ & \left. \left. - i(E_1 + M) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{n} \right] \right\} \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{\tilde{E}_1 + M} \varphi. \end{aligned} \quad (4.127)$$

Сравнивая эту формулу с формулой (4.107) для матричного элемента $\langle N^*(p_2) | J \cdot e | N(p_1) \rangle$ в системе покоя резонанса, найдем

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_1(q^2) &= -g'_0(q^2) \frac{M_R \tilde{E}_1}{\tilde{q}^2} - g''_0(q^2) \frac{M_R^2}{\tilde{q}^2}, \\ \bar{g}_2(q^2) &= g'_0(q^2) \frac{q \cdot p_1}{2\tilde{q}^2} + g''_0(q^2) \frac{M_R(M + M_R)}{2\tilde{q}^2}, \\ \bar{g}_3(q^2) &= -g'_0(q^2) \frac{q \cdot p_1}{2\tilde{q}^2} - g''_0(q^2) \frac{M_R(\tilde{E}_1 + M)}{\tilde{q}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.128)$$

где через $\bar{g}_i(q^2)$ обозначены инвариантные формфакторы электромагнитного тока для переходов $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \dots$

Считая теперь, что $\bar{g}'_0(0), \bar{g}''_0(0) \neq 0$ при $q^2 = 0$, получим для порогового поведения неупругих формфакторов (описывающих электромагнитные переходы $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{5^-}{2}, \dots$) формулы

$$|f_0|^2 \simeq |\tilde{\mathbf{q}}|^{2l+1}, \quad |f_{\pm}|^2 \simeq |\tilde{\mathbf{q}}|^{2l-1}. \quad (4.129)$$

Возбуждение нуклонных резонансов со спином 1/2 описывается, как указывалось выше, двумя электромагнитными формфакторами. Используя связь инвариантных структурных функций $\bar{W}_{1,2}$ с формфакторами f_{\pm}, f_0 , а также явный вид $\bar{W}_{1,2}$ в терминах соответствующих инвариантных формфакторов, нетрудно получить

$$\begin{aligned} |f_0|^2 &\simeq \tilde{\mathbf{q}}^4, \quad |f_{\pm}|^2 \simeq \tilde{\mathbf{q}}^2 \quad \text{для} \quad \frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2}, \\ |f_0|^2 &\simeq \tilde{\mathbf{q}}^2, \quad |f_{\pm}|^2 = \text{const} \quad \text{для} \quad \frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{1^-}{2}. \end{aligned}$$

§ 6. РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ АДРОНАМИ

6.1. Структурные функции. Рассмотрим теперь неупругое рассеяние электронов (или мюонов) на поляризованной адронной мишени. По-прежнему будем интересоваться такой постановкой опыта,

когда в конечном состоянии регистрируется только рассеянный электрон (измеряется энергия и угол рассеяния электрона). Это соответствует тому, что в сечении eA -взаимодействия по конечным адронным состояниям выполняется суммирование.

Как было показано выше, в однофотонном приближении сечение неупругого рассеяния электроном неполяризованной адронной мишенью определяется тензором $W_{\alpha\beta}$, сечение же неупругого рассеяния электронов поляризованной адронной мишенью определяется тензором

$$W_{\alpha\beta}(\rho) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda\lambda'} \sum_F \frac{\langle p_1, \lambda | J_\beta^+ | F \rangle \langle F | J_\alpha | p_1, \lambda' \rangle \rho_{\lambda\lambda'} \delta(q + p_1 - p_2),}{(4.130)}$$

где λ, λ' — проекции спина адрона мишени на ось квантования, $\rho = \rho_{\lambda\lambda'}$ — матрица плотности, характеризующая поляризационные состояния частицы мишени, черта означает суммирование по поляризациям конечных адронов. В дальнейшем будем учитывать только векторную поляризацию мишени, тогда матрица плотности в системе покоя частицы будет иметь вид

$$\rho = \frac{1}{2s+1} (1 + \hat{s} \cdot \xi), \quad (4.131)$$

где \hat{s} — оператор спина, ξ — вектор поляризации частицы. Для спина $s = 1/2$ это выражение представляет собой полную матрицу плотности, если же $s > 1/2$, то полная матрица плотности, кроме вектора поляризации ξ , будет содержать и другие слагаемые (определяющие, например, для спина, равного единице, тензорную поляризацию).

Подставляя (4.131) в (4.130), запишем тензор $W_{\alpha\beta}(\rho)$ в виде суммы двух следующих слагаемых:

$$\left. \begin{aligned} W_{\alpha\beta}(\rho) &= W_{\alpha\beta} + W_{\alpha\beta}(s), \\ W_{\alpha\beta} &= \frac{(2\pi)^3}{2s+1} \sum_{F,\lambda} \langle p_2, \lambda | J_\beta^+ | F \rangle \langle F | J_\alpha | p_1, \lambda \rangle \delta(q + p_1 - p_2), \\ W_{\alpha\beta}(s) &= \frac{(2\pi)^3}{2s+1} \sum_{F,\lambda,\lambda'} \langle p_1, \lambda | J_\beta^+ | F \rangle \langle F | J_\alpha | p_1, \lambda' \rangle \times \\ &\times (\hat{s} \cdot \xi)_{\lambda\lambda'} \delta(q + p_1 - p_2). \end{aligned} \right\} \quad (4.132)$$

Здесь $W_{\alpha\beta}$ совпадает с ранее введенным тензором (см. (4.18)), описывающим сечение рассеяния лептонов на неполяризованной мишени, а линейный по спину тензор $W_{\alpha\beta}(s)$ определяет добавку к сечению рассеяния, обусловленную поляризацией мишени.

Из сохранения адронного электромагнитного тока следует соотношение

$$W_{\alpha\beta}(s) q_\beta = W_{\alpha\beta}(s) q_\alpha = 0, \quad (4.133)$$

причем тензор $W_{\alpha\beta}(s)$, так же как и тензор $W_{\alpha\beta}$, является эрмитовым:

$$W_{\alpha\beta}^*(s) = W_{\beta\alpha}(s). \quad (4.134)$$

Чтобы установить тензорную структуру $W_{\alpha\beta}(s)$ в любой системе отсчета, введем 4-вектор поляризации s , удовлетворяющий условиям

$$s^2 = -1, \quad s \cdot p = 0 \quad (4.135)$$

(p — 4-импульс адрона). Компоненты s в произвольной системе, в которой частица имеет 3-импульс \mathbf{p} , запишем в виде

$$s_0 = \frac{\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}}{M}, \quad s = \boldsymbol{\xi} + \frac{\mathbf{p}}{M} \frac{\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}}{E + M}$$

(E , \mathbf{p} — энергия и импульс адрона, $\boldsymbol{\xi}$ — единичный вектор поляризации покоящейся частицы).

Учитывая (4.135) и свойства (4.133), (4.134), найдем тензорную структуру $W_{\alpha\beta}(s)$ [41]:

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta}(s) = & \frac{i}{M} S_1(v, q^2) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} s_\gamma q_\delta + \\ & + \frac{i}{M^3} S_2(v, q^2) \left[\left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \varepsilon_{\beta\mu\nu\rho} s_\mu q_\nu p_{1\rho} - \right. \\ & - \left. \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \varepsilon_{\alpha\mu\nu\rho} s_\mu q_\nu p_{1\rho} \right] + \frac{1}{M^3} S_3(v, q^2) \left[\left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \times \right. \\ & \times \left. \varepsilon_{\beta\mu\nu\rho} s_\mu q_\nu p_{1\rho} + \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \varepsilon_{\alpha\mu\nu\rho} s_\mu q_\nu p_{1\rho} \right], \quad (4.136) \end{aligned}$$

где S_i — некоторые функции инвариантных переменных v и q^2 . Их называют структурными функциями неупругого рассеяния электронов поляризованными адронами. В силу эрмитовости $W_{\alpha\beta}(s)$ все три инвариантные функции $S_i(v, q^2)$ вещественны. Если на поляризованной мишени рассеиваются неполяризованные электроны, то после суммирования по поляризациям конечного электрона вклад поляризации мишени определяется только инвариантной функцией $S_3(v, q^2)$. Это связано с тем, что лептонный тензор $l_{\alpha\beta}$ при рассеянии неполяризованных частиц является симметричным. Структурные функции $S_1(v, q^2)$ и $S_2(v, q^2)$ определяют поляризационные эффекты при рассеянии поляризованных электронов на поляризационной мишени.

Если электромагнитное взаимодействие адронов T -инвариантно, то $S_3(v, q^2) = 0$. Отсюда вытекает способ проверки T -инвариантности, который сводится к поиску асимметрии углового распределения при неупругом рассеянии неполяризованных электронов поляризованной нуклонной мишенью: в случае T -инвариантности асимметрия равна нулю и дифференциальные сечения

рассеяния неполяризованных электронов на неполяризованной и поляризованной мишенях должны совпадать.

Исследуем теперь связь структурных функций $S_i(v, q^2)$ с полными сечениями поглощения виртуального γ -кванта адроном (полные сечения пропорциональны произведению $e_\alpha e_\beta W_{\alpha\beta}$, где e_α — 4-вектор поляризации γ -кванта).

Из (4.136) следует, что полные сечения поглощения продольных и неполяризованных поперечных виртуальных γ -квантов не зависят от 4-вектора поляризации s и определяются только структурными функциями W_1 и W_2 , которые описывают неупругое рассеяние электронов на неполяризованной адронной мишени. Это означает, что в соответствующих полных сечениях векторная поляризация не проявляется. Полное сечение поглощения линейно поляризованных поперечных виртуальных γ -квантов также не зависит от векторной поляризации мишени. И только рассеяние циркулярно поляризованных виртуальных γ -квантов зависит от векторной поляризации мишени.

Выбирая векторы циркулярной поляризации виртуального γ -кванта $e_r = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0, 0)$, $e_l = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -i, 0, 0)$, получим следующие формулы для полных сечений σ_r и σ_l поглощения виртуальных γ -квантов с правой (r) и левой (l) циркулярными поляризациями:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{2\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} \left[W_1(v, q^2) + \xi_s \frac{v}{M^2} S_1(v, q^2) \right], \\ \sigma_l &= \frac{2\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} \left[W_1(v, q^2) - \xi_s \frac{v}{M^2} S_1(v, q^2) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4.137)$$

Видим, что σ_r отличается от σ_l только в том случае, если мишень поляризована вдоль направления импульса виртуального γ -кванта, т. е. если $\xi_s \neq 0$, при этом

$$\sigma_r - \sigma_l = \xi_s \frac{4\pi^2\alpha}{v + \frac{q^2}{2}} \frac{v}{M^2} S_1(v, q^2).$$

Таким образом, структурная функция $S_1(v, q^2)$ определяет различие в сечениях полного поглощения циркулярно поляризованных виртуальных γ -квантов поляризованной мишенью. Разность $\sigma_r - \sigma_l$ в пределе $q^2 \rightarrow 0$ определяет аномальный магнитный момент адрона со спином $1/2$ [11, 42]

$$2\pi^2 \frac{e^2}{M^3} \kappa^2 = \int_{E_0}^{\infty} dE_\gamma \frac{\sigma_r(E_\gamma) - \sigma_l(E_\gamma)}{E_\gamma},$$

где E_γ — энергия γ -кванта, E_0 — пороговая энергия фотообразования пионов на адроне, κ — аномальный магнитный момент.

Поскольку полные сечения σ_r и σ_l положительны, то из (4.137) вытекают неравенства

$$W_1(\nu, q^2) + \frac{\nu}{M^2} S_1(\nu, q^2) \geq 0, \quad W_1(\nu, q^2) - \frac{\nu}{M^2} S_1(\nu, q^2) \geq 0,$$

эквивалентные условию $W_1(\nu, q^2) \geq \frac{\nu}{M^2} |S_1(\nu, q^2)|$.

Выше отмечалось, что произведение $e_{\alpha\beta}^* W_{\alpha\beta}$ пропорционально амплитуде $F(\gamma^* N)$ рассеяния виртуального γ -кванта на нулевой угол. Выпишем эту амплитуду в виде

$$F(\gamma^* N) = f_1 \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^* + f_2 \mathbf{e} \cdot \mathbf{n} \mathbf{e}^* \cdot \mathbf{n} + i f_3 \boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{e}^* + \\ + f_4 \mathbf{e} \cdot \mathbf{n} \boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{e}^* + f_5 \mathbf{e}^* \cdot \mathbf{n} \boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{e}, \quad (4.138)$$

где функции f_i зависят от ν и q^2 (\mathbf{n} — единичный вектор в направлении \mathbf{q}).

Число слагаемых в (4.138) соответствует их числу в тензоре $W_{\alpha\beta}(\rho)$ — два слагаемых в $W_{\alpha\beta}$ (рассеяние на неполяризованных адронах) и три в $W_{\alpha\beta}(s)$ (рассеяние на поляризованной мишени).

Амплитуда f_1 описывает упругое рассеяние поперечных и продольных γ -квантов на неполяризованной мишени, амплитуда f_2 — рассеяние только продольных виртуальных γ -квантов на неполяризованной мишени. Поэтому в силу оптической теоремы $\text{Im } F(\gamma^* N) = \pi e_{\alpha\beta}^* W_{\alpha\beta}$ имеем

$$\text{Im } f_1 \simeq \sigma_T, \quad \text{Im } (f_1 + f_2) \simeq \sigma_L.$$

Амплитуды f_3, f_4, f_5 описывают рассеяние виртуальных γ -квантов на поляризованной мишени. Только амплитуда f_3 вносит вклад в упругое рассеяние циркулярно поляризованных γ -квантов (при этом мишень должна быть продольно поляризована, $\zeta_3 \neq 0$), поэтому

$$\text{Im } (f_1 + \zeta_3 f_3) \simeq \sigma_r, \quad \text{Im } (f_1 - \zeta_3 f_3) \simeq \sigma_l.$$

Амплитуды f_4 и f_5 не связаны с упругим рассеянием: f_4 описывает превращение продольно поляризованного γ -кванта в поперечно поляризованный, а f_5 — поперечно поляризованного в продольный (при этом проекция спина мишени изменяется на единицу). Поскольку оптическая теорема применима только к амплитуде упругого рассеяния (без переверота спина), то амплитуды f_4, f_5 нельзя связать с полными сечениями $\gamma^* N$ -взаимодействия.

Амплитудам f_4 и f_5 в (4.138) отвечают структурные функции $S_2(\nu, q^2)$ и $S_3(\nu, q^2)$, причем эти структурные функции отличны от нуля только в том случае, если электромагнитный ток адронов имеет как поперечную, так и продольную части.

6.2. Дифференциальное сечение и асимметрия рассеяния. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния неполяризованных электронов на поляризованной мишени в терминах структурных функций имеет следующий вид (в лабораторной системе):

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dvd(-q^2)} = \pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{1}{\varepsilon_1^2 M^2} & \left[2(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta - 2m_e^2) W_1(\nu, q^2) + \right. \\ & + (\varepsilon_1 \varepsilon_2 + |\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta + m_e^2) W_2(\nu, q^2) + \\ & \left. + 2(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{M} S_3(\nu, q^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.139)$$

Отсюда видно, что если нарушается T -инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов, то при рассеянии неполяризованных электронов на адронной мишени, поляризованной перпендикулярно плоскости рассеяния электронов, возникает асимметрия.

Другими словами, если $\frac{d^2\sigma^\uparrow}{dvd|q^2|}$ и $\frac{d^2\sigma^\downarrow}{dvd|q^2|}$ — сечения рассеяния электронов на адронах, поляризованных по и против нормали к плоскости рассеяния электрона, то

$$\frac{d^2\sigma^\uparrow}{dvd|q^2|} - \frac{d^2\sigma^\downarrow}{dvd|q^2|} = 4\pi \zeta_T \frac{|\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| \sin \vartheta}{\varepsilon_1^2 M^2} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{M} S_3(\nu, q^2),$$

где ζ_T — компонента поляризации мишени в направлении перпендикуляра к плоскости рассеяния электрона. Если пренебречь массой электрона, то формула (4.139) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dvd|q^2|} = \frac{2\pi}{M^2} \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} & \left[2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} W_1(\nu, q^2) + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} W_2(\nu, q^2) + \right. \\ & \left. + \zeta_T \sin \vartheta \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{M} S_3(\nu, q^2) \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, коэффициент асимметрии

$$A_\zeta \equiv \left(\frac{d^2\sigma^\uparrow}{dvd|q^2|} - \frac{d^2\sigma^\downarrow}{dvd|q^2|} \right) / \left(\frac{d^2\sigma^\uparrow}{dvd|q^2|} + \frac{d^2\sigma^\downarrow}{dvd|q^2|} \right)$$

определяется формулой

$$\begin{aligned} A_\zeta = \zeta_T \sin \vartheta \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{M} S_3(\nu, q^2) & \left[2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} W_1(\nu, q^2) + \right. \\ & \left. + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} W_2(\nu, q^2) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (4.140)$$

При $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi$ асимметрия обращается в нуль.

Добавка к дифференциальному сечению рассеяния неполяризованных электронов на неполяризованной мишени, пропорциональная одновременно вектору поляризации мишени $\boldsymbol{\zeta}$ и вектору поляризации налетающего электрона $\boldsymbol{\xi}$, определяется структурными

функциями $S_1(\nu, q^2)$ и $S_2(\nu, q^2)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma(\xi, \xi)}{d\nu d|q^2|} &= \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{2\pi}{\varepsilon_1^2 M^3} \times \\ &\times \left\{ m_e (\xi \cdot \xi) \left[q^2 S_1(\nu, q^2) - \left(q^2 - \frac{\nu^2}{M^2} \right) S_2(\nu, q^2) \right] + \right. \\ &\quad \left. + m_e (\xi \cdot \mathbf{q}) (\xi \cdot \mathbf{q}) [S_1(\nu, q^2) - S_2(\nu, q^2)] + \right. \\ &\quad \left. + (\xi [\mathbf{q} \times \mathbf{k}_1] \times \mathbf{q}) \frac{\xi \cdot \mathbf{k}_1}{q^2 (\varepsilon_1 + m_e)} \left[q^2 S_1(\nu, q^2) - \left(q^2 - \frac{\nu^2}{M^2} \right) S_2(\nu, q^2) \right] - \right. \\ &\quad \left. - (\xi \cdot \mathbf{q}) (\xi \cdot \mathbf{k}_1) \frac{q_0}{q^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[(\varepsilon_1 - m_e) (\varepsilon_2 + m_e) + \mathbf{k}_2^2 - \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \left(1 + \frac{\varepsilon_2 + m_e}{\varepsilon_1 + m_e} \right) \right] S_1(\nu, q^2) \right\}. \quad (4.141) \end{aligned}$$

Если пренебречь массой электрона, то эта формула примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma(\xi, \xi)}{d\nu d|q^2|} &= \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{2\pi}{\varepsilon_1^3 M^3} \left\{ (\xi \cdot \mathbf{q}) (\xi \cdot \mathbf{k}_1) \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{2q^2} q^2 S_1(\nu, q^2) + \right. \\ &\quad \left. + (\xi [\mathbf{n} \times \mathbf{k}_1] \times \mathbf{n}) (\xi \cdot \mathbf{k}_1) \left[q^2 S_1(\nu, q^2) - \left(q^2 - \frac{\nu^2}{M^2} \right) S_2(\nu, q^2) \right] \right\}. \quad (4.142) \end{aligned}$$

Таким образом, отличный от нуля вклад в сечение рассеяния поляризованных электронов поляризованной мишенью возникает только в том случае, если векторы поляризации налетающего электрона ξ и мишени ξ расположены в плоскости рассеяния электрона; в противном случае вклад поляризаций оказывается пропорциональным массе электрона.

Объединяя эти формулы, получим следующее выражение для дифференциального сечения рассеяния поляризованных электронов на поляризованной мишени:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|} &= \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{2\pi}{\varepsilon_1^2 M^2} \left\{ 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, q^2) + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, q^2) + (\xi \cdot \hat{\mathbf{k}}_1 \times \hat{\mathbf{k}}_2) \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{M} \varepsilon_1 \varepsilon_2 S_3(\nu, q^2) + \right. \\ &\quad \left. + (\xi \cdot \hat{\mathbf{k}}_1) (\xi \cdot \mathbf{q}) \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{2q^2} \frac{q^2}{M} S_1(\nu, q^2) + \right. \\ &\quad \left. + (\xi \cdot [\mathbf{n} \times \hat{\mathbf{k}}_1] \otimes \mathbf{n}) (\xi \cdot \mathbf{k}_1) \frac{q^2}{M} \left[S_1(\nu, q^2) - \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2} \right) S_2(\nu, q^2) \right] \right\} \quad (4.143) \end{aligned}$$

(предполагается, что $m_e = 0$).

6.3. Неупругие формфакторы и структурные функции. Так же как и электророжение нуклонных резонансов, образование произвольного адронного состояния при неупругом рассеянии электронов нуклонами можно характеризовать неупругими формфакторами. При этом адронное состояние (обозначим его через A) определяется инвариантной эффективной массой W , полным угловым моментом j и электрическим зарядом Q (знание числа адронов, их спинов и четностей для дальнейшего не существенно).

Рассмотрим в лабораторной системе матричные элементы оператора электромагнитного тока $\langle A, \lambda' | J_\mu | N, \lambda \rangle$, где λ, λ' — проекции на направление импульса виртуального γ -кванта (ось z) спина начального нуклона и полного момента адронной системы A в конечном состоянии. Так как электромагнитный ток сохраняется, то $q_0 \langle A, \lambda' | J_0 | N, \lambda \rangle = \mathbf{q} \cdot \langle A, \lambda' | \mathbf{J} | N, \lambda \rangle$. Поэтому независимыми являются только три компоненты 4-вектора $\langle A, \lambda' | J_\mu | N, \lambda \rangle$, в качестве которых можно выбрать его пространственные компоненты.

Покажем теперь, что для каждого адронного состояния A с определенным значением полного углового момента j существуют всего три независимых матричных элемента $\langle A, \lambda' | J_\mu | N, \lambda \rangle$. Используем для этого известные свойства матричных элементов векторного оператора в представлении угловых моментов

$$\langle A, \lambda' | J_z | N, \lambda \rangle = \delta_{\lambda\lambda'} \langle A, \lambda | J_z | N, \lambda \rangle,$$

$$\langle A, \lambda' = \lambda - 1 | J_x + iJ_y | N, \lambda \rangle = \langle A, \lambda' = \lambda + 1 | J_x - iJ_y | N, \lambda \rangle = 0$$

и учтем инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов относительно пространственных отражений. Можно показать, что инвариантность относительно отражений в плоскости xz приводит к соотношениям [38]

$$\langle A, \lambda' | J_\mu | N, \lambda \rangle = \eta \exp[i\pi(\lambda - \lambda')] \langle A, -\lambda' | J_\mu | N, -\lambda \rangle, \quad \mu \neq y,$$

$$\langle A, \lambda' | J_\mu | N, \lambda \rangle = -\eta \exp[i\pi(\lambda - \lambda')] \langle A, -\lambda' | J_\mu | N, -\lambda \rangle,$$

$$\mu = y,$$

где $\eta = \eta_p(A) \exp\left[i\pi\left(j - \frac{1}{2}\right)\right]$, $\eta_p(A)$ — внутренняя четность адронов A .

Из этих формул следует, что электророжение произвольного адронного состояния A (с определенным значением j) характеризуется тремя независимыми матричными элементами оператора электромагнитного тока, которые можно выбрать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} \left\langle A, \frac{1}{2} \pm 1 | J_x \pm iJ_y | N, \frac{1}{2} \right\rangle &\equiv F_\pm, \\ \left\langle A, \frac{1}{2} | J_z | N, \frac{1}{2} \right\rangle &\equiv F_z. \end{aligned} \right\} \quad (4.144)$$

Эти величины называют неупругими электромагнитными формфакторами адронного состояния A .

В соответствии с (4.132) и (4.136) можно ввести структурные функции $W_{1,2}(\nu, q^2)$ и $S_{1,2,3}(\nu, q^2)$ электророждения адронов. Они связаны с неупругими формфакторами соотношениями

$$\left. \begin{aligned} W_1(\nu, q^2) &= (2\pi)^3 \sum_A (|F_+|^2 + |F_-|^2) \delta(q + p_1 - p_2), \\ W_2(\nu, q^2) &= (2\pi)^3 \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right)^{-1} \sum_A \left(|F_+|^2 + |F_-|^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{q^2 M^2}{\nu^2} |F_z|^2\right) \delta(q + p_1 - p_2), \\ S_1(\nu, q^2) &= (2\pi)^3 \frac{M^2}{\nu} \sum_A (|F_+|^2 - |F_-|^2) \delta(q + p_1 - p_2), \\ S_1(\nu, q^2) - \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right) S_2(\nu, q^2) &= \\ &= -\frac{M^2}{2\nu} (2\pi)^3 \sum_A (F_z F_-^* + F_z^* F_-) \eta \delta(q + p_1 - p_2), \\ S_3(\nu, q^2) &= i \frac{M^2}{2\nu} \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right)^{-1} (2\pi)^3 \sum_A \eta (F_- F_z^* - \\ &\quad - F_-^* F_z) \delta(q + p_1 - p_2). \end{aligned} \right\} \quad (4.145)$$

Подставляя эти выражения в (4.143), найдем дифференциальное сечение $d^2\sigma/d\nu dq^2$ в терминах неупругих формфакторов.

Соотношения (4.145) позволяют убедиться в справедливости неравенств

$$W_1(\nu, q^2) \geq 0, \quad (4.146a)$$

$$W_2(\nu, q^2) - \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right)^{-1} W_1(\nu, q^2) \geq 0, \quad (4.146б)$$

$$\begin{aligned} W_1(\nu, q^2) \left| W_2(\nu, q^2) \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right) - W_1(\nu, q^2) \right| &\geq \\ &\geq -\frac{q^2}{M^2} \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right)^2 S_3^2(\nu, q^2), \end{aligned} \quad (4.146в)$$

$$W_1(\nu, q^2) \geq \frac{\nu}{M^2} |S_1(\nu, q^2)|, \quad (4.146г)$$

$$\begin{aligned} \left[W_1(\nu, q^2) - \frac{\nu}{M^2} S_1(\nu, q^2) \right] \left[W_2(\nu, q^2) \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right) - W_1(\nu, q^2) \right] &\geq \\ &\geq 2 \frac{(-q^2)}{M^2} \left[S_1(\nu, q^2) - \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2}\right) S_2(\nu, q^2) \right]^2, \end{aligned} \quad (4.146д)$$

$$\left[W_1(v, q^2) - \frac{v}{M^2} S_1(v, q^2) \right] \left[W_2(v, q^2) \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) - W_1(v, q^2) \right] \geq \\ \geq 2 \frac{(-q^2)}{M^2} \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right)^2 S_3^2(v, q^2). \quad (4.146e)$$

Эти неравенства связаны с положительностью эрмитовой квадратичной формы [41]

$$W_{\alpha\beta}(\rho) e_\alpha e_\beta^* \geq 0,$$

где e_α — любой комплексный 4-вектор.

Напомним, что неравенства (4.146а), (4.146б) были получены нами ранее (см. (4.36)) из требования положительности полных сечений поглощения поперечных (неполяризованных) и продольных виртуальных γ -квантов неполяризованной нуклонной мишенью. Неравенство (4.146г) следует из требования положительности сечения поглощения циркулярно поляризованных γ -квантов поляризованной нуклонной мишенью.

Если неравенство (4.146в) записать в виде

$$R \frac{M^2}{(-q^2)} \geq \left[\left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) \frac{S_3(v, q^2)}{W_L(v, q^2)} \right]^2, \quad R \equiv \frac{\sigma_L}{\sigma_T},$$

то получим ограничение для асимметрии рассеяния неполяризованных электронов поперечно поляризованной мишенью

$$|A_\zeta| \leq \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\sqrt{-q^2}} \frac{\sqrt{R}}{\left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} + \frac{1+R}{2} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}}. \quad (4.147)$$

Видим, что асимметрия A_ζ обращается в нуль в тех точках плоскости v, q^2 , где $R = 0$, т. е. в точках, в которых отсутствует поглощение продольных виртуальных γ -квантов.

Рассеяние продольно поляризованных электронов на нуклонной мишени, поляризованной в направлении импульса налетающего лептона, можно характеризовать двумя сечениями ($\sigma^{\uparrow\uparrow}$ и $\sigma^{\uparrow\downarrow}$), отвечающими параллельной и антипараллельной ориентациям спинов нуклона и электрона (вдоль импульса \mathbf{k}_1). В терминах этих сечений асимметрия рассеяния поляризованных электронов на поляризованной нуклонной мишени характеризуется величиной

$$\Sigma = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow} - \sigma^{\uparrow\downarrow}}{\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\uparrow\downarrow}}.$$

Используя (4.141), получим для Σ выражение

$$\Sigma = \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cos \vartheta) (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) S_1(v, q^2) - \right. \\ \left. - \varepsilon_2 q^2 (1 + \cos \vartheta) \left[S_1(v, q^2) - \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) S_2(v, q^2) \right] \right\} \times \\ \times \left[M q^2 W_1(v, q^2) \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} + \frac{1+R}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right) \right]^{-1}.$$

Установленные выше неравенства позволяют найти следующую оценку для асимметрии Σ :

$$|\Sigma| \leq \left[1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} - \frac{\varepsilon_2 v (1 + \cos \vartheta)}{M q^2} + \frac{\varepsilon_2 (1 + \cos \vartheta)}{\sqrt{1 - q^2}} \sqrt{R} \right] \times \\ \times \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} + \frac{1 + R}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} \right)^{-1}.$$

Отметим, что инвариантность электромагнитного взаимодействия адронов относительно обращения времени приводит к тому, что для каждого адронного конечного состояния относительная фаза всех трех электромагнитных неупругих формфакторов равна нулю [38]. Поэтому, как видно из (4.145), структурная функция $S_3(v, q^2)$ в T -инвариантной теории должна обращаться в нуль.

Рассмотрим образование одного адронного состояния A (с определенным значением полного углового момента). При этом суммы в формулах (4.145) будут содержать по одному слагаемому и для T -инвариантного электромагнитного взаимодействия будет справедливо следующее соотношение между структурными функциями:

$$\left[\left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) W_2(v, q^2) - W_1(v, q^2) \right] \left[W_1(v, q^2) - \frac{v}{M^2} S_1(v, q^2) \right] = \\ = -2 \frac{q^2}{M^2} \left[S_1(v, q^2) - \left(1 - \frac{v^2}{M^2 q^2} \right) S_2(v, q^2) \right]^2,$$

т. е. одно из неравенств (4.146) обращается в равенство.

6.4. Поляризационные состояния виртуального γ -кванта. Выше мы показали, что неупругое рассеяние неполяризованных электронов на неполяризованных адронах при регистрации только рассеянного электрона можно описывать в терминах полных сечений взаимодействия виртуальных γ -квантов с адронами. При этом виртуальный γ -квант может обладать как поперечной, так и продольной поляризацией. Покажем, что поперечные виртуальные γ -кванты при рассеянии неполяризованных электронов обладают линейной поляризацией. Линейная поляризация виртуальных γ -квантов не проявляется при регистрации только рассеянного электрона, однако может проявиться в тех опытах, в которых в конечном состоянии регистрируется электрон и один из образующихся адронов.

Поляризационные состояния виртуального γ -кванта удобно описывать с помощью матрицы плотности. Рассмотрим с этой целью процесс поглощения γ -кванта адроном A $\gamma^* + A \rightarrow B$, матричный элемент которого имеет вид

$$m(\gamma^* A \rightarrow B) = e e_\mu \langle B | J_\mu | A \rangle \equiv m_\gamma,$$

где e_μ — 4-вектор поляризации γ -кванта с импульсом q , B — совокупность образующихся адронов. Квадрат матричного элемента

запишем следующим образом:

$$|m(\gamma^* A \rightarrow B)|^2 = e^2 L_{\mu\nu}^{(\gamma)} W_{\mu\nu}, \quad L_{\mu\nu}^{(\gamma)} = e_\mu e_\nu^*,$$

$$W_{\mu\nu} = \langle B | J_\mu | A \rangle \langle B | J_\nu | A \rangle^*$$

(черта означает суммирование по поляризациям адронов B и усреднение по поляризации адрона A).

Так как электромагнитный ток сохраняется, а согласно (4.35) выполняется условие $eq = 0$, то квадрат модуля матричного элемента m_γ определяется только пространственными компонентами тензоров $L_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ и $W_{\mu\nu}$. (Совокупность величин $L_{ij}^{(\gamma)} \equiv \rho_{ij}$, $i = 1, 2, 3$, можно называть матрицей плотности виртуального γ -кванта.)

Определим вид матрицы плотности γ^* -кванта в некоторых простейших случаях.

Если γ^* -квант поляризован вдоль оси x , т. е. $e_\mu = (1, 0, 0, 0)$, то

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Если γ^* -квант частично поляризован, т. е. $e_\mu = (e_x, e_y, 0, 0)$, то

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{1+\varepsilon}{2} & e_x e_y & 0 \\ e_x e_y & \frac{1-\varepsilon}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.148)$$

где $\varepsilon = (e_x^2 - e_y^2)/(e_x^2 + e_y^2)$ — степень линейной поляризации γ -кванта.

Если γ^* -квант обладает циркулярной поляризацией, т. е.

$e_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0, 0)$, то

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{i}{2} & 0 \\ \frac{i}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.148')$$

Наконец, в случае неполяризованного поперечного γ^* -кванта матрица плотности имеет вид

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим теперь рассеяние электронов адронами. Матричный элемент m этого процесса в борновском приближении определяется формулой

$$m(e^-A \rightarrow e^-B) = \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \langle B | J_\mu | A \rangle \equiv m_e.$$

Сравнение этой формулы с формулой для m_γ показывает, что 4-вектор $e \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1)/q^2$ следует интерпретировать как 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта

$$e_\mu(\gamma^*) = \frac{e}{q^2} \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1).$$

Заметим, что этот вектор ортогонален в силу уравнения Дирака вектору q , т. е. $\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) q_\mu = \bar{u}(k_2) (\hat{k}_2 - \hat{k}_1) u(k_1) = 0$. Возведем в квадрат модуль матричного элемента m_e и выполним суммирование по поляризациям конечных адронов и усреднение по поляризациям начального адрона:

$$|m_e|^2 = \frac{2e^4}{(-q^2)} L_{\mu\nu}^{(e)} W_{\mu\nu},$$

где тензор $L_{\mu\nu}^{(e)}$ определяется соотношением

$$-2q^2 L_{\mu\nu}^{(e)} = \overline{\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) [\bar{u}(k_2) \gamma_\nu u(k_1)]^*} \quad (4.149)$$

(черта означает суммирование по поляризациям электрона в конечном состоянии). Структура выражения для $|m_e|^2$ та же, что и для выражения $|m_\gamma|^2$, поэтому тензор $L_{\mu\nu}^{(e)}$ может быть использован для введения матрицы плотности виртуального γ -кванта.

Рассмотрим рассеяние неполяризованных электронов. В этом случае тензор $L_{\mu\nu}^{(e)}$ будет определяться формулой

$$-2q^2 L_{\mu\nu}^{(e)} = 2k_{1\mu} k_{2\nu} + 2k_{1\nu} k_{2\mu} + g_{\mu\nu} q^2.$$

В системе координат с осью z , направленной вдоль импульса виртуального γ -кванта (ось y перпендикулярна плоскости рассеяния электрона), отличные от нуля компоненты тензора $L_{\mu\nu}^{(e)}$ равны

$$\left. \begin{aligned} 2L_{11}^{(e)} &= 1 - \frac{q^2}{q^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{1 + \kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma}, & 2L_{22}^{(e)} &= 1, \\ 2L_{33}^{(e)} &= 2 \frac{q_0^2}{q^2} \frac{\kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma}, & 2L_{13}^{(e)} &= 2L_{31}^{(e)} = \\ &= \sqrt{\frac{q_0^2}{(-q^2)}} \frac{\sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)}}{1 - \kappa_\gamma}, \end{aligned} \right\} \quad (4.150)$$

где

$$\kappa_\gamma^{-1} = 1 - 2 \frac{q^2}{q^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}$$

(компоненты $L_{0\mu}^{(e)}$ связаны с компонентами $L_{3\mu}$ условием сохранения электронного тока $L_{\mu\nu}^{(e)}q_\nu = L_{\mu\nu}^{(e)}q_\mu = 0$).

Отметим, что при $q^2 \rightarrow 0$ продольные компоненты матрицы $L_{ij}^{(e)}$ сингулярны. Эта сингулярность исчезает при перемножении электронного тока $l_\mu = \bar{u}(k_2)\gamma_{\mu i}u(k_1)$ и адронного тока J_μ . Действительно, используя сохранение токов l_μ и J_μ , т. е. соотношения $l_\mu q_\mu = 0$, $J_\mu q_\mu = 0$, легко показать, что

$$J_\mu l_\mu = J_0 l_0 - \mathbf{J} \cdot \mathbf{l} = -J_1 l_1 - J_2 l_2 - J_3 l_3 \frac{q^2}{q_0^2}.$$

Появляющийся здесь множитель q^2/q_0^2 приводит к сокращению сингулярности в $L_{\mu\nu}^{(e)}$, поэтому множитель q^2/q_0^2 удобно включить в лептонный тензор $L_{\mu\nu}^{(e)}$ и в дальнейшем при перемножении токов l_μ и J_μ не учитывать.

Сравнивая формулы (4.148) и (4.150), видим, что $(1 - \kappa_\gamma) L_{ij}^{(e)}$ представляет собой матрицу плотности виртуального γ -кванта:

$$(1 - \kappa_\gamma) L_{ij}^{(e)} = \rho_{ij}.$$

Таким образом, матрица плотности виртуального γ -кванта при рассеянии неполяризованных электронов имеет вид [40]

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{1 + \kappa_\gamma}{2} & 0 & \sqrt{\frac{\kappa_L}{2}(1 + \kappa_\gamma)} \\ 0 & \frac{1 - \kappa_\gamma}{2} & 0 \\ \sqrt{\frac{\kappa_L}{2}(1 + \kappa_\gamma)} & 0 & \kappa_L \end{bmatrix}, \quad (4.151)$$

где $\kappa_L = -\kappa_\gamma \frac{q_0^2}{q^2}$. Видно, что величина κ_γ имеет смысл степени линейной поляризации виртуального γ -кванта, испущенного при неупругом рассеянии неполяризованных электронов.

Формула (4.151) показывает, что матрица плотности виртуального γ -кванта при рассеянии неполяризованных электронов может быть представлена в виде

$$\rho = \rho_a + \rho_b,$$

где $(\rho_a)_{ij} = (e_a)_i (e_a)_j^*$, $(\rho_b)_{ij} = (e_b)_i (e_b)_j^*$ — матрицы плотности виртуальных γ -квантов с векторами поляризации

$$\mathbf{e}_a = \left(\sqrt{\frac{1 + \kappa_\gamma}{2}}, \quad 0, \quad \sqrt{\kappa_L} \right), \quad \mathbf{e}_b = \left(0, \quad \sqrt{\frac{1 - \kappa_\gamma}{2}}, \quad 0 \right).$$

Иными словами, матрица плотности виртуального γ -кванта при рассеянии неполяризованных электронов отвечает двум некогерентным состояниям γ -кванта с векторами поляризации e_a и e_b .

Таким образом, опыты с рассеянием неполяризованных электронов адронами в пределе $q^2 \rightarrow 0$ позволяют получить ту же информацию, что и опыты по рассеянию на адронах линейно поляризованных реальных γ -квантов. Отметим, однако, что поляризация виртуальных γ -квантов не проявляется в опытах по рассеянию электронов адронами с регистрацией только электрона в конечном состоянии. Это объясняется тем, что, как видно из (4.18), компоненты W_{11} и W_{22} тензора $W_{\mu\nu}$ равны между собой, следовательно, сумма $\rho_{11}W_{11} + \rho_{22}W_{22} = 1/2(W_{11} + W_{22})$ не зависит от κ_γ . В опытах же, где наряду с электроном регистрируется один из адронов в конечном состоянии, проявляется линейная поляризация виртуальных γ -квантов, образуемых при рассеянии неполяризованных электронов.

Рассмотрим теперь рассеяние поляризованных электронов адронами. В квадрат модуля матричного элемента $|m_e|^2$ вместо тензора $L_{\mu\nu}^{(e)}$ в этом случае входит тензор $L_{\mu\nu}(\lambda)$, где $\lambda = +1$ для левополяризованных и $\lambda = -1$ для правополяризованных электронов. Тензор $L_{\mu\nu}(\lambda)$ определяется формулой

$$(-2q^2)L_{\mu\nu}(\lambda) = \frac{1}{2} Sp \gamma_\mu \hat{k}_1 (1 + \lambda \gamma_5) \gamma_\nu \hat{k}_2.$$

Для левополяризованных электронов в начальном состоянии имеем

$$L_{\mu\nu}(\lambda = 1) = L_{\mu\nu}^{(s)} + L_{\mu\nu}^{(a)},$$

где $L_{\mu\nu}^{(s)}$ и $L_{\mu\nu}^{(a)}$ — симметричная и антисимметричная части тензора $L_{\mu\nu}(\lambda = 1)$, определяемые выражениями

$$-2q^2 L_{\mu\nu}^{(s)} = 2k_{1\mu}k_{2\nu} + 2k_{1\nu}k_{2\mu} + g_{\mu\nu}q^2, \quad -2q^2 L_{\mu\nu}^{(a)} = 2i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}k_{1\rho}k_{2\sigma}.$$

Симметричная часть $L_{\mu\nu}^{(s)}$ совпадает с тензором $L_{\mu\nu}^{(a)}$ для неполяризованных электронов. Компоненты антисимметричного тензора $L_{\mu\nu}^{(a)}$ равны

$$\left. \begin{aligned} L_{13}^{(a)} = L_{31}^{(a)} = 0, \quad L_{12}^{(a)} = -L_{21}^{(a)} = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{1 + \kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma}}, \\ L_{23}^{(a)} = -L_{32}^{(a)} = -i \frac{q_0}{\sqrt{-2q^2}} \sqrt{\frac{\kappa_\gamma}{1 - \kappa_\gamma}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.152)$$

где $\kappa_\gamma^{-1} = 1 - 2 \frac{q^2}{q^2} \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}$.

Так же, как и в случае неполяризованных электронов, величина $(1 - \kappa_\gamma)L_{ij}(\lambda = 1)$, $i, j = 1, 2, 3$, представляет собой матрицу плотности виртуальных γ -квантов при рассеянии поляризованных электронов. В случае поляризованных электронов поляризацион-

ная матрица плотности ρ_L виртуального γ -кванта в соответствии с формулами (4.152) имеет вид [40]

$$\rho_L = \begin{bmatrix} \frac{1 + \kappa_\gamma}{2} & \frac{i}{2} \sqrt{1 - \kappa_\gamma^2} & -\sqrt{\frac{\kappa_L (1 + \kappa_\gamma)}{2}} \\ -\frac{i}{2} \sqrt{1 - \kappa_\gamma^2} & \frac{1 - \kappa_\gamma}{2} & -i \sqrt{\frac{\kappa_L}{2} (1 - \kappa_\gamma)} \\ -\sqrt{\frac{\kappa_L}{2} (1 + \kappa_\gamma)} & i \sqrt{\frac{\kappa_L}{2} (1 - \kappa_\gamma)} & \kappa_L \end{bmatrix}.$$

Матрица плотности ρ_L соответствует состоянию виртуального γ -кванта с вектором поляризации

$$e_c = \left(\sqrt{\frac{1 + \kappa_\gamma}{2}}, -i \sqrt{\frac{1 - \kappa_\gamma}{2}}, -\sqrt{\kappa_L} \right).$$

Таким образом, при рассеянии продольно поляризованных электронов состояние виртуальных γ -квантов характеризуется поперечной эллиптической и продольной поляризациями. Поскольку эллиптическая поляризация представляет собой определенную суперпозицию циркулярных поляризаций, то при рассеянии продольно поляризованных электронов можно изучать образование адронов циркулярно поляризованными виртуальными γ -квантами.

§ 7. ГЛУБОКО НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НУКЛОНАМИ

7.1. Масштабная инвариантность структурных функций. В предыдущих параграфах при исследовании неупругого рассеяния электронов нуклонами введены структурные функции W_1 и W_2 , зависящие в общем случае от переменных ν и q^2 . При современном состоянии теории эта зависимость не может быть предсказана теоретически, поэтому структурные функции должны быть найдены экспериментально. Наиболее простым является опыт с регистрацией только рассеянного электрона, т. е. измерение дифференциального сечения $d^2\sigma/d\Omega_e d\epsilon_2$.

На рис. 4.11 представлена зависимость от энергии электрона в конечном состоянии (энергия начального электрона фиксирована) дифференциального сечения рассеяния электрона нуклоном при фиксированном угле рассеяния электрона θ в области сравнительно малых переданных импульсов ($-q^2 < 1 \text{ Гэв}^2$). Видно, что в области малых потерь энергии ($\nu \leq M^2$, M — масса нуклона) в дифференциальном сечении наблюдается несколько максимумов. Первый из

них отвечает упругому eN -рассеянию. Его ширина обусловлена испусканием γ -квантов (рис. 4.12). Поведение дифференциального сечения в области упругого пика определяется в основном зависимостью зарядового и магнитного формфакторов нуклона от квадрата переданного 4-импульса.

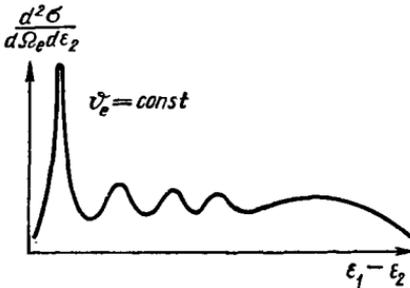


Рис. 4.11. Зависимость дифференциального сечения неупругого рассеяния электронов нуклонами от переданной энергии.

Следующие более широкие максимумы в дифференциальном сечении eN -рассеяния отвечают возбуждению различных нуклонных резонансов. Наиболее отчетливо наблюдается образование первого ($\Delta(1236)$), второго ($N^*(1520)$), третьего ($N^*(1688)$) и четвертого ($N^*(1920)$) резонансов. В действительности второй, третий и четвертый резонансы представляют собой целые группы нуклонных резонансов с различными значениями спина и пространственной четности, но с близкими значениями масс и ширин. Поведение дифференциального сечения электровозбуждения нуклонных резонансов определяется зависимостью от q^2 неупругих нуклонных формфакторов.

В области, где энергия рассеянного электрона сравнительно мала, наблюдается монотонная зависимость (см. рис. 4.11) сечения

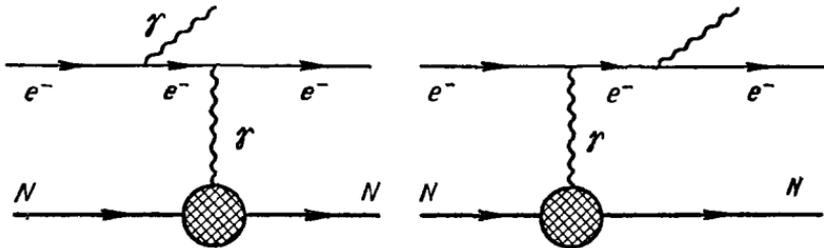


Рис. 4.12. Тормозное излучение при рассеянии электронов нуклонами.

eN -рассеяния от ϵ_2 (или ν). Эта область (называемая континуумом) отвечает большим энергиям возбуждения нуклона, причем в ней образуются главным образом пионы.

С ростом угла рассеяния электрона квадрат передаваемого импульса увеличивается по абсолютной величине. Формфакторы нуклона — упругие и неупругие (отвечающие возбуждению нуклонных резонансов) убывают, как показывает эксперимент, пропорционально q^{-4} , поэтому с ростом $(-q^2)$ дифференциальное сечение eN -рассеяния в области максимумов убывает, как q^{-8} . В области континуума при больших переданных импульсах дифференциальное

сечение убывает, как показывает эксперимент [34], существенно медленнее, т. е. как q^{-2} или так, как если бы рассеяние происходит на точечных бесструктурных частицах (см. формулу (4.29) при $W_1(\nu, q^2) = W_2(\nu, q^2) = 1$). Область континуума при больших переданных импульсах называют областью глубоко неупругого рассеяния электронов адронами.

Глубоко неупругое рассеяние электронов нуклоном обладает рядом замечательных свойств [37, 59, 63].

Во-первых, структурная функция $W_1(\nu, q^2)$ и функция $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ зависят не от двух переменных ν и q^2 , а от их одной безразмерной комбинации $\omega = 2\nu/(-q^2)$. Такое поведение структурных функций называется скейлингом или масштабной инвариантностью.

Во-вторых, в интервалах $2,5 (G_{\text{эв}})^2 \leq -q^2 \leq 1,30 G_{\text{эв}}^2$ и $2 G_{\text{эв}} < W < 4,0 G_{\text{эв}}$ (W — инвариантная масса образующихся адронов) сечение поглощения продольных виртуальных γ -квантов протонами оказывается малым, т. е.

$$R \equiv \sigma_L(\nu, q^2)/\sigma_T(\nu, q^2) = 0,18 \pm 0,10.$$

В-третьих, при больших ω отношение сечения неупругого рассеяния электронов нейтронами к сечению неупругого рассеяния электронов протонами стремится к единице, в то время как при $\omega \rightarrow 1$ оно уменьшается и при $1/\omega = 0,80$ составляет 0,4.

При описании глубоко неупругого рассеяния электронов протонами обычно различают три кинематические области: C_1 , C_2 и C_3 [59]. Область C_1 отвечает значениям скейлинговой переменной $\omega < 4$, причем скейлинг наблюдается в интервале $-q^2$ от 2 до $20 G_{\text{эв}}^2$, а инвариантная масса W образующейся адронной системы заключена в интервале 2,6—4,9 $G_{\text{эв}}$. В этих интервалах инвариантных переменных ν и q^2 функция

$$F_2(\omega) = \frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$$

растет. При $\omega \rightarrow 1$ она обращается в нуль.

Область C_2 отвечает интервалу $\omega = 4 \div 12$. Функция $F_2(\omega)$ здесь приближенно постоянна. Справедливость скейлинга в области C_2 установлена в интервале $-q^2$ от 1 до $7 G_{\text{эв}}^2$ и W от 2 до $5 G_{\text{эв}}$.

В областях C_1 и C_2 оказалось возможным разделить вклады структурных функций $W_1(\nu, q^2)$, $W_2(\nu, q^2)$ в сечение eN -рассеяния и установить скейлинговое поведение функций $W_1(\nu, q^2)$ и $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$. Найденные значения функций W_1 и W_2 позволили найти величину $R = \sigma_L/\sigma_T$ и убедиться в малости сечения поглощения продольных виртуальных γ -квантов.

В области C_3 , где $\omega > 12$, величина R не измерена, поэтому при определении функции $W_2(\nu, q^2)$ делаются дополнительные предположения относительно величины R . Если предположить, что в

области C_3 , как и в областях C_1 и C_2 , $R = 0,18$, то для $-q^2 > > 0,8 \text{ Гэв}^2$ величина $\frac{\nu}{2M^2} W_3(\nu, q^2)$ будет убывающей функцией ω при больших значениях ω . При несколько больших, однако согласующихся с экспериментальными данными, значениях R при $\omega > > 12$ величина $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ оказывается постоянной вплоть до $\omega = 20$.

При выборе скейлинговой переменной оказалось, что скейлинг структурных функций наблюдается в более широкой кинематической области переменных ν и q^2 , если вместо переменной ω выбрать новую переменную $\omega' = \omega - a/q^2$, где a — некоторая постоянная. Скейлинг по ω' наблюдается при $W > 1,8 \text{ Гэв}$ и $-q^2 > 1 \text{ Гэв}^2$, если $a = 0,95 \pm 0,07 \text{ Гэв}^2$. Поскольку это значение a близко к значению M^2 , то в качестве новой скейлинговой переменной можно выбрать [35, 36]

$$\omega' = \omega + \frac{M^2}{(-q^2)} = 1 + \frac{W^2}{(-q^2)}.$$

В пределе $-q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$ переменные ω и ω' асимптотически совпадают, однако в кинематической области, достижимой на имеющихся электронных ускорителях, оказывается, что параметризация структурных функций в терминах переменной ω' более предпочтительна. (Предел $-q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$ называется бьеркеновским пределом [23]).

Полученные экспериментальные данные о глубоко неупругом рассеянии электронов протонами хорошо описываются структурной функцией [59]

$$\begin{aligned} \frac{\nu}{2M^2} W_{2p}(\nu, q^2) &= F_{2p}(\omega) = \\ &= \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^3 \left[1,274 + 0,5989 \left(1 - \frac{1}{\omega}\right) - 1,675 \left(1 - \frac{1}{\omega}\right)^2 \right], \end{aligned}$$

если в качестве скейлинговой переменной выбрана ω . Эти же данные хорошо описываются структурной функцией

$$\begin{aligned} \frac{\nu}{2M^2} W_{2p}(\nu, q^2) &= F_{2p}(\omega') = \\ &= \left(1 - \frac{1}{\omega'}\right)^3 \left[0,6453 + 1,902 \left(1 - \frac{1}{\omega'}\right) - 2,343 \left(1 - \frac{1}{\omega'}\right)^2 \right], \end{aligned}$$

если в качестве скейлинговой переменной выбрана ω' . Если ω (или ω') меньше двух, то структурная функция $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ хорошо аппроксимируется только первым кубическим членом. Такое поведение величины $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ при $\omega \rightarrow 1$ свяжем далее с характером убывания нуклонных электромагнитных формфакторов при

больших значениях квадрата переданного импульса ($-q^2$). Интересно отметить, что если в качестве скейлинговой переменной выбрать величину [64]

$$\omega_c = \frac{2\nu + a}{-q^2 + c},$$

где a и c — некоторые параметры (имеющие размерность квадрата массы), то скейлинг наблюдается и в области малых значений $-q^2$.

До сих пор мы говорили в основном о скейлинге структурной функции $\nu/2M^2 W_2(\nu, q^2)$. Такое же поведение характерно и для структурной функции $W_1(\nu, q^2)$ при больших ν и $-q^2$:

$$W_1(\nu, q^2) \rightarrow F_1(\omega).$$

Так как в силу (4.36)

$$W_1(\nu, q^2) / \frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2) = \frac{\omega}{1+R} \left(1 + \frac{2M^2}{\omega\nu} \right),$$

то при $R = \frac{2M^2}{\nu} \frac{1}{\omega}$ функции $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$ связаны между собой соотношением $F_1(\omega) = \omega F_2(\omega)$, а так как функция $F_2(\omega)$ при больших ω постоянна, то $F_1(\omega)$ при $\omega \gg 1$ будет линейной функцией ω . Существующие экспериментальные данные о глубоко неупругом eN -рассеянии не позволяют точно установить зависимость величины R от переменных ν и q^2 , однако согласуются с соотношением $F_1(\omega) = \omega F_2(\omega)$.

Заметим, что в пределе $-q^2 \rightarrow \infty$ и $\nu \rightarrow \infty$ скейлинг обеих функций $W_1(\nu, q^2)$ и $\nu/2M^2 W_2(\nu, q^2)$ наблюдается одновременно и в том случае, когда R является функцией только скейлинговой переменной ω .

Как мы видели, структурные функции W_1 и W_2 связаны с полными сечениями σ_T и σ_L поглощения виртуальных γ -квантов простыми соотношениями

$$\begin{aligned} W_1(\nu, q^2) &= \frac{\sigma_T(\nu, q^2)}{2\pi^2\alpha} \left(\nu + \frac{q^2}{2} \right), & W_2(\nu, q^2) \left(1 - \frac{\nu^2}{M^2 q^2} \right) &= \\ &= \frac{\sigma_T + \sigma_L}{2\pi^2\alpha} \left(\nu + \frac{q^2}{2} \right). \end{aligned}$$

Поэтому глубоко неупругое рассеяние электронов нуклонами можно описывать с помощью не только структурных функций W_1 и W_2 , но и полных сечений σ_T и σ_L . Картина глубоко неупругого eN -рассеяния выглядит при этом следующим образом. При $-q^2 < 3 \text{ Гэв}^2$ зависимость сечения σ_T от W такая же, как и зависимости полного сечения поглощения реальных γ -квантов нуклонами (сопровождающегося образованием адронов) от энергии: сечение σ_T медленно уменьшается с ростом W и стремится к некоторому асимптотическому пределу, зависящему от q^2 . При больших значе-

ниях ($-q^2$) сечение σ_T растет с энергией γ -кванта, что объясняется ростом с ω величины $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ в области умеренно больших значений ω (область C_1). При фиксированных значениях W сечение σ_T убывает как q^{-2} в области умеренно больших значений ($-q^2$), при больших значениях ($-q^2$) оно убывает как q^{-1} . Столь быстрое убывание сечения σ_T связано с поведением структурной функции $\nu/2M^2 W_2(\nu, q^2)$ при $\omega' \rightarrow 1$:

$$\lim_{\omega' \rightarrow 1} \frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2) = \frac{(-q^2)}{4\pi^2\alpha} (\omega' - 1) (\sigma_T + \sigma_L) \simeq \left(1 - \frac{1}{\omega'}\right)^3,$$

откуда

$$\sigma_T + \sigma_L \simeq \frac{1}{(-q^2)} \left(1 - \frac{1}{\omega'}\right)^2 \simeq \frac{1}{(-q^2)} \left(\frac{W^2}{q^2}\right)^2 \simeq \frac{1}{q^6}.$$

Поведение сечения σ_L поглощения продольных виртуальных γ -квантов в зависимости от ν и q^2 определяется величиной R (при известном сечении σ_T).

Все эти свойства глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами стимулировали появление специфической физической модели нуклонов, так называемой партонной модели. Прежде чем перейти к разбору этой модели, покажем, что скейлинговое поведение структурных функций можно получить, если в области глубоко неупругого рассеяния пренебречь массами адронов по сравнению с величинами ν и q^2 , т. е. если считать все характерные массы существенно меньшими кинематических переменных ν и ($-q^2$). В этом случае скейлинговое поведение вытекает из соображений размерности.

Действительно, выразим дифференциальное сечение eN -рассеяния через инвариантные переменные $\nu, q^2, k_1 p_1$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d(-q^2)} &= \pi \frac{\alpha^2}{2q^4} \frac{1}{k_1 p_1} \frac{q^2}{k_1 p_1} \times \\ &\times \left[2W_1(\nu, q^2) - \left(1 + 4 \frac{(k_1 p_1)^2}{M^2 q^2} - 4\nu \frac{k_1 p_1}{M^2 q^2}\right) W_2(\nu, q^2) \right]. \end{aligned}$$

Если считать, что $\nu \gg M^2, k_1 p_1 \gg M^2$, то эту формулу можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d(-q^2)} &= \frac{\pi\alpha^2}{2k_1 \cdot p_1 q^4} \left[\frac{-2q^2}{k_1 \cdot p_1} W_1(\nu, q^2) + \right. \\ &\left. + 4 \frac{\nu}{M^2} \left(\frac{k_1 \cdot p_1}{\nu} - 1 \right) W_2(\nu, q^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.153)$$

Сечение $\frac{d^2\sigma}{d\nu dq^2}$ имеет размерность M^{-6} (M — масса), а структурные функции W_1 и W_2 безразмерны. Коэффициенты при W_1 и $\frac{\nu}{2M^2} W_2$ в квадратных скобках выражения (4.153) также безразмерны. Ес-

ли в пределе $-q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$ (а следовательно, и $k_1 \cdot p_1 \rightarrow \infty$) можно пренебречь массами адронов, то из (4.153) следует, что

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty, -q^2 \rightarrow \infty} W_1(\nu, q^2) = F_1(\omega), \quad \lim_{\nu \rightarrow \infty, -q^2 \rightarrow \infty} \frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2) = F_2(\omega).$$

Такое поведение W_1 и W_2 позволяет говорить о масштабной инвариантности структурных функций eN -рассеяния в области глубоко неупругого рассеяния.

7.2. Партонная модель. Покажем, что масштабная инвариантность может быть также получена, если предположить, что адроны построены из бесструктурных точечных частиц. Эти гипотетические частицы называют партонами, а саму модель глубоко неупругого рассеяния, основанную на этом предположении, — партонной моделью (она была впервые предложена Фейнманом [26]).

Разъясним сперва, как предположение о точечности структурных элементов адрона приводит к масштабной инвариантности. Напомним с этой целью, что структурная функция $W_2(\nu, q^2)$ для рассеяния электрона на точечной бесспиновой частице определяется формулой

$$W_2(\nu, q^2) = 4Q^2 M^2 \delta(q^2 + 2\nu),$$

где Q — электрический заряд частицы, M — ее масса. Видим, что функция $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ пропорциональна $Q^2 \delta\left(1 - \frac{1}{\omega}\right)$, т. е. обладает свойством масштабной инвариантности. Поэтому можно ожидать, что если адрон построен из бесструктурных точечных частиц — партонов, а рассеяние электронов происходит независимо на отдельных партонах, то структурная функция рассеяния электрона на адроне должна обладать свойством масштабной инвариантности. При этом для объяснения скейлингового поведения структурных функций необходимо только, чтобы партоны обладали точечными электрическими зарядами Q_i (для всех партонов $\sum Q_i = 1$ для протона и $\sum Q_i = 0$ для нейтрона). Другие свойства партонов, в частности их масса, изотопический спин, странность, пространственная четность, не существенны для объяснения масштабной инвариантности. Но они могут быть найдены при анализе различных следствий партонной модели.

Выясним прежде всего, возможна ли в принципе партонная модель адронов.

Масса партонов должна, очевидно, превышать массу адрона, так как в противном случае такие бесструктурные частицы должны были бы наблюдаться в реакциях глубоко неупругого рассеяния электронов адронами. Следовательно, если нуклон (будем для определенности говорить о нуклоне) составлен из партонов, то внутри нуклона партоны должны быть настолько сильно связаны, чтобы

энергия их связи была сравнима с массой нуклона и даже превышала ее. Возникает вопрос, можно ли считать в этом случае, что нуклон составлен из партонов, или, другими словами, как при такой большой энергии связи может проявиться индивидуальность партонов и как можно говорить о взаимодействии виртуальных γ -квантов с отдельными партонами.

Из квантовомеханического соотношения неопределенности для энергии следует, что нуклон может перейти в состояние, в котором партоны не связаны друг с другом, как бы тяжелы они ни были. При таком переходе энергия не сохраняется, поэтому время существования τ_0 нуклона в виде свободных партонов очень мало и определяется соотношением

$$\tau_0 \simeq \frac{1}{\sum_i m_i - M},$$

где m_i — масса i -го партона, M — масса нуклона.

Эта формула относится к системе, в которой нуклон покоится. Если же нуклон движется со скоростью β , то время существования τ нуклона в виде совокупности свободных партонов возрастает в силу преобразования Лоренца:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Таким образом, с увеличением скорости, т. е. импульса, нуклона время существования нуклона в виде свободных партонов в силу релятивистского эффекта замедления времени растет с импульсом нуклона и партоны как бы замораживаются в свободном состоянии.

Оценим время τ для нуклона, движущегося с большим импульсом p вдоль оси z . Запишем для этого импульс i -го партона в виде

$$p_i = x_i p + p_{i\perp},$$

где x_i — доля продольного импульса (вдоль оси z), приходящаяся на i -й партон, $p_{i\perp}$ — поперечный импульс партона, $\sum_i x_i = 1$,

$\sum_i p_{i\perp} = 0$. Из опыта известно, что при столкновении адронов больших энергий поперечный импульс образующихся адронов мал (не превышает 300 Мэв/с) и слабо зависит от энергии сталкивающихся частиц. Поэтому естественно предположить, что поперечные импульсы партонов также ограничены сравнительно малой величиной, не зависящей от $|p|$, причем $|p_{i\perp}| \ll |p|$.

Если $E = \sqrt{p^2 + M^2}$ — энергия нуклона с импульсом p , то время τ жизни нуклона в состоянии свободных партонов определяется,

очевидно, формулой

$$\tau = \frac{1}{E_I + E_{II} - E},$$

где $E_I = \sqrt{x^2 \mathbf{p}^2 + \mathbf{p}_\perp^2 + m_1^2}$ — энергия партона с продольным импульсом $x\mathbf{p}$ и массой m_1 , $E_{II} = \sqrt{(1-x)^2 \mathbf{p}^2 + \mathbf{p}_\perp^2 + m_2^2}$ — энергия

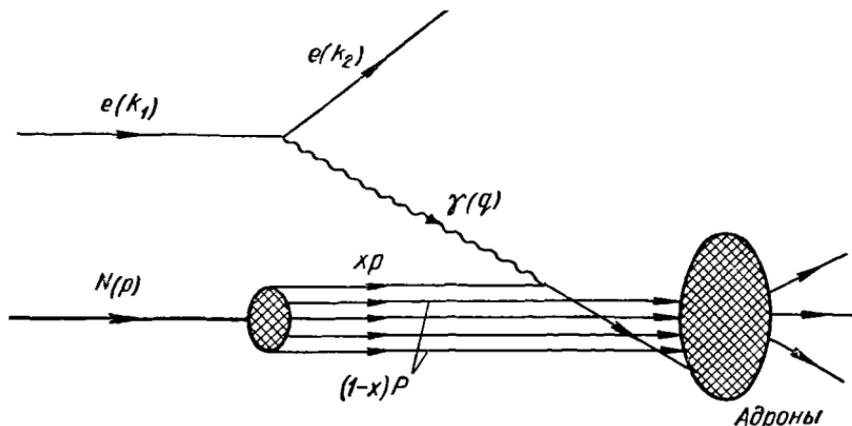


Рис. 4.13. Рассеяние электронов нуклонами в партонной модели.

остальных партонных с продольным импульсом $(1-x)\mathbf{p}$ и эффективной массой m_2 (рис. 4.13). Так как все величины M , m_1 , m_2 , \mathbf{p}_\perp существенно меньше импульса \mathbf{p} , то

$$E_I = x|\mathbf{p}| + \frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m_1^2}{2x|\mathbf{p}|}, \quad E_{II} = (1-x)|\mathbf{p}| + \frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m_2^2}{(1-x)|\mathbf{p}|},$$

$$E = |\mathbf{p}| + \frac{M^2}{2|\mathbf{p}|}, \quad (4.154)$$

откуда для времени жизни такого партонного состояния получается оценка

$$\tau = 2|\mathbf{p}| \left(\frac{m_1^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{x} + \frac{m_2^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{1-x} - M^2 \right)^{-1} = \frac{2|\mathbf{p}|}{\bar{m}^2}, \quad (4.155)$$

где

$$\bar{m}^2 \equiv \frac{m_1^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{x} + \frac{m_2^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{1-x} - M^2,$$

т. е. время жизни нуклона в партонном состоянии растет линейно с импульсом нуклона.

Необходимо отметить, что формула (4.155) получена в предположении, что величина x положительна (все партоны движутся в направлении импульса нуклона). Легко видеть, что только положи-

тельные значения x соответствуют наибольшим временам существования партонных конфигураций. В самом деле, если $x < 0$, то $E_1 \simeq |x||p| + \frac{p_\perp^2 + m_1^2}{2|x||p|}$, поэтому время жизни партонной конфигурации, в которой хотя бы один партон имеет импульс в отрицательном направлении оси z (импульс партона направлен против импульса нуклона) будет определяться формулой

$$\begin{aligned} \tau^{-1} \simeq & |x||p| + \frac{p_\perp^2 + m_1^2}{2|x||p|} + (1 + |x|)|p| + \\ & + \frac{p_\perp^2 + m_2^2}{2(1 + |x|)|p|} - |p| - \frac{M^2}{2|p|} = 2|x||p| + \frac{\bar{m}^2}{2|p|} \simeq 2|x||p|, \end{aligned} \quad (4.156)$$

т. е. при $x < 0$ время жизни такой партонной конфигурации убывает с увеличением импульса нуклона. Сравнивая (4.155) и (4.156), видим, что время существования партонной конфигурации с $x > 0$ в $p^2/4|x|\bar{m}^2$ раз превышает время жизни партонной конфигурации, в которой хотя бы один партон имеет отрицательный продольный импульс. Поскольку $\sum_i x_i = 1$, то это означает, что наиболее долгожи-

вущими являются те партонные конфигурации, у которых для всех партонов $0 < x_i < 1$. Легко видеть, что партонные конфигурации, в которых хотя бы для одного из партонов $x \simeq 0$ или $x \simeq 1$, также обладают меньшими временами жизни τ . Так, например, для $x \simeq \frac{M}{|p|}$ или $x = 1 - \frac{M}{|p|}$ время жизни оказывается постоянным, не зависящим от импульса нуклона.

Итак, время жизни нуклона в состоянии свободных партонов может быть значительным. Для того чтобы рассеяние электрона на отдельных партонах было независимым, то необходимо, чтобы время взаимодействия τ_{int} электрона с партоном было значительно меньше τ ($\tau_{\text{int}} \ll \tau$). В этом случае рассеяние электронов нуклонами происходит так, как и в случае, когда партоны, из которых составлен нуклон, свободны.

Оценим время τ_{int} сталкивающихся электрона и протона в СЦИ. В этой системе время взаимодействия определяется переданной при рассеянии энергией, т. е.

$$\tau_{\text{int}} \simeq \frac{1}{q_0^{(0)}},$$

где $q_0^{(0)}$ — энергия виртуального γ -кванта. Эта величина может быть найдена, если заметить, что инвариант $q(k_1 + p_1) = v + \frac{q^2}{2}$ равен в СЦИ

$$q(k_1 + p_1) = q_0^{(0)}(\epsilon_1^{(0)} + E_1^{(0)}) \simeq 2q_0^{(0)}E_1^{(0)} \simeq 2q_0^{(0)}|p|.$$

Таким образом, для времени взаимодействия получается выражение

$$\tau_{\text{int}} \simeq \frac{4|p|}{2\nu + q^2},$$

а условие применимости рассеяния электронов на свободных партонах имеет вид

$$\frac{4|p|}{2\nu + q^2} \ll \frac{2|p|}{\bar{m}^2}, \quad (4.157)$$

откуда $2\nu + q^2 \gg \bar{m}^2$. По аналогии с ядерной физикой в этом случае можно говорить об импульсном приближении. Условие импульсного приближения $2\nu + q^2 \gg \bar{m}^2$ выполняется в области глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами. При этом оно не справедливо только для тех партонов, у которых $x \simeq 0$ или $x \simeq 1$. Действительно, партон с $x \simeq 0$ (медленные партонны) в системе покоя нуклона имеют очень большие импульсы, т. е. отвечают хвосту импульсного распределения партонов в нуклоне. Очевидно, импульсное приближение неприменимо для описания рассеяния на таких партонах.

Таким образом, глубоко неупругое рассеяние электронов можно рассматривать как рассеяние электронов свободными партонами (в системе с очень большим импульсом нуклона). Однако на границах импульсного распределения ($x = 0$ и $x = 1$) партонная модель неприменима.

7.3. Структурные функции в партонной модели. Поскольку при глубоко неупругом рассеянии время взаимодействия виртуального γ -кванта с партонами очень мало, то при рассеянии электрона партоном с 4-импульсом xp должен сохраняться 4-импульс

$$q + xp = p', \quad (4.158)$$

где q — 4-импульс виртуального γ -кванта, p' — 4-импульс партона в конечном состоянии (поперечным импульсом партона пренебрегаем). Другие партонны не участвуют во взаимодействии и их импульсы остаются неизменными.

Так как $p'^2 = x^2 p^2 = m_1^2$, то из соотношения (4.158) следует, что $q^2 + 2\nu x = 0$. Таким образом, $x = -\frac{q^2}{2\nu} = \frac{1}{\omega}$, т. е. при заданных значениях квадрата переданного импульса q^2 и переданной энергии ν виртуальный фотон, испущенный электроном при рассеянии электрона нуклоном, взаимодействует только с тем партоном, который содержит долю $x = 1/\omega$ продольного импульса начального нуклона. (Отметим, что соотношение $m_1^2 = x^2 M^2$ и вытекающее отсюда неравенство $m_1 < M$ не следует понимать как свидетельство малой массы партонов. Соотношение $m_1^2 = x^2 M^2$ справедливо, если в 4-импульсе xp пренебречь поперечными компонентами.)

Перейдем теперь к нахождению структурных функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$, основываясь на партонной модели. При этом будем исходить из того, что дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами представляет собой сумму дифференциальных сечений рассеяния электронов на отдельных партонах. Это означает, что рассеяние электронов на партонах, образующих адрон, происходит некогерентно. Причина некогерентности

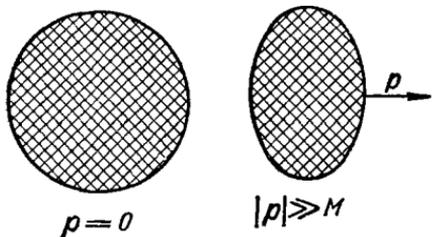


Рис. 4.14. Сокращение продольных размеров движущегося нуклона:

a — нуклон, покоящийся в лабораторной системе, *b* — нуклон в системе с очень большим импульсом.

заключается в том, что взаимодействие электрона с нуклоном происходит мгновенно и, следовательно, γ -квант успевает провзаимодействовать только с одним партоном, имеющим подходящий 4-импульс $x\rho$, так что $x = -q^2/2\nu$.
Характер взаимодействия виртуального γ -кванта с нуклоном в области глубоко неупругого рассеяния показан на рис. 4.14. В системе с очень большим импульсом происходит сокращение продольных размеров нуклона, который превращается в тонкий диск. Время взаимодействия виртуального γ -кванта с таким диском определяется временем его прохождения через толщину диска, следовательно, это время пропорционально толщине диска и поэтому мало.

Из некогерентности рассеяния электронов на точечных партонах, из которых составлен нуклон, следует, что структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ для рассеяния электронов нуклонами представляют собой суммы структурных функций $W_1^{(i)}(\nu, q^2)$ и $W_2^{(i)}(\nu, q^2)$ для рассеяния электронов отдельными партонами:

$$W_{1,2}(\nu, q^2) = \sum_i W_{1,2}^{(i)}(\nu, q^2)$$

(суммирование распространяется на все партоны).

Поскольку наиболее полные экспериментальные данные получены для структурной функции $W_2(\nu, q^2)$, то мы исследуем ее в первую очередь. Рассмотрим сначала случай бесспиновых партонов (это не следует понимать буквально, так как из партонов с нулевым спином нельзя составить нуклон со спином 1/2; мы имеем в виду только то, что большинство партонов в нуклоне обладает нулевым спином). Структурная функция $W_2^{(i)}(\nu, q^2)$ бесспинового партона, обладающего электрическим зарядом Q_i , должна согласно (4.52) иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} W_2^{(i)}(\nu, q^2) &= 4Q_i^2 M^2 x \delta [(q + x\rho_1)^2 - m_i^2] = \\ &= 4Q_i^2 M^2 x \delta (q^2 + 2q\rho_1 x). \end{aligned} \quad (4.159)$$

Множитель x здесь введен для того, чтобы сечение рассеяния электронов на отдельном партоне описывалось формулой Резерфорда. Действительно, при $\varepsilon_1 \gg M$ и $q^2 = \text{const}$ дифференциальное сечение рассеяния электронов адроном с учетом только структурной функции $W_2(\nu, q^2)$ можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma^{(i)}}{d\nu d|q^2|} = 2\pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{W_2^{(i)}(\nu, q^2)}{M^2} \simeq 2\pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{W_2^{(i)}(\nu, q^2)}{M^2}.$$

Подставляя сюда выражение (4.159) для структурной функции $W_2^{(i)}(\nu, q^2)$ и выполняя интегрирование по ν , получим формулу

$$\frac{d\sigma^{(i)}}{d|q^2|} = 4\pi \frac{\alpha^2}{q^4} Q_i^2,$$

совпадающую с формулой Резерфорда для сечения рассеяния электронов больших энергий ($\varepsilon_1 \gg M$) на точечном партоне.

С помощью (4.159) можно получить следующее выражение для структурной функции $W_2(\nu, q^2)$ [33]:

$$W_2(\nu, q^2) = \sum_n P(n) \left\langle \sum_i Q_i^2 \right\rangle_n \int_0^1 dx f^{(n)}(x) 4M^2 x \delta(q^2 + 2\nu x), \quad (4.160)$$

где $P(n)$ — вероятность нахождения в нуклоне конфигурации из n партонов, $\left\langle \sum_i Q_i^2 \right\rangle_n$ — среднее значение суммы $\sum_i Q_i^2$ квадратов зарядов партонов в такой конфигурации, $f^{(n)}(x) dx$ — вероятность того, что в конфигурации из n партонов продольный импульс партона заключен в интервале $x, x + dx$.

После очевидных преобразований эта формула приобретает вид

$$W_2(\nu, q^2) = \frac{2M^2}{\nu} \sum_n P(n) \left\langle \sum_{i=1}^n Q_i^2 \right\rangle_n \int_0^1 dx x f^{(n)}(x) \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right).$$

Выполняя здесь интегрирование по x , получим окончательно

$$\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2) = \sum_n P(n) \left\langle \sum_i Q_i^2 \right\rangle_n x f^{(n)}(x) \equiv F(x), \quad (4.161)$$

где $x = \frac{1}{\omega} = \frac{-q^2}{2\nu}$.

Таким образом, партонная модель предсказывает, что комбинация $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$ должна зависеть только от единственной безразмерной кинематической переменной ω (напомним, что в неупругом рассеянии электронов нуклонами величина ω положительна $\omega > 1$, и только для упругого рассеяния электронов $\omega = 1$).

Из (4.161) следует, что отношение $F(x)/x$ совпадает с величиной среднего квадрата электрического заряда тех партонов, доля продольного импульса которых равна x .

Скейлинговое поведение, предсказываемое партонной моделью для функции $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$, хорошо согласуется с опытными данными. Как показывает опыт, при больших ω (т. е. при $x \rightarrow 1$) функция $F(x)$ почти постоянна и равна приблизительно 0,32, при $\omega \rightarrow 1$ (т. е. при $x \rightarrow 1$) функция $F(x)$ обращается в нуль.

Через функцию $F(x)$ можно выразить среднее значение квадрата электрического заряда партона в нуклоне. Действительно, обозначим через $f^{(n)}(x_1, \dots, x_n)$ вероятность того, что n партонов имеют доли продольного импульса x_1, x_2, \dots, x_n . Тогда фигурирующая в (4.161) вероятность $f^{(n)}(x_1)$ определится интегралом

$$f^{(n)}(x_1) = \int dx_2 \dots dx_n f^{(n)}(x_1 \dots x_n) \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n x_i\right),$$

причем $\int_0^1 dx_1 f^{(n)}(x_1) = 1$. Если функция $f^{(n)}(x_1, \dots, x_n)$ симметрична относительно перестановки любой пары аргументов (тождественные партоны), то

$$\int_0^1 dx_1 f^{(n)}(x_1) x_1 = \frac{1}{n} \int dx_1 \dots dx_n \left(\sum_i x_i\right) f^{(n)}(x_1 \dots x_n) \delta\left(1 - \sum_i x_i\right) = \frac{1}{n}.$$

Поэтому из формулы (4.161) легко получить

$$\int_0^1 dx F(x) = \sum_n P(n) \frac{\langle \sum_i Q_i^2 \rangle_n}{n} \equiv \langle Q_i^2 \rangle.$$

По экспериментальным данным о глубоко неупругом рассеянии электронов протонами [59, 10] можно установить, что

$$\int_0^1 dx F_p(x) = 0,18 \pm 0,01,$$

т. е. средний электрический заряд партонов внутри протона меньше единицы. Для партонов с целочисленными значениями электрического заряда это означает, что заряженные партоны переносят только 18% продольного импульса протона, остальные 82% приходятся на долю нейтральных партонов, которые носят название глюонов. Если электрический заряд партонов дробный, то доля импульса, переносимого заряженными партонами, должна увеличиться.

Учитывая скейлинговое поведение структурной функции $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$, запишем дифференциальное сечение неупругого электрон-нуклонного рассеяния в следующем виде:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_e dE_2} = \sigma_M \frac{M}{\nu} F(\omega) \left[1 + 2 \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2} \frac{1}{1+R} \left(1 + \frac{\nu}{2M^2} \omega \right) \right], \quad (4.162)$$

где $R = \sigma_L/\sigma_T$. Отсюда видно, что зависимость сечения глубоко неупругого рассеяния электронов адронами от q^2 (при фиксированном ω) определяется главным образом зависимостью от q^2 сечения моттовского рассеяния. Поэтому поведение сечения глубоко неупругого рассеяния с ростом q^2 такое же, как и сечения рассеяния электрона на точечной мишени.

Структурная функция $W_1(\nu, q^2)$, так же как и функция $\frac{\nu}{2M^2} W_2(\nu, q^2)$, обладает в партонной модели скейлинговым поведением, т. е. в глубоко неупругой области $W_1(\nu, q^2) = F_1(\omega)$, $\nu \gg \gg M^2$, $-q^2 \gg M^2$. Из соотношения

$$R = -1 + \frac{W_2(\nu, q^2)}{W_1(\nu, q^2)} \left(1 + \frac{\nu}{2M^2} \omega\right)$$

следует, что в глубоко неупругой области величина R зависит только от ω .

Выше уже отмечалось, что величина R значительно меньше единицы. Поэтому при $R \rightarrow 0$ возникает следующее соотношение между скейлинговыми функциями $F(\omega)$ и $F_1(\omega)$:

$$W_1(\nu, q^2) = W_2(\nu, q^2) \left(1 + \frac{\nu}{2M^2} \omega\right) \underset{\nu \gg M^2}{\simeq} W_2(\nu, q^2) \frac{\nu}{2M^2} \omega,$$

т. е.

$$F_1(\omega) = \omega F(\omega).$$

Так как при больших ω функция $F(\omega)$ стремится к константе, то $F_1(\omega)$ должна быть линейной функцией ω в области больших ω .

Покажем теперь, что если $R \ll 1$, то спин партонов должен быть равен $1/2$. Сравним с этой целью рассеяние электронов на партонах со спинами, равными 0 и $1/2$. Если спин партонов равен нулю, то структурная функция $W_1(\nu, q^2)$ согласно (4.52) должна обращаться в нуль. Отсюда следует, что $R \rightarrow \infty$, что противоречит опытным данным.

Чтобы вычислить R для партонов со спином $1/2$, рассмотрим электромагнитный ток J_μ партонов в системе Брейта. Если аномальный магнитный момент партона равен нулю, то компоненты тока имеют вид

$$J_{0B} = 2m_i \varphi_2^+ \varphi_1, \quad \mathbf{J}_B = i\varphi_2^+ \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}_B \varphi_1,$$

где φ_1, φ_2 — двухкомпонентные спиноры партона в начальном и конечном состояниях. Так как $\sigma_L \simeq |J_{0B}|^2$ и $\sigma_T = |\mathbf{J}_B|^2$, то

$$R = \frac{\sigma_L(\nu, q^2)}{\sigma_T(\nu, q^2)} \simeq \frac{4m_i^2}{(-q^2)}.$$

Таким образом, если партоны имеют спин $1/2$, то в области глубоко неупругого рассеяния $R \rightarrow 0$.

Малая величина R , обнаруженная на опыте для неупругих e^-p - и e^-n -взаимодействий, свидетельствует также о том, что масса

партона должна быть меньше массы нуклона (речь идет о некоторой эффективной массе партона внутри нуклона). Если считать, что $R = 0$, то, как уже отмечалось, структурные функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ в области глубоко неупругого рассеяния будут определяться одной функцией $F(\omega)$.

Функция $F(\omega)$ при $\omega \gg 1$ определяет поведение полного сечения поглощения поперечных виртуальных γ -квантов $\sigma_T(\nu, q^2)$ при $\nu \gg M^2$ и конечных значениях q^2 . Действительно, из соотношения

$$\sigma_T(\nu, q^2) = \frac{2\pi^2\alpha}{\nu + \frac{q^2}{2}} W_1(\nu, q^2)$$

при $\nu \gg M^2$, $q^2 = \text{const}$ имеем

$$\sigma_T(\nu, q^2) = 2\pi^2 \frac{\alpha}{\nu} F(\omega) \omega = 4\pi^2\alpha \frac{F(\omega)}{(-q^2)}.$$

Подставляя сюда при $\omega \gg 1$ значение $F(\omega)$, равное 0,32, получим

$$\sigma_T(\nu, q^2) = \frac{0,32}{(-q^2)} 115 \text{ мкбарн}, \quad \nu \gg M^2, \quad \omega \gg 1$$

($-q^2$ выражено в $(\text{ГэВ})^2$). Имеющиеся экспериментальные данные относительно $\sigma_T(\nu, q^2)$ согласуются с предсказываемым убыванием сечения $\sigma_T(\nu, q^2)$ как q^{-2} . (Естественно, что эта формула не может быть экстраполирована в точку $q^2 = 0$.)

При малых значениях q^2 ($q^2 \rightarrow 0$) и больших значениях ν сечение полного поглощения поперечных γ -квантов должно описываться простой формулой

$$\sigma_T(\nu, q^2) = 4\pi^2\alpha C (-q^2),$$

где $C(-q^2)$ — некоторая функция только от q^2 (но не от ν), причем константа $C(0)$ определяет полное сечение поглощения реальных γ -квантов.

7.4. Поведение структурных функций при $\omega \rightarrow 1$. Из экспериментальных данных следует, что при $x \rightarrow 1$ (или при $\omega \rightarrow 1$) скейлинговая функция $F(x)$ обращается в нуль:

$$F(x) = (1 - x)^b,$$

где b — некоторая положительная константа. Покажем теперь, следуя Фейнману [26], что партонная модель позволяет связать показатель b с характером убывания нуклонных формфакторов в области больших переданных импульсов.

Рассмотрим сначала, как описывается упругое рассеяние электронов протонами в партонной модели (рис. 4.15, импульсы частиц выражены в единицах $|q_B|/2$, так что импульс виртуального γ -кванта равен двум). Для определенности рассмотрим партонную конфигурацию с двумя медленными и двумя быстрыми партонами

(с долями продольного импульса, равными x_1 и x_2). Как видно из рис. 4.15, возникающая после рассеяния партонная конфигурация не отвечает свободному невозбужденному протону, движущемуся с импульсом $q_B/2$ вдоль импульса падающего виртуального γ -кванта (напомним, что импульс протона в начальном состоянии в системе Брейта равен $-q_B/2$, в конечном $+q_B/2$). Инвариантная масса

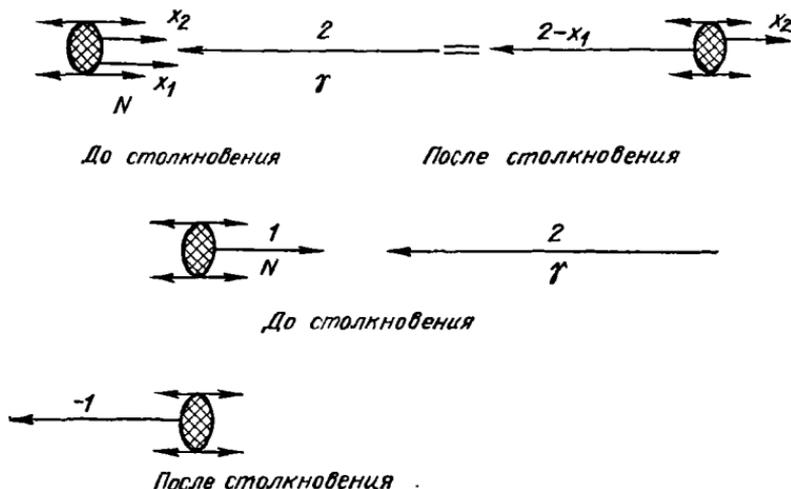


Рис. 4.15. Упругое рассеяние электронов нуклонами в партонной модели.

партонов в конечном состоянии (см. рис. 4.15) равна по порядку величины $|q_B|$, т. е. существенно превышает массу нуклона. Поэтому упругое рассеяние электрона протоном происходит только тогда, когда протон переходит в такую партонную конфигурацию, в которой все партоны, кроме одного, медленные ($x \simeq 0$) и только один обладает почти всем продольным импульсом протона. Из рис. 4.15 видно, что при поглощении виртуального γ -кванта импульс быстрого партона изменяет свое направление на обратное и, следовательно, возникающая после рассеяния партонная конфигурация отвечает протону, рассеянному назад (в системе Брейта).

Таким образом, в партонной модели амплитуда упругого eN -рассеяния и, следовательно, формфакторы нуклона пропорциональны вероятности перехода нуклона в такое состояние, в котором все партоны имеют малые импульсы и только один из них обладает максимально большим продольным импульсом.

Известно, что электромагнитные формфакторы нуклона убывают с ростом переданного импульса. Такое поведение формфакторов можно связать с малой вероятностью того, что один партон может унести весь продольный импульс нуклона. К такой малой

вероятности, в свою очередь, может привести отсутствие в нуклоне партонов с квантовыми числами нуклона.

Таким образом, партонная конфигурация с одним быстрым партоном ($x \approx 1$) маловероятна. Поэтому вероятность ее $f(x)$ при $x \rightarrow 1$ должна иметь вид $f(x) \approx (1-x)^b$, где b — некоторая константа, и, следовательно, вероятность того, что x превышает величину $1-y$, где $y \rightarrow 0$, определяется интегралом

$$W(y) \approx \int_{1-y}^1 f(x) dx = y^{b+1}.$$

Если считать, что $y \approx 1/|q|$, то $W(y) \approx |q|^{-(b+1)}$. С другой стороны, нуклонный формфактор должен быть пропорциональным $W(y)$. Опыт же показывает, что нуклонные формфакторы убывают как q^{-4} , поэтому приходим к заключению, что $b = 3$. Учитывая, что структурная функция $F(x)$ равна $xf(x)$, получим $F(x) \approx (1-x)^3$ при $x \rightarrow 1$.

Отметим еще одну интересную связь между глубоко неупругим и упругим рассеянием. При $x = 1$ (что отвечает упругому рассеянию электронов нуклонами) величина $R = \sigma_L/\sigma_T$ определяется, как следует из (4.56), отношением зарядового и магнитного формфакторов нуклона:

$$R = \frac{4M^2 G_E^2(q^2)}{(-q^2) G_M^2(q^2)}.$$

Сравнивая это отношение с предсказанием партонной модели

$$R = \frac{4m_i^2}{(-q^2)},$$

находим для массы партона следующую оценку:

$$m_i^2 = M^2 \frac{G_E^2(q^2)}{G_M^2(q^2)}.$$

Так как $G_{M_p}(q^2) = \mu_p G_{E_p}(q^2)$, то $m_i^2 = 0,11 \Gamma_{36}^2$, т. е. приходим к относительно малой массе партонов.

В заключение докажем, что в партонной модели электромагнитные формфакторы нуклона убывают с ростом квадрата передаваемого импульса. Воспользуемся для этого тем, что при $x \rightarrow 0$ распределение партонов по x описывается простым выражением

$$f(x) = \frac{c}{x},$$

где c — константа, равная 0,32 [59].

Такую же форму имеет спектр тормозных γ -квантов, возникающих при рассеянии заряженных частиц. Используя это сходство,

можно думать, что вероятность того, что для всех партонов x мало ($x < x_0 = 1/|q|$), определяется выражением $\exp(-\bar{d}n)$, где \bar{n} — среднее число партонов с $x > x_0$, d — некоторая константа. Величина \bar{n} равна, очевидно,

$$\bar{n} = c \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{x} \simeq -c \ln x_0.$$

Считаем, что формула $f(x) \simeq \frac{1}{x}$ справедлива вплоть до значений $x_1 = 1$. Отсюда для достаточно малых значений x_0 имеем

$$\exp(-\bar{d}n) = \exp(cd \ln x_0) = x_0^{cd} = \left(\frac{1}{-q^2}\right)^{\frac{cd}{2}},$$

т. е. вероятность того, что большая часть партонов имеет малые значения x , убывает с ростом $(-q^2)$, а следовательно, убывают и электромагнитные формфакторы нуклонов.

7.5. Партоны как кварки. Предположим, что партоны являются кварками, т. е. имеют дробные значения электрического заряда и барионного числа, и проанализируем следствия, вытекающие из такого предположения. (Такую модель будем называть в дальнейшем кварк-партонной.)

Рассмотрим наиболее распространенный вариант кварковой модели, когда все адроны составлены из трех кварков (p' , n' , Λ') и трех антикварков (\bar{p}' , \bar{n}' , $\bar{\Lambda}'$). Тогда протон, например, можно представлять себе состоящим из трех так называемых валентных кварков (p' , n' , p'), которые несут квантовые числа протона (барионное число, электрический заряд и проекцию изотопического спина) и «моря» кварк — антикварковых пар (с нулевыми значениями электрического и барионного зарядов).

Обозначим через $u(x)$, $d(x)$ и $s(x)$ числа протонных (p'), нейтронных (n') и странных (Λ') кварков, имеющих в протоне продольные импульсы в интервале x и $x + dx$. Пусть далее $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$ и $\bar{s}(x)$ имеют аналогичный смысл чисел протонных, нейтронных и странных антикварков в протоне. Тогда, вспоминая, что электрический заряд p' -кварка равен $2/3$, а заряды n' - и Λ' -кварков равны $-1/3$ (в единицах заряда протона) и учитывая, что электрический заряд протона равен единице, имеем

$$1 = \frac{2}{3} \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] - \frac{1}{3} \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] - \\ - \frac{1}{3} \int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)].$$

Далее, считая, что проекции изоспинов p' - и n' -кварков равны $+1/2$ и $-1/2$, а проекция изоспина странных кварков равна нулю, и учитывая, что проекция изоспина протона равна $1/2$, имеем

$$\frac{1}{2} \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] - \frac{1}{2} \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] = \frac{1}{2}.$$

Наконец, нулевая странность протона означает, что

$$\int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)] = 0.$$

Полученные соотношения можно записать в следующем более простом виде:

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)] &= 2, \\ \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)] &= 1, \\ \int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)] &= 0. \end{aligned}$$

Эти соотношения показывают, что электрический заряд, проекция изотопического спина и странность протона определяются только валентными кварками, т. е. двумя протонными и одним нейтронным кварками.

Поскольку в кварк-партонной модели рассеяние электронов протонами определяется электрическими зарядами кварков и антикварков, то для функции $f_p(x) = \frac{F_p(x)}{x}$, определяющей глубоко неупругое рассеяние электронов протонами, нетрудно получить следующее выражение в терминах распределений $u(x)$, ..., $\bar{s}(x)$ кварков в протоне:

$$f_p(x) = \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)], \quad (4.163)$$

где численные коэффициенты представляют собой квадраты электрических зарядов соответствующих кварков и антикварков.

Нейтрон можно получить из протона, изменяя знаки проекций изотопического спина составляющих партонов, т. е. заменой распределений $u(x) \leftrightarrow d(x)$, $\bar{u}(x) \leftrightarrow \bar{d}(x)$. Поэтому для функции $f_n(x) \equiv F_n(x)/x$, отвечающей глубоко неупругому рассеянию

электронов нейтронами, легко получить соотношение

$$f_n(x) = \frac{1}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{4}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]. \quad (4.164)$$

Сравнивая выражения для функций $f_p(x)$ и $f_n(x)$, получим следующее неравенство:

$$\frac{1}{4} \leq \frac{f_n(x)}{f_p(x)} \leq 4.$$

Верхний предел достигается здесь при $u(x) = \bar{u}(x) = s(x) = \bar{s}(x) = 0$, нижний — при $d(x) = \bar{d}(x) = s(x) = \bar{s}(x) = 0$. Особенно интересным представляется ограничение $f_n(x)/f_p(x) \geq 0,25$, нарушение которого свидетельствовало бы против отождествления партонов с кварками.

Отметим, что, как следует из опыта, нижний предел для отношения $f_n(x)/f_p(x)$ достигается при $x \rightarrow 1$. Это означает, что при $x \rightarrow 1$ распределения $d(x)$ и $s(x)$ (а также $\bar{d}(x)$ и $\bar{s}(x)$) убывают быстрее, чем распределения $u(x)$ и $\bar{u}(x)$. Такое поведение $f_n(x)/f_p(x)$ можно было бы объяснить, если предположить, что совокупность медленных партонов имеет суммарный изотопический спин, равный нулю, а единственный быстрый партон (с $x \approx 1$) — изоспин $1/2$ и проекцию изоспина $+1/2$ для протона и $-1/2$ для нейтрона. Такая модель означает, что при $x \rightarrow 1$ наибольший вклад в функции $f_n(x)$ и $f_p(x)$ вносит распределение $u(x)$. При этом предсказывается подавление образования Δ -изобары (с изоспином $3/2$) при рассеянии электронов нуклонами.

Функции $u(x)$, $\bar{u}(x)$, ..., $\bar{s}(x)$ позволяют вычислить долю продольного импульса нуклона, которая приходится на заряженные кварки различного типа. Легко видеть, что интегралы

$$U = \int_0^1 x [u(x) + \bar{u}(x)] dx, \quad D = \int_0^1 x [d(x) + \bar{d}(x)] dx, \\ S = \int_0^1 x [s(x) + \bar{s}(x)] dx$$

представляют собой доли продольного импульса соответственно протонных, нейтронных и странных кварков и антикварков, причем $U + D + S = 1$. Эти величины можно найти с помощью функций $f_p(x)$ и $f_n(x)$:

$$\int_0^1 x f_p(x) dx = \frac{4}{9} U + \frac{1}{9} D + \frac{1}{9} S, \\ \int_0^1 x f_n(x) dx = \frac{1}{9} U + \frac{4}{9} D + \frac{1}{9} S.$$

Из экспериментальных данных по глубоко неупругому рассеянию электронов нуклонами следует, что

$$\int_0^1 x f_p(x) dx = \int_0^1 F_p(x) dx = 0,18,$$

$$\int_0^1 x f_n(x) dx = \int_0^1 F_n(x) dx = 0,12,$$

поэтому $U = 0,21$, $D = 0,03$, $S = 0,76$.

Эти числа показывают, что более $3/4$ продольного импульса нуклонов приходится на странные кварки и антикварки. Этот результат трудно обосновать физически, так как трудно представить нуклон с нулевой странностью, составленным из странных кварков. Скорее следовало ожидать, что в нуклонах вообще отсутствуют странные кварки и антикварки.

Доля импульса странных кварков может быть уменьшена до нуля, если предположить, что наряду с заряженными партонами (кварками) в нуклоне присутствуют также нейтральные партонны — глюоны. Глюоны не дают вклада в сечение глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами и не изменяют поэтому отношение $f_n(x)/f_p(x)$. Однако они уносят заметную долю продольного импульса нуклона. Так, если положить $S = 0$ (странные кварки отсутствуют в нуклоне), то на долю глюонов должно приходиться 46% продольного импульса протона; остальные 54% продольного импульса распределяются между протонными (36%) и нейтронными (18%) кварками и антикварками.

Мы считали здесь, что глюоны являются нейтральными частицами, уносящими значительную часть продольного импульса нуклона. Но роль глюонов в структуре адронов этим не ограничивается. Если считать, что глюоны так же, как и кварки, несут цвет, то их можно отождествить с квантами, которые осуществляют сильное взаимодействие между кварками. Именно обмен октетом цветных глюонов обеспечивает притяжение одновременно как в системе кварк — антикварк, так и в системе двух кварков. Такое притяжение приводит к образованию мезонов, составленных из кварка и антикварка, и барионов, составленных из трех кварков.

Модель цветных кварков, взаимодействующих посредством обмена цветными глюонами, обладает свойством «асимптотической свободы». Согласно этому свойству константа взаимодействия кварка с глюоном уменьшается с ростом энергии, т. е. на малых расстояниях кварки слабо взаимодействуют между собой и ведут себя как свободные частицы. Именно такое поведение объясняет успех партонной модели.

7.6. Глубоко неупругое рассеяние нейтрино нуклонами. Кварк-партонная модель глубоко неупругого рассеяния электронов нук-

лонами может быть проверена также в опытах по глубоко неупругому рассеянию нейтрино и антинейтрино нуклонами. Это связано с тем, что структурные функции для рассеяния нейтрино (или антинейтрино) нуклонами, так же как и структурные функции для рассеяния электронов нуклонами, определяются одними и теми же распределениями кварков в нуклоне.

Матричный элемент процесса $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + F$, где F — некоторое адронное состояние, можно представить в виде

$$m(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- F) = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\mu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\nu \langle F | J_\alpha^{(w)} | N \rangle,$$

где G — константа слабого взаимодействия, $\langle F | J_\alpha^{(w)} | N \rangle$ — матричный элемент оператора слабого тока $J_\alpha^{(w)}$ между начальным и конечным состояниями адронов, u_μ , u_ν — биспиноры мюона и нейтрино. (Мы исходим из $V - A$ варианта теории слабого локального взаимодействия лептонов с адронами.)

Дифференциальное сечение $d\sigma^{(\nu)}$ процесса νN -взаимодействия с регистрацией только мюона в конечном состоянии можно записать в виде, аналогичном дифференциальному сечению неупругого eN -рассеяния,

$$d\sigma^{(\nu)} = \pi \frac{G^2}{4\varepsilon_\nu M} l_{\alpha\beta}^{(\nu)} W_{\alpha\beta}^{(\nu)} \frac{d^3 k_\mu}{(2\pi)^3 2\varepsilon_\mu},$$

где ε_ν , ε_μ — энергии начального нейтрино и конечного мюона. Тензор $W_{\alpha\beta}^{(\nu)}$ определяет результат суммирования по конечным адронным состояниям F и усреднения по поляризациям начального нуклона и произведения токов:

$$W_{\alpha\beta}^{(\nu)} = (2\pi)^3 \sum_F \overline{\langle N | J_\beta^{(w)+} | F \rangle \langle F | J_\alpha^{(w)} | N \rangle} \delta(q + p_1 - p_2),$$

где q — 4-импульс, переданный лептонами адрону (черта означает суммирование по поляризациям адронов).

И, наконец, тензор $l_{\alpha\beta}^{(\nu)}$ представляет собой произведение слабых лептонных токов, просуммированное по поляризациям мюона. Для рассеяния нейтрино этот тензор определяется выражением

$$\begin{aligned} l_{\alpha\beta}^{(\nu)} &= S_p \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \hat{k}_1 \gamma_\beta (1 + \gamma_5) (\hat{k}_2 + m_\mu) = \\ &= 8 (k_{1\alpha} k_{2\beta} + k_{1\beta} k_{2\alpha} - g_{\alpha\beta} k_1 \cdot k_2 - i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} k_{1\gamma} k_{2\delta}), \end{aligned} \quad (4.165)$$

где k_1 — 4-импульс нейтрино, k_2 — 4-импульс отрицательного мюона.

Для рассеяния антинейтрино нуклоном аналогичный лептонный тензор, который обозначим через $l_{\alpha\beta}^{(\bar{\nu})}$, определяется формулой

$$l_{\alpha\beta}^{(\bar{\nu})} = 8 (k_{1\alpha} k_{2\beta} + k_{1\beta} k_{2\alpha} - g_{\alpha\beta} k_1 k_2 + i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} k_{1\gamma} k_{2\delta}), \quad (4.166)$$

где k_1 — 4-импульс антинейтрино, k_2 — 4-импульс положительного мюона.

Пренебрегая массой мюона, дифференциальное сечение неупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) нуклоном можно представить в общем виде

$$\frac{d^2\sigma(v,\bar{v})}{d\varepsilon_\mu d\Omega_\mu} = \frac{G^2}{64\pi^2} \frac{\varepsilon_\mu}{\varepsilon_\nu M} l_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})} W_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})}, \quad (4.167)$$

где $d\Omega_\mu$ — элемент телесного угла мюона в конечном состоянии реакций $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + F$ или $\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + F$.

Как и для неупругого eN -рассеяния, структура тензора $W_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})}$ может быть установлена из соображений релятивистской инвариантности, используя 4-векторы q_α , $p_{1\alpha}$ и тензоры $g_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$:

$$\begin{aligned} W_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})} = & \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) W_1^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + \\ & + \frac{1}{M^2} \left(p_{1\alpha} - \frac{v}{q^2} q_\alpha \right) \left(p_{1\beta} - \frac{v q_\beta}{q^2} \right) W_2^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + \\ & + \frac{i}{M^2} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} q_\gamma p_{1\delta} W_3^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + \frac{q_\alpha q_\beta}{M^2} W_4^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + \\ & + \frac{p_{1\alpha} q_\beta + p_{1\beta} q_\alpha}{M^2} W_5^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + i \frac{p_{1\alpha} q_\beta - p_{1\beta} q_\alpha}{M^2} W_6^{(v,\bar{v})}(v, q^2), \end{aligned}$$

где $v = qp_1$ (в лабораторной системе величина v пропорциональна разности энергий нейтрино и мюона или антинейтрино и мюона), $W_i^{(v,\bar{v})}$ — структурные функции, которые зависят от v и q^2 . Нетрудно видеть, что эти функции безразмерны. T -инвариантность слабого взаимодействия адронов приводит к соотношению $W_6^{(v,\bar{v})}(v, q^2) = 0$.

Если пренебречь массой мюона, то лептонный слабый ток будет сохраняться,

$$l_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})} q_\beta = l_{\alpha\beta}^{(v,\bar{v})} q_\alpha = 0.$$

Отсюда вытекает, что в сечение неупругого νN (или $\bar{\nu}N$)-рассеяния будут вносить вклад только три структурные функции: $W_{1,2,3}^{(v,\bar{v})}$. Дифференциальное сечение неупругого νN (или $\bar{\nu}N$)-рассеяния в терминах этих структурных функций имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma(v,\bar{v})}{d\varepsilon_\mu d\Omega_\mu} = & \frac{G^2}{8\pi^2 M} \frac{\varepsilon_\mu}{\varepsilon_\nu} \times \\ & \times \left[-q^2 W_1^{(v,\bar{v})}(v, q^2) + \frac{1}{M^2} (2k_1 p_1 k_2 p_1 - M^2 k_1 k_2) W_2^{(v,\bar{v})}(v, q^2) \pm \right. \\ & \left. \pm \frac{1}{M^2} (k_1 \cdot p_1 k_2 q - k_1 q k_2 p_1) W_3^{(v,\bar{v})}(v, q^2) \right], \quad (4.168) \end{aligned}$$

где знак «+» соответствует $\nu_{\mu}N$ -взаимодействию, а знак «-» — $\bar{\nu}_{\mu}N$ -взаимодействию.

Если перейти к переменным ν и q^2 , то дифференциальные сечения $\nu_{\mu}N$ - и $\bar{\nu}_{\mu}N$ -взаимодействия запишутся в виде

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu, \bar{\nu})}}{d\nu d|q^2|} = \frac{G^2}{8\pi} \frac{1}{\epsilon_{\nu}^2 M^2} \left\{ W_1^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) (-q^2) + \frac{W_2^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2)}{2M^2} \times \right. \\ \left. \times [(s - M^2)^2 - 2\nu(s - M^2) + q^2 M^2] \pm W_3^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) \frac{(-q^2)}{2M^2} \times \right. \\ \left. \times (s - \nu - M^2) \right\},$$

где $s = (k_1 + p_1)^2$. В области глубоко неупругого νN -взаимодействия, где $s \gg M^2$, $\nu \gg M^2$, $-q^2 \gg M^2$, эта формула упрощается:

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu, \bar{\nu})}}{d\nu d|q^2|} = \frac{G^2}{2\pi} \frac{(-q^2)}{s^2} \left[W_1^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) + W_2^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) \frac{\nu}{2M^2} \frac{s}{q^2} \times \right. \\ \left. \times \left(2 - \frac{s}{\nu} \right) \pm W_3^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) \frac{\nu}{2M^2} \left(\frac{s}{\nu} - 1 \right) \right]. \quad (4.169)$$

Так как константа слабого взаимодействия G размерна ($[G] = m^{-2}$), то при пренебрежении массами адронов в области глубоко неупругого рассеяния структурные функции $W_i^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2)$ должны обладать свойством масштабной инвариантности. Поэтому по аналогии со структурными функциями глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами можно написать, основываясь на (4.169),

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} W_1^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) &= x f_1^{(\nu, \bar{\nu})}(x), & \nu \gg M^2, & -q^2 \gg M^2, \\ \frac{\nu}{2M^2} W_{2,3}^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2) &= x f_{2,3}^{(\nu, \bar{\nu})}(x), & \nu \gg M^2, & -q^2 \gg M^2, \end{aligned} \right\} \quad (4.170)$$

где $x f_i^{(\nu, \bar{\nu})}(x)$ — бьеркеновский предел структурных функций $W_i^{(\nu, \bar{\nu})}(\nu, q^2)$, $x = -q^2/2\nu$.

Переходя к безразмерным переменным $x = -\frac{q^2}{2\nu}$, $y = \frac{2\nu}{s}$ и используя (4.170), дифференциальное сечение νN -взаимодействия в глубоко неупругой области можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu)}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{2\pi} \left[x^2 y^2 f_1^{(\nu)}(x) + x(1-y) f_2^{(\nu)}(x) + x^2 \left(y - \frac{y^2}{2} \right) f_3^{(\nu)}(x) \right]. \quad (4.171)$$

Выясним теперь, к каким следствиям приводит партонная модель для структурных функций $f_{1,2,3}^{(\nu, \bar{\nu})}(x)$. Рассмотрим партоны со

спинами 0 и 1/2. Если спин партона равен нулю, то слабый векторный ток партонов определяется в общем случае двумя слагаемыми: $g_1(2p_1 - q)_\alpha + g_2 q_\alpha$, где g_1 и g_2 — некоторые константы (p_1 — 4-импульс партона в начальном состоянии). Отсюда легко убедиться, что в случае бесспиновых партонов

$$f_1^{(v,\bar{v})}(x) = f_3^{(v,\bar{v})}(x) = 0.$$

Экспериментальные данные относительно глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами указывают, что спин партонов равен 1/2. Если при построении слабого тока партонов исходить из $V - A$ варианта теории слабого взаимодействия, то для рассеяния нейтрино на партонах между структурными функциями $f_i^{(v,\bar{v})}(x)$, $i = 1, 2, 3$, должны выполняться соотношения

$$2xf_1^{(v)}(x) = f_2^{(v)}(x) = xf_3^{(v)}(x),$$

а для рассеяния нейтрино на антипартонах — соотношения

$$2xf_1^{(\bar{v})}(x) = f_2^{(\bar{v})}(x) = -xf_3^{(\bar{v})}(x).$$

Если партоны отождествить с кварками и антикварками, то $V - A$ вариант слабого тока бесструктурных партонов имеет вид

$$J_{\alpha,q}^{(w)} = (\bar{n}' \cos \vartheta_c + \bar{\Lambda}' \sin \vartheta_c) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) p', \quad (4.172)$$

где ϑ_c — угол Кабиббо (см. гл. 3).

При рассеянии нейтрино образуется отрицательный мюон (или электрон), поэтому электрический заряд партона должен увеличиться на единицу. При рассеянии антинейтрино образуется положительный мюон (или позитрон) и, следовательно, электрический заряд партона должен уменьшиться на единицу. Таким образом, как следует из (4.172), нейтрино может взаимодействовать с n' - и Λ' -кварками, которые превратятся в p' -кварк, или с p' -антикварком, который превратится в \bar{n}' - или $\bar{\Lambda}'$ -антикварк. Аналогично антинейтрино может взаимодействовать с p' -кварком с последующим превращением его в n' - или Λ' -кварки, а также с \bar{n}' - и $\bar{\Lambda}'$ -антикварками, которые превращаются в p' -антикварки. В результате для структурных функций $v_\mu N$ - и $\bar{v}_\mu N$ -взаимодействий получим следующие выражения в терминах функций распределения $u(x)$, $d(x)$, $s(x)$ кварков и $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$, $\bar{s}(x)$ антикварков в нуклоне:

$$\left. \begin{aligned} 2xf_{1p}^{(v)}(x) &= 2[\bar{u}(x) + d(x) \cos^2 \vartheta_c + s(x) \sin^2 \vartheta_c], \\ 2xf_{1n}^{(v)}(x) &= 2[\bar{d}(x) + u(x) \cos^2 \vartheta_c + s(x) \sin^2 \vartheta_c], \\ 2xf_{1p}^{(\bar{v})}(x) &= 2[u(x) + \bar{d}(x) \cos^2 \vartheta_c + \bar{s}(x) \sin^2 \vartheta_c], \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 2x f_{1n}^{(\bar{\nu})}(x) &= 2 [d(x) + \bar{u}(x) \cos^2 \vartheta_c + \bar{s}(x) \sin^2 \vartheta_c], \\
 x f_{3,}^{(\nu)}(x) &= 2 [-\bar{u}(x) + d(x) \cos^2 \vartheta_c + s(x) \sin^2 \vartheta_c], \\
 x f_{3n}^{(\nu)}(x) &= 2 [-\bar{d}(x) + u(x) \cos^2 \vartheta_c + s(x) \sin^2 \vartheta_c], \\
 x f_{3p}^{(\bar{\nu})}(x) &= 2 [u(x) - \bar{d}(x) \cos^2 \vartheta_c - \bar{s}(x) \sin^2 \vartheta_c], \\
 x f_{3n}^{(\bar{\nu})}(x) &= 2 [d(x) - \bar{u}(x) \cos^2 \vartheta_c - \bar{s}(x) \sin^2 \vartheta_c].
 \end{aligned} \right\} (4.173)$$

При выводе этих формул использована структура тока (4.172), поэтому вклад странных кварков и антикварков пропорционален $\sin^2 \vartheta_c$, вклад нейтронного кварка и антикварка пропорционален $\cos^2 \vartheta_c$ и вклад протонного кварка и антикварка пропорционален сумме двух слагаемых: $\cos^2 \vartheta_c (p' \rightarrow n')$ и $\sin^2 \vartheta_c (p' \rightarrow \Lambda')$, т. е. не зависит от угла Кабиббо.

Как и следовало ожидать, структурные функции рассеяния нейтрино и антинейтрино на нейтроне получаются из структурных функций для рассеяния нейтрино (и антинейтрино) на протоне замечной $u \leftrightarrow d$, $\bar{u} \leftrightarrow \bar{d}$.

Так как сумма структурных функций νp - и $\bar{\nu} n$ -рассеяний равна

$$2x (f_{1p}^{(\nu)} + f_{1n}^{(\nu)}) = 2 (u + \bar{u}) + 2 \cos^2 \vartheta_c (d + \bar{d}) + 2 \sin^2 \vartheta_c (s + \bar{s}),$$

то из трех величин $f_{ep}(x)$, $f_{en}(x)$ и $f_{1p}^{(\nu)} + f_{1n}^{(\nu)}$ можно найти функции распределения трех различных кварков и антикварков в протоне, т. е. величины $u(x) + \bar{u}(x)$, $d(x) + \bar{d}(x)$, $s(x) + \bar{s}(x)$.

Как видно из (4.173), кварк-партонная модель предсказывает ряд соотношений между структурными функциями глубоко неупругого νN -, $\bar{\nu} N$ - и eN -взаимодействия, а именно:

$$f_{1p}^{(\nu)}(x) + f_{1n}^{(\nu)}(x) = f_{1p}^{(\bar{\nu})}(x) + f_{1n}^{(\bar{\nu})}(x),$$

$$x [f_{3p}^{(\nu)}(x) - f_{3p}^{(\bar{\nu})}(x)] = 2 \cos^2 \vartheta_c (d + \bar{d}) - 2 (u + \bar{u}) + 2 \sin^2 \vartheta_c (s + \bar{s}),$$

$$\begin{aligned}
 x [f_{3n}^{(\nu)}(x) - f_{3n}^{(\bar{\nu})}(x)] &= -2 (d + \bar{d}) + 2 (u + \bar{u}) \cos^2 \vartheta_c + \\
 &+ 2 \sin^2 \vartheta_c (s + \bar{s}),
 \end{aligned}$$

$$f_p(x) + f_n(x) = \frac{5}{9} (u + \bar{u} + d + \bar{d}) + \frac{2}{9} (s + \bar{s}),$$

$$f_p(x) - f_n(x) = \frac{1}{3} (u + \bar{u} - d - \bar{d}).$$

В настоящее время структурные функции глубоко неупругого рассеяния нейтрино и антинейтрино нуклонами неизвестны, поэтому экспериментальная проверка этих соотношений пока невозможна.

Как следует из формулы (4.171), дифференциальные сечения νN - и $\bar{\nu} N$ -взаимодействий можно записать в виде

$$\frac{d^2\sigma_N^{(\nu, \bar{\nu})}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x, y),$$

где функции $f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x, y)$ просто связаны со структурными функциями $f_{1,2,3}^{(\nu, \bar{\nu})}(x)$. Если $\theta_c = 0$, то, воспользовавшись формулами (4.173), найдем

$$\begin{aligned} f_p^{(\nu)}(x, y) &= d(x) + (1-y)^2 \bar{u}(x), & f_n^{(\nu)}(x, y) &= u(x) + (1-y)^2 \bar{d}(x), \\ f_p^{(\bar{\nu})}(x, y) &= \bar{d}(x) + (1-y)^2 u(x), & f_n^{(\bar{\nu})}(x, y) &= \bar{u}(x) + (1-y)^2 d(x). \end{aligned}$$

Эти формулы показывают, что зависимость сечений $\frac{d^2\sigma_N^{(\nu)}}{dx dy}$ и $\frac{d^2\sigma_N^{(\bar{\nu})}}{dx dy}$ от переменной y известна в явном виде: эти сечения являются полиномами второй степени по y вследствие локальности слабого взаимодействия лептонов с адронами и векторной природы слабых токов. Поэтому сечения νN - и $\bar{\nu} N$ -взаимодействий можно проинтегрировать по y (в пределах от 0 до 1). В результате получим

$$\frac{d\sigma_N^{(\nu, \bar{\nu})}}{dx} = \frac{G^2 s}{\pi} x f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x), \quad f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x) = \int_0^1 dy f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x, y),$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_p^{(\nu)}(x) &= d(x) + \frac{1}{3} \bar{u}(x), & f_n^{(\nu)}(x) &= u(x) + \frac{1}{3} \bar{d}(x), \\ f_p^{(\bar{\nu})}(x) &= \bar{d}(x) + \frac{1}{3} u(x), & f_n^{(\bar{\nu})}(x) &= \bar{u}(x) + \frac{1}{3} d(x). \end{aligned} \right\} \quad (4.174)$$

Величины численных коэффициентов 1 и 1/3 в (4.174) перед распределениями кварков или антикварков связаны с относительной величиной сечений взаимодействия нейтрино и антинейтрино с кварками: из теории $V - A$ слабого взаимодействия следует, что сечение рассеяния нейтрино кварком должно в три раза превышать сечение рассеяния антинейтрино кварком (если спин кварков равен 1/2). Это различие сечений связано с величиной суммарной спиральности взаимодействующих частиц: спиральность системы $(\bar{\nu} + q)$ равна нулю, а суммарная спиральность системы $(\bar{\nu} + \bar{q})$ — единице.

Сравнивая функции $f_N^{(\nu, \bar{\nu})}(x)$ со структурными функциями eN -рассеяния $f_p(x)$ и $f_n(x)$, легко получить соотношение

$$f_n^{(\nu)}(x) + f_n^{(\bar{\nu})}(x) - f_p^{(\nu)}(x) - f_p^{(\bar{\nu})}(x) = 2 [f_p(x) - f_n(x)].$$

Из (4.174) можно найти следующее неравенство:

$$\frac{1}{3} \leq \frac{f_p^{(\bar{v})}(x) + f_n^{(\bar{v})}(x)}{f_p^{(v)}(x) + f_n^{(v)}(x)} \leq 3, \quad (4.175)$$

где верхний предел достигается при $u(x) = d(x) = 0$ (нуклон содержит только антикварки), а нижний — при $\bar{u}(x) = \bar{d}(x) = 0$ (нуклон содержит кварки и не содержит антикварки).

Рассматриваемая кварк-партоновая модель позволяет получить оценку суммы полных сечений взаимодействия нейтрино и антинейтрино с нуклонами. Действительно, из (4.174) легко получить

$$\sigma_p^{(v)} + \sigma_n^{(v)} + \sigma_p^{(\bar{v})} + \sigma_n^{(\bar{v})} = \frac{G^2 s}{\pi} \frac{4}{3} \int_0^1 x (u + \bar{u} + d + \bar{d}) dx, \quad (4.176)$$

где $\sigma_N^{(v, \bar{v})} = \frac{G^2 s}{\pi} \int_0^1 x f_N^{(v, \bar{v})}(x) dx$. Нижнюю оценку для интеграла в

(4.176) легко найти из данных о глубоко неупругом рассеянии электронов нуклонами. Для этого воспользуемся формулами (4.163) и (4.164), откуда

$$\int_0^1 x [f_p(x) + f_n(x)] dx = \int_0^1 x \left[\frac{5}{9} (u + \bar{u} + d + \bar{d}) + \frac{2}{9} (s + \bar{s}) \right] dx,$$

т. е.

$$\int_0^1 x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] dx \leq \frac{9}{5} \int_0^1 x [f_p(x) + f_n(x)] dx.$$

Так как $\int_0^1 x f_p(x) dx = 0,18$, $\int_0^1 x f_n(x) dx = 0,12$, то

$$\int_0^1 x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] dx \leq 0,54.$$

Подставляя эту оценку в (4.176), находим

$$\sigma_{vN} + \sigma_{\bar{v}N} \leq \frac{G^2 s}{2\pi} 0,72, \quad (4.177)$$

где использованы обозначения $\sigma_{vN} \equiv \frac{1}{2} (\sigma_p^{(v)} + \sigma_n^{(v)})$, $\sigma_{\bar{v}N} \equiv \frac{1}{2} \times (\sigma_p^{(\bar{v})} + \sigma_n^{(\bar{v})})$.

Это неравенство превращается в равенство, если пренебречь вкладом странных кварков и антикварков в структурные функции глубоко неупругого рассеяния электронов нуклонами.

Заметим прежде всего, что полные сечения νN - и $\bar{\nu} N$ -взаимодействий должны расти линейно с s :

$$\sigma_{\nu N, \bar{\nu} N} = \alpha_{\nu, \bar{\nu}} \frac{G^2 s}{2\pi},$$

где $\alpha_{\nu, \bar{\nu}}$ — численные коэффициенты. Этот результат связан со скейлинговым поведением структурных функций глубоко неупругого νN - и $\bar{\nu} N$ -взаимодействия и с размерным характером константы слабого взаимодействия. Действительно, если при $s \gg M^2$ массаи адронов можно пренебречь, т. е. единственной размерной величины, кроме константы G , является величина квадрата полной энергии, то линейный по s рост полных сечений $\sigma_{\nu N}$ и $\sigma_{\bar{\nu} N}$ немедленно следует из соображений размерности.

Линейный рост полных сечений $\sigma_{\nu N}$ и $\sigma_{\bar{\nu} N}$ подтверждается на опыте [44], где найдены следующие значения констант α_ν и $\alpha_{\bar{\nu}}$: $\alpha_\nu = 0,5 \pm 0,1$, $\alpha_{\bar{\nu}} = 0,195 \pm 0,040$ (согласно [60] $\alpha_\nu = 0,63$, $\alpha_{\bar{\nu}} = 0,21$).

Но самым замечательным является близость экспериментального значения суммы $\alpha_\nu + \alpha_{\bar{\nu}} = 0,70 \pm 0,14$ к верхнему пределу (4.177), предсказываемому в кварк-партонной модели и равному $\alpha_\nu + \alpha_{\bar{\nu}} = 0,72$. Нарушение неравенства (4.177) означало бы, что кварк-партонная модель несправедлива.

Совпадение экспериментального значения величины $\alpha_\nu + \alpha_{\bar{\nu}}$ с предсказываемым верхним значением ее свидетельствует о малом вкладе странных кварков в структурные функции как глубоко неупругих νN - и $\bar{\nu} N$ -взаимодействий, так и глубоко неупругого eN -рассеяния. Отсутствие странных кварков в нестранном нуклоне представляется естественным для кварк-партонной модели.

Можно рассмотреть следствия еще одного предположения. Будем предполагать, что вкладом антикварков в структурные функции глубоко неупругих eN - и νN -взаимодействий можно пренебречь, т. е. $\bar{u}(x) = \bar{d}(x) = 0$. В этом случае справедливо соотношение

$$\frac{f_p^{(\bar{v})}(x) + f_n^{(\bar{v})}(x)}{f_p^{(v)}(x) + f_n^{(v)}(x)} = \frac{d\sigma_{\nu N}/dx}{d\sigma_{\bar{\nu} N}/dx} = \frac{1}{3},$$

что согласуется с измеренным на опыте отношением полных сечений [39] $\alpha_{\bar{\nu}}/\alpha_\nu = 0,377 \pm 0,023$.

Предположение о малом вкладе антикварков в сечения νN -, $\bar{\nu} N$ -, eN -взаимодействий позволяет получить также ряд других соотношений. Так, из данных относительно глубоко неупругих ep - и

en -рассеяний можно найти распределения нейтронных кварков

$$u(x) = \frac{9}{10} [f_p(x) + f_n(x)] - \frac{3}{2} [f_p(x) - f_n(x)],$$

$$d(x) = \frac{9}{10} [f_p(x) + f_n(x)] + \frac{3}{2} [f_p(x) - f_n(x)].$$

Эти распределения позволяют найти функции

$$f_p^{(\nu)}(x) = 3f_n^{(\bar{\nu})}(x) = d(x),$$

$$f_n^{(\nu)}(x) = 3f_p^{(\bar{\nu})}(x) = u(x),$$

а также вычислить абсолютные значения коэффициентов α_ν и $\alpha_{\bar{\nu}}$:

$$\alpha_\nu = 3\alpha_{\bar{\nu}} = \frac{9}{5} \int_0^1 x [f_p(x) + f_n(x)] dx = 0,54,$$

и отношение сечений

$$\frac{\sigma_n^{(\nu)}}{\sigma_p^{(\nu)}} = \frac{\int_0^1 xu(x) dx}{\int_0^1 xd(x) dx} = \frac{1 + \frac{5}{3} \Delta}{1 - \frac{5}{3} \Delta},$$

где

$$\Delta = \frac{\int_0^1 dx x [f_p(x) - f_n(x)]}{\int_0^1 dx x [f_p(x) + f_n(x)]}.$$

Используя экспериментальные значения входящих сюда интегралов, найдем $\Delta = 0,20$, так что $\sigma_n^{(\nu)}/\sigma_p^{(\nu)} \approx 2$. Это предсказание не противоречит опыту: $\sigma_n^{(\nu)}/\sigma_p^{(\nu)} = 1,5 \pm 0,3$ [18].

Выпишем интегральные правила сумм для структурных функций глубоко неупругого νN - и $\bar{\nu} N$ -рассеяний. Используя формулы (4.173), найдем

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 x [f_p^{(\bar{\nu})}(x) - f_p^{(\nu)}(x)] dx &= 2(2 - \cos^2 \vartheta_e) \simeq 2, \\ \int_0^1 x [f_n^{(\bar{\nu})}(x) - f_n^{(\nu)}(x)] dx &= 2(1 - 2 \cos^2 \vartheta_e) \simeq -2, \\ \int_0^1 [f_{3p}^{(\nu)}(x) + f_{3p}^{(\bar{\nu})}(x)] dx &= -2(2 + \cos^2 \vartheta_e) \simeq -6, \\ \int_0^1 [f_{3n}^{(\nu)}(x) + f_{3n}^{(\bar{\nu})}(x)] dx &= -2(1 + 2 \cos^2 \vartheta_e) \simeq -6. \end{aligned} \right\} (4.178)$$

При выводе сумм использована только нормировка функций распределения кварков и антикварков в нуклоне: функции распределения нормированы так, чтобы протон и нейтрон имели определенные значения электрического заряда и проекции изотопического спина.

Первое соотношение (4.178) совпадает с правилом сумм Адлера [27], третье — с правилом сумм Смита — Гросса [49].

§ 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ НУКЛОНОВ

8.1. Экспериментальные данные о формфакторах нуклонов. Значения электромагнитных формфакторов протона и нейтрона могут быть получены из экспериментальных данных о сечениях рассеяния электронов нуклонами.

Мы уже отмечали, что дифференциальное сечение упругого eN -рассеяния (с неполяризованными частицами) нечувствительно при больших переданных импульсах к вкладу зарядового формфактора. Поэтому, несмотря на то что сечения упругого eN -рассеяния измерены в широком интервале значений квадрата переданного импульса (вплоть до $-q^2 = 25 \text{ Гэв}^2$ [54]), разделение вклада формфакторов G_{Ep} и G_{Mp} в сечение ep -рассеяния практически возможно только в области $-q^2 < 3 \text{ Гэв}^2$. В этом интервале q^2 приближенно выполняются соотношения [19]

$$G_{Ep}(q^2) = \frac{G_{Mp}(q^2)}{\mu_p} = \frac{G_{Mn}(q^2)}{\mu_n}, \quad (4.179)$$

$$G_{En}(q^2) \simeq 0. \quad (4.180)$$

Их точность меняется в зависимости от q^2 , оставаясь в пределах точности измерения формфакторов.

Наиболее точный результат относительно зарядового формфактора нейтрона G_{En} , полученный в опытах по рассеянию медленных нейтронов ядрами, касается производной $dG_{En}(q^2)/dq^2$ при $q^2 = 0$ [56],

$$dG_{En}(q^2)/dq^2_{q^2=0} = (-0,0193 \pm 0,0004) \text{ ферми}^2.$$

Заметим, что соотношение $G_{Mp}(q^2) = \mu_p G_{Ep}(q^2)$ не может быть абсолютно точным. Действительно, как следует из определения зарядового и магнитного формфакторов (4.55), при $q^2 = 4M^2$ должно выполняться соотношение

$$G_{Mp}(4M^2) = G_{Ep}(4M^2) \quad (4.181)$$

(M — масса нуклона). Полученные экспериментальные данные о формфакторах протона в области времениподобных переданных импульсов свидетельствуют о том, что $G_{Ep}(4M^2) \neq 0$. Поэтому соотношение между формфакторами G_{Ep} и G_{Mp} с учетом (4.181) можно записать в виде [7—9]

$$G_{Mp}(q^2) = \mu_p S(q^2) G_{Ep}(q^2),$$

где $S(q^2)$ — некоторая функция q^2 , удовлетворяющая условиям $S(0) = 1$ и $S(4M^2) = \frac{1}{\mu_p}$. Экспериментальные данные хорошо согласуются со следующим выражением для $S(q^2)$:

$$S(q^2) = \left[1 - \left(1 - \frac{1 - a_s}{\mu_p} \right) \tau \right] (1 - a_s \tau)^{-1}, \quad \tau = -\frac{q^2}{4M^2},$$

где константа a_s , найденная в результате подгонки к экспериментальным данным относительно упругого ep -рассеяния, равна $a_s = 1,05 \pm 0,09$.

Поведение формфактора $G_{Mp}(q^2)$ при q^2 вплоть до $-q^2 = 25 \text{ ГэВ}^2$ хорошо описывается простой формулой

$$G_{Mp}(q^2)/\mu_p = \left[1 - \frac{q^2}{0,71} \right]^{-2} \quad (-q^2 \text{ в } \text{ГэВ}^2). \quad (4.182)$$

Отклонения от этой формулы (она называется дипольной) наблюдаются только в области больших переданных импульсов.

Пространственные фурье-компоненты электромагнитных формфакторов нуклона определяют пространственные распределения электрического заряда и магнитного момента нуклонов. Так, в системе Брейта, где квадрат 4-импульса совпадает с квадратом переданного 3-импульса, т. е. $q^2 = -\mathbf{q}_B^2$, величины $G_{EN}(r)$ и $G_{MN}(r)$ определяют распределение электрического заряда и магнитного момента нуклона:

$$G_{EN}(r) = \int G_{EN}(-\mathbf{q}_B^2) e^{-i\mathbf{q}_B \cdot \mathbf{r}} d^3q_B,$$

$$G_{MN}(r) = \int G_{MN}(-\mathbf{q}_B^2) e^{-i\mathbf{q}_B \cdot \mathbf{r}} d^3q_B.$$

Считая справедливой формулу (4.182) во всей области переданных импульсов, получим следующее выражение для пространственного распределения магнитного момента протона:

$$G_{Mp}(r)/\mu_p = 3,06 \exp(-4,25r),$$

т. е. распределение магнитного момента протона имеет экспоненциальную форму. (Мы не выписываем формулы для распределения электрического заряда протона и нейтрона, а также магнитного момента нейтрона, так как соответствующие формфакторы известны в существенно меньшем интервале переданных импульсов.)

Средние квадраты распределений заряда $\langle r^2 \rangle_{EN}$ и магнитного момента $\langle r^2 \rangle_{MN}$ определяются формулами

$$\langle r^2 \rangle_{EN} = \int r^2 G_{EN}(r) d^3r / \int G_{EN}(r) d^3r,$$

$$\langle r^2 \rangle_{MN} = \int r^2 G_{MN}(r) d^3r / \int G_{MN}(r) d^3r.$$

Легко видеть, что

$$\langle r^2 \rangle_{EN} = \frac{6}{G_{EN}(0)} \frac{d}{dq^2} G_{EN}(q^2)_{q^2=0}, \quad \langle r^2 \rangle_{MN} = \frac{6}{G_{MN}(0)} \frac{d}{dq^2} \times \\ \times G_{MN}(q^2)_{q^2=0}.$$

Используя (4.179) и (4.182), получим

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{Ep}} = \sqrt{\langle r^2 \rangle_{Mp}} = \sqrt{\langle r^2 \rangle_{Mn}} = 0,81 \text{ ферми.}$$

8.2. Определение электромагнитных формфакторов нейтрона.
В силу нестабильности нейтрона электромагнитная структура его

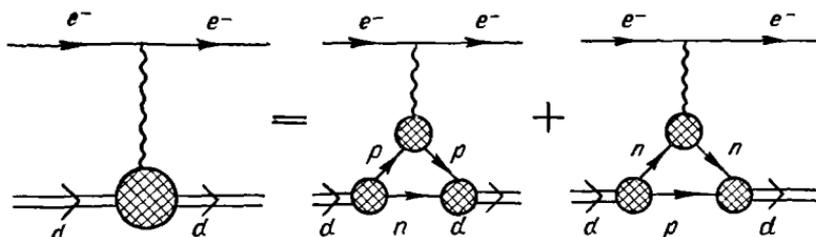


Рис. 4.16. Упругое рассеяние электронов дейтронами в импульсном приближении.

не может быть определена непосредственно по рассеянию электронов нейтронами, как в случае протона. Однако для определения формфакторов нейтрона можно использовать другие методы:

- 1) изучение рассеяния тепловых нейтронов атомными электронами;
- 2) изучение упругого рассеяния электронов дейтронами $e^- + d \rightarrow e^- + d$;
- 3) изучение квазиупругого рассеяния электронов дейтронами с развалом дейтрона на протон и нейтрон $e^- + d \rightarrow e^- + n + p$;
- 4) изучение электророждения π -мезонов на нуклонах $e^- + p \rightarrow e^- + \pi^+ + n$.

Наиболее точная информация об электромагнитной структуре нейтрона получена, как уже отмечалось, из опытов по рассеянию нейтронов ядрами. Однако в этих опытах может быть найдена только величина $\langle r^2 \rangle_{En}$. Для нахождения зависимости электромагнитных формфакторов G_{En} и G_{Mn} от q^2 используются главным образом экспериментальные данные о сечениях упругого и неупругого рассеяния электронов дейтронами.

Дифференциальное сечение процесса $e^- + d \rightarrow e^- + d$ (см. гл. 4) зависит от трех электромагнитных формфакторов дейтрона, характеризующих электромагнитную структуру частицы со спином, равным единице (в предположении, что электромагнитное взаимодействие адронов обладает S - и P -инвариантностью).

В импульсном приближении (рис. 4.16) формфакторы дейтрона пропорциональны суммам электромагнитных формфакторов нукло-

нов $G_{Mp} + G_{Mn}$ и $G_{Ep} + G_{En}$. Связь формфакторов дейтрона с электромагнитными формфакторами нуклонов может быть найдена в нерелятивистском пределе, когда известна волновая функция дейтрона. При этом обычно пренебрегают вкладом так называемых обменных токов, которые описывают взаимодействие виртуальных γ -квантов не с отдельными нуклонами, а с мезонами, которыми обмениваются нуклоны, в результате чего обеспечивается связь нуклонов в дейтроне (рис. 4.17).

Определение нуклонных формфакторов с помощью опытов по упругому e^-d -рассеянию выполнено только при $-q^2 \ll \leq 1 \text{ Гэв}^2$, поскольку электромагнитные формфакторы дейтрона быстро убывают с ростом $-q^2$. (Сечение упругого e^-d -рассеяния измерено до $-q^2 = 6 \text{ Гэв}^2$.)

Наиболее распространенным методом определения электромагнитных формфакторов нейтрона является измерение квазиупругого рассеяния электронов дейтронами. Это рассеяние описывается в импульсном приближении диаграммами Фейнмана (рис. 4.18, диаграммы b и g добавлены, чтобы обеспечить градиентную инвариантность матричного элемента процесса $\gamma^* + d \rightarrow n + p$).

Малость энергии связи ϵ_d дейтрона ($\epsilon_d = 2,2 \text{ Мэв}$) приводит к тому, что рассеяние электронов дейтроном можно рассматривать как рассеяние электронов на почти свободных нуклонах. Поэтому вклады диаграмм Фейнмана наиболее велики в тех кинематических областях, где протон или нейтрон (см. рис. 4.18, $a, б$) вылетает с малым импульсом, а виртуальный γ -квант передает весь свой импульс нейтрону (см. рис. 4.18, a) или протону (см. рис. 4.18, $б$). Действительно, вклад диаграммы a в матричный элемент процесса $\gamma^* + d \rightarrow n + p$ пропорционален пропагатору нейтрона $1/(n^2 - M^2)$ (n — 4-импульс виртуального нейтрона), а вклад диаграммы $б$ пропорционален пропагатору протона $1/(p^2 - M^2)$ (p — 4-импульс виртуального протона). В силу сохранения 4-импульса в дейтронной вершине $d = n + p$ (d — 4-импульс дейтрона) для диаграммы a с виртуальным нейтроном в лабораторной системе имеем

$$n^2 - M^2 = (d - p)^2 - M^2 = M_d^2 - 2M_d E_p,$$

где E_p — энергия протона в конечном состоянии, M_d — масса дейтрона. Вводя кинетическую энергию протона $E_p = M + T_p$ ($T_p \gg \gg 0$) и пренебрегая членами порядка ϵ_d^2 , получим $n^2 - M^2 =$

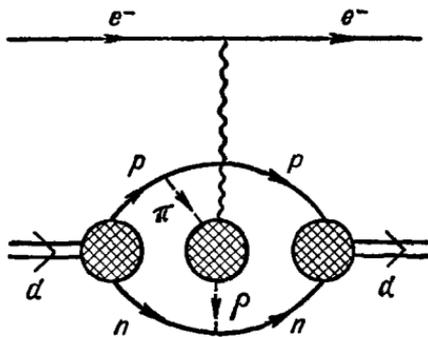


Рис. 4.17. Обменные токи при рассеянии электронов дейтронами.

$= -2M\epsilon_d + 2T_p(\epsilon_d - 2M)$. При $T_p \rightarrow 0$ $n^2 - M^2 = -2M\epsilon_d \simeq 0$, т. е. при малых энергиях образующегося протона нейтронный полюс очень близко расположен к физической области. Поэтому диаграмма *a* при малых энергиях протона в конечном состоянии дает главный вклад в сечение квазиупругого рассеяния электронов дейтронами. Вклад же диаграммы *b* максимален в той кинематической

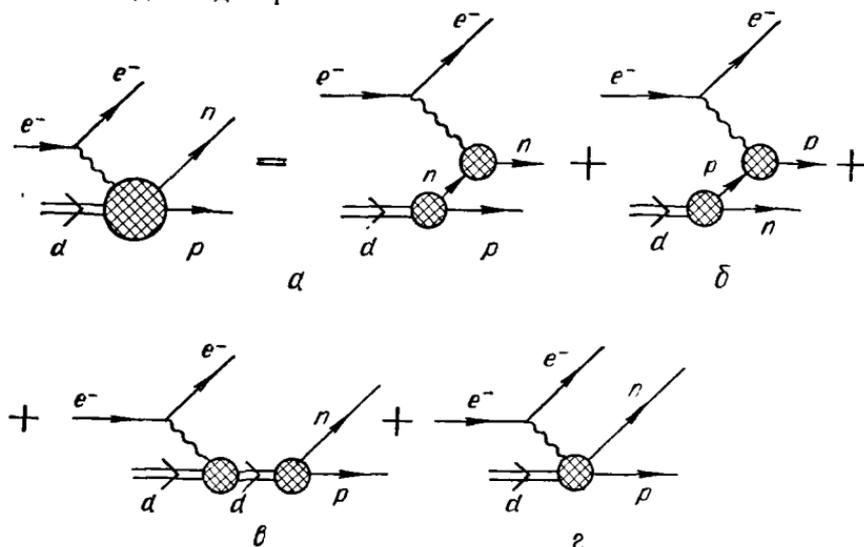


Рис. 4.18. Квазиупругое рассеяние электронов дейтронами в импульсном приближении.

области, где нейтрон образуется с очень малой кинетической энергией, следовательно, протонный полюс расположен вблизи физической области $p^2 - M^2 \simeq 0$.

Поскольку вклады диаграмм *a* и *b* в сечение квазиупругого рассеяния электронов дейтронами велики в разных кинематических областях, то дифференциальное сечение процесса $e^- + d \rightarrow e^- + p + n$ с регистрацией только рассеянного электрона можно считать пропорциональным сумме дифференциальных сечений упругих e^-p - и e^-n -рассеяний. Коэффициент пропорциональности определяется волновой функцией дейтрона.

Чтобы найти сечение e^-n -рассеяния, необходимо из сечения квазиупругого рассеяния электронов дейтронами вычесть сечение упругого e^-p -рассеяния. Такая процедура не позволяет с достаточной точностью определить формфакторы нейтрона, так как при вычитании сечений экспериментальные ошибки складываются.

Наиболее точным методом определения электромагнитных формфакторов нейтрона является детектирование двух частиц в конечном состоянии реакции $e^- + d \rightarrow e^- + n + p$ — электрона и одного из нуклонов.

Дифференциальное сечение процесса $e^- + d \rightarrow e^- + n + p$ с регистрацией электрона и протона в конечном состоянии, вычисленное в импульсном приближении с учетом диаграмм *a* и *б* рис. 4.18, имеет вид [43]

$$\frac{d^3\sigma(ed \rightarrow enp)}{d\epsilon_2 d\Omega_e d\Omega_p} = \sigma_M \frac{M^2 |p|}{4\pi^2 E_p} \times \\ \times \left[F^2(p, q, \chi) \left(\frac{G_{Ep}^2 + \tau G_{Mp}^2}{1 + \tau} + 2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \tau G_{Mp}^2 \right) + \right. \\ \left. + F^2(p, q, \pi - \chi) \left(\frac{G_{En}^2 + \tau G_{Mn}^2}{1 + \tau} + 2\tau \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} G_{Mn}^2 \right) + I_{ab} \right], \quad (4.183)$$

где

$$F(p, q, \chi) = \int_0^\infty J_0 \left(r \sqrt{p^2 + \frac{q^2}{4} - |q||p| \cos \chi} \right) u(r) r dr,$$

p, q — импульсы протона и виртуального γ -кванта в СЦИ конечных нуклонов, χ — угол между импульсами p и q , $u(r)/r$ — радиальная часть волновой функции дейтрона, соответствующей s -состоянию (вклад d -волны не учитывается), J_0 — функция Бесселя, $d\Omega_p$ — элемент телесного угла протона в конечном состоянии реакции $e^- + d \rightarrow e^- + n + p$. Величина I_{ab} описывает вклад в дифференциальное сечение квазиупругого e^-d -рассеяния интерференции диаграмм, приведенных на рис. 4.18, *a, б*. Первое слагаемое в формуле (4.183) описывает рассеяние электронов протоном, который приобретает большой импульс при поглощении виртуального γ -кванта, второе — рассеяние электронов нейтроном, который приобретает большой импульс при поглощении виртуального γ -кванта. Так как функция $F(p, q, \chi)$ велика при $\chi = 0$, то вклад первого слагаемого велик при параллельных векторах p и q , а второго — при антипараллельных векторах p и q . Поэтому к формфакторам нейтрона будет чувствительно следующее отношение сечений:

$$R_d = \frac{d^3\sigma/d\epsilon_2 d\Omega_e d\Omega_p |_{\chi=\pi}}{d^3\sigma/d\epsilon_2 d\Omega_e d\Omega_p |_{\chi=0}}.$$

Эта величина определяется согласно (4.183) (в пренебрежении вкладом интерференции I_{ab} двух механизмов) формулой

$$R_d = \frac{G_{Mn}^2}{G_{Mp}^2} \frac{\left[2\tau \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + (\tau + G_{En}^2/G_{Mn}^2)(1 + \tau)^{-1} \right]}{\left[2\tau \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} + (\tau + G_{Ep}^2/G_{Mp}^2)(1 + \tau)^{-1} \right]}.$$

Измеряя R_d и используя данные о формфакторах протона, можно найти величины электромагнитных формфакторов нейтрона G_{En} и G_{Mn} .

Формула (4.183), полученная в импульсном приближении, не учитывает взаимодействие адронов в конечном состоянии процесса $e^- + d \rightarrow e^- + p + n$. Можно ожидать, что величина R_d не чувствительна к эффектам взаимодействия адронов в конечном состоянии.

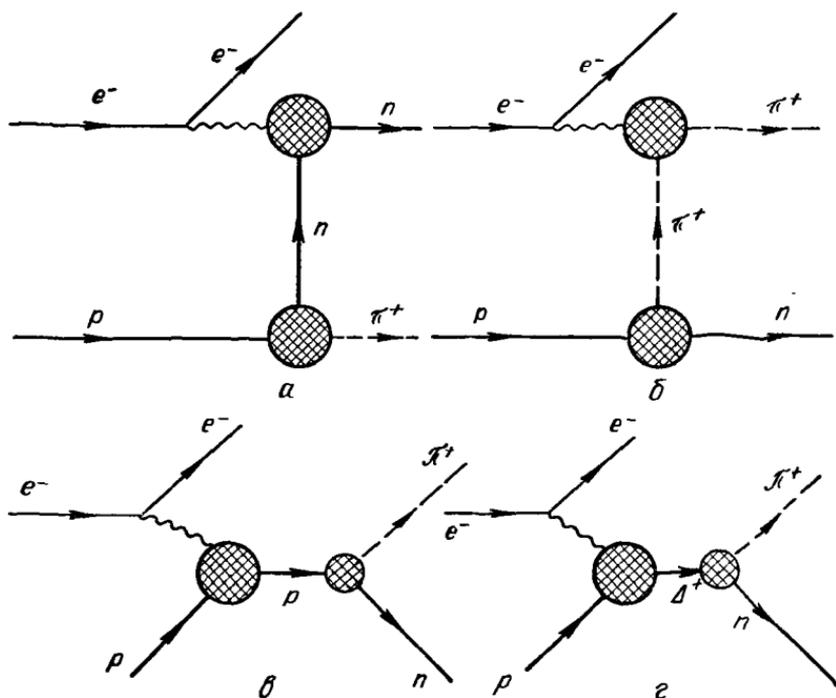


Рис. 4.19. Возможные механизмы процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ в области первого мезон-нуклонного резонанса.

Отметим, что формула (4.183) для дифференциального сечения процесса $e^- + d \rightarrow e^- + n + p$ получена в нерелятивистской теории дейтрона. Отсутствие релятивистской теории связанного состояния двух нуклонов, а также невозможность последовательного учета вклада обменных токов и эффектов сильного взаимодействия образующихся нуклонов затрудняют надежное определение электромагнитных формфакторов нейтрона из данных о дифференциальных сечениях упругого и неупругого рассеяний электронов дейтронами. (Поскольку нуклоны в дейтроне находятся в связанном состоянии, то их электромагнитные формфакторы могут отличаться от формфакторов свободных нуклонов.)

Электромагнитные формфакторы нейтрона могут быть найдены в принципе также из экспериментальных данных о дифференциальных сечениях реакции $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$, так как борновская

часть амплитуды этой реакции содержит вклад однонуклонной диаграммы (рис. 4.19, а). При этом, однако, необходимо учитывать вклады других механизмов.

Таблица 4.1

$-q^2, \text{Гэв}^2$	$\mu_p^2 \left(\frac{G_{Ep}}{G_{Mp}} \right)^2$	$G_{Mp}/\mu_p \left(1 - \frac{q^2}{0.71} \right)^2$
0,018	1,03 ± 0,07	0,97 ± 0,03
0,023	1,07 ± 0,06	0,957 ± 0,019
0,039	0,97 ± 0,04	1,00 ± 0,015
0,062	0,97 ± 0,11	1,02 ± 0,038
0,078	0,99 ± 0,04	0,980 ± 0,013
0,117	1,01 ± 0,05	0,978 ± 0,010
0,155	1,10 ± 0,06	0,95 ± 0,014
0,195	0,944 ± 0,053	0,994 ± 0,011
0,273	1,02 ± 0,067	0,958 ± 0,015
0,311	0,962 ± 0,070	0,979 ± 0,014
0,390	1,04 ± 0,05	0,972 ± 0,010
0,584	0,968 ± 0,048	1,00 ± 0,010
0,78	0,851 ± 0,064	1,02 ± 0,011
1,00	0,98 ± 0,10	1,02 ± 0,014
1,17	0,94 ± 0,11	1,02 ± 0,014
1,56	0,92 ± 0,21	1,038 ± 0,023
1,75	0,570 ± 0,17	1,07 ± 0,017
2,00	0,79 ± 0,19	1,047 ± 0,017
2,33	0,51 ± 0,29	1,06 ± 0,021
2,50	1,32 ± 0,52	1,01 ± 0,039
3,00	0,424 ± 0,29	1,075 ± 0,017
3,75	2,08 ± 0,86	0,983 ± 0,045

В табл. 4.1 и 4.2 приведены экспериментальные данные для нуклонных электромагнитных формфакторов, характеризующие зависимость формфакторов нуклона от q^2 .

Отметим, что в изученной области q^2 данные о формфакторах нейтрона не противоречат соотношению $G_{En}(q^2) = -\frac{(-q^2)}{4M^2} G_{Mn}(q^2)$, которое означает, что $F_{1n}(q^2) = 0$. Это соотношение согласуется также с точными данными относительно величины производной зарядового формфактора нейтрона по q^2 при $q^2 = 0$.

8.3. Изотопическая структура электромагнитных формфакторов и векторная доминантность. Вводя электромагнитные формфакторы протона и нейтрона, мы рассматривали отдельно электромагнитный ток протона и нейтрона. Между тем протон и нейтрон принадлежат к одному изотопическому мультиплету. Поэтому можно сразу ввести

электромагнитный ток нуклона и выяснить, какова его изотопическая структура.

Запишем с этой целью матричный элемент оператора электромагнитного тока J_μ между нуклонными состояниями с 4-импульсами

Таблица 4.2

$-q^2, \text{ Гэв}^2$	G_{En}^2	$G_{Mn}/\mu_n \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^2$
0,039	—	$1,39 \pm 0,30$
0,058	—	$1,05 \pm 0,056$
0,097	—	$1,10 \pm 0,032$
0,113	—	$1,12 \pm 0,08$
0,160	—	$1,04 \pm 0,07$
0,178	—	$1,03 \pm 0,035$
0,214	$0,002 \pm 0,0084$	—
0,292	—	$0,94 \pm 0,026$
0,389	$-0,003 \pm 0,009$	$0,97 \pm 0,09$
0,389	$-0,008 \pm 0,007$	$1,01 \pm 0,028$
0,565	$-0,004 \pm 0,006$	$1,01 \pm 0,08$
0,600	$-0,020 \pm 0,006$	$1,12 \pm 0,036$
0,780	$0,0058 \pm 0,0077$	$1,00 \pm 0,054$
1,00	$0,0040 \pm 0,013$	$1,047 \pm 0,082$
1,00	$0,0045 \pm 0,0045$	$0,975 \pm 0,055$
1,17	$0,0013 \pm 0,007$	$1,04 \pm 0,094$
1,53	$0,0021 \pm 0,0025$	$1,055 \pm 0,055$
1,80	$-0,0047 \pm 0,0047$	$1,21 \pm 0,11$
2,70	$0,0029 \pm 0,0034$	$0,84 \pm 0,26$

p_1 и p_2 в виде

$$J_\mu^{(N)} \equiv \langle N(p_2) | J_\mu | N(p_1) \rangle = \bar{N}(p_2) \left[\gamma_\mu \left(F_{1p} \frac{1 + \tau_3}{2} + F_{1n} \frac{1 - \tau_3}{2} \right) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} \left(F_{2p} \frac{1 + \tau_3}{2} + F_{2n} \frac{1 - \tau_3}{2} \right) \right] N(p_1), \quad (4.184)$$

где $N(p)$ — восьмикомпонентный нуклонный спинор, представляющий собой прямое произведение биспинора Дирака и изотопического двухкомпонентного спинора; F_{1p} , F_{1n} , F_{2p} и F_{2n} — формфакторы нуклона, зависящие от квадрата переданного импульса q^2 ; $\frac{1 \pm \tau_3}{2}$ — проекционные операторы для двух состояний нуклона. Этот матричный элемент можно представить в виде суммы двух слагаемых

$$J_\mu^{(N)} = J_\mu^{(s)} + J_\mu^{(v)},$$

где

$$J_{\mu}^{(s)} = \bar{N}(\rho_2) \left(\gamma_{\mu} F_{1,s} - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_{\nu}}{2M} F_{2s} \right) N(\rho_1),$$

$$J_{\mu}^{(v)} = \bar{N}(\rho_2) \left(\gamma_{\mu} F_{1v} - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_{\nu}}{2M} F_{2v} \right) \tau_3 N(\rho_1),$$

4-вектор $J_{\mu}^{(s)}$ будем называть изотопически скалярным, а 4-вектор $J_{\mu}^{(v)}$ — изотопически векторным током нуклона. Величины F_{1s} , F_{2s} носят название изотопически скалярных, а F_{2v} , F_{1v} — изотопически векторных электромагнитных формфакторов нуклона. Они представляют собой полусуммы и полуразности электромагнитных формфакторов протона и нейтрона F_{ip} и F_{in} , $i = 1, 2$:

$$F_{is} = \frac{1}{2} (F_{ip} + F_{in}), \quad F_{iv} = \frac{1}{2} (F_{ip} - F_{in}).$$

В соответствии с этими соотношениями можно ввести изоскалярный и изовекторный зарядовые формфакторы G_{Es} и G_{Ev} , а также изоскалярный и изовекторный магнитный формфакторы G_{Ms} и G_{Mv} :

$$G_{Es} = \frac{1}{2} (G_{Ep} + G_{En}), \quad G_{Ev} = \frac{1}{2} (G_{Ep} - G_{En}),$$

$$G_{Ms} = \frac{1}{2} (G_{Mp} + G_{Mn}), \quad G_{Mv} = \frac{1}{2} (G_{Mp} - G_{Mn}).$$

Изоскалярные формфакторы соответствуют поглощению нуклоном изотопически скалярных виртуальных γ -квантов, а изовекторные формфакторы — поглощению нуклоном изотопически векторных виртуальных γ -квантов.

Из того что G -четность изоскалярных γ -квантов равна -1 , а G -четность изовекторных γ -квантов равна $+1$ (см. гл. 3), вытекают важные следствия, касающиеся мнимых частей электромагнитных формфакторов. Чтобы разъяснить их, заметим, что в силу эрмитовости оператора электромагнитного тока формфакторы адронов веществены в области пространственноподобных переданных импульсов. Поэтому мнимая часть формфакторов появляется только в области времениподобных передаваемых импульсов начиная с $q^2 = = 4m_{\pi}^2$ (m_{π} — масса π -мезона) и определяется условием унитарности амплитуды процесса $\gamma^* \rightarrow N + \bar{N}$ (рис. 4.20). Видим, что отличная от нуля мнимая часть амплитуды процесса $\gamma^* \rightarrow N + \bar{N}$ возникает, если виртуальный γ -квант переходит в некоторое промежуточное состояние, в котором присутствуют π -мезоны, превращающиеся затем в пару нуклон — антинуклон.

Так как G -четность системы из n π -мезонов равна $(-1)^n$, то из сохранения G -четности следует, что изоскалярные формфакторы нуклона определяются промежуточными состояниями с нечетным

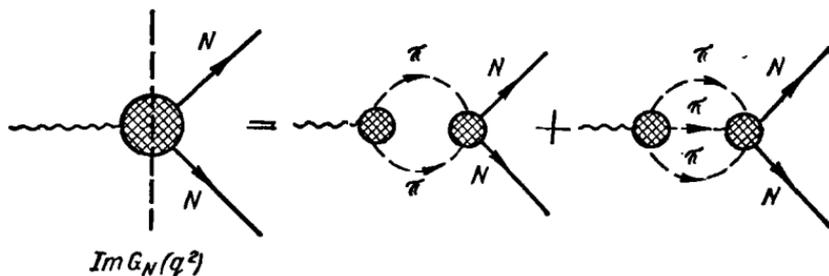


Рис. 4.20. Графическое изображение мнимой части нуклонных формфакторов.

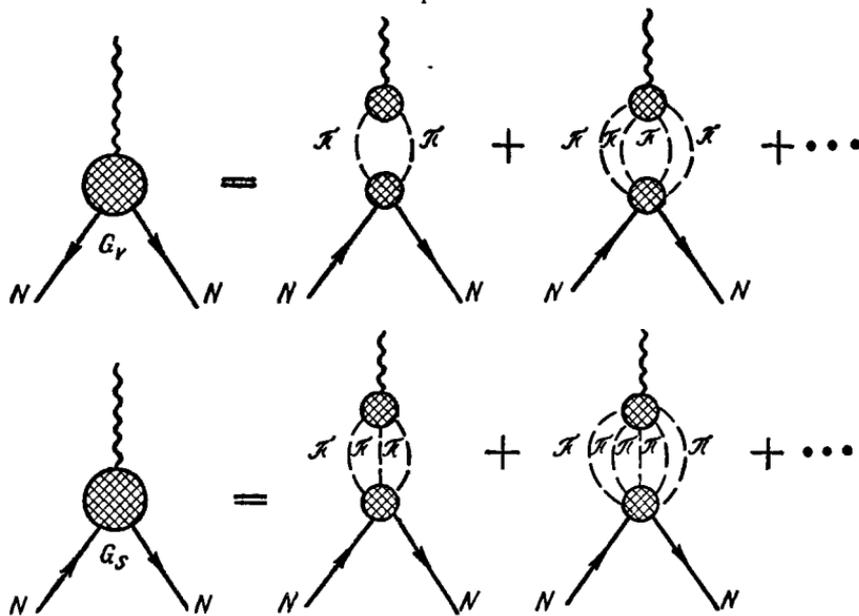


Рис. 4.21. Промежуточные π -мезонные состояния для изовекторных и изоскалярных формфакторов нуклона.

числом π -мезонов, а изовекторные — промежуточными состояниями с четным числом π -мезонов (рис. 4.21).

Можно доказать [15], что электромагнитные формфакторы являются аналитическими функциями q^2 с разрезом вдоль положительной полуоси q^2 . Учитывая сказанное о промежуточных состояниях π -мезонов, можно написать следующие дисперсионные соотношения для изотопических формфакторов нуклона:

$$G_s(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{(3m_\pi)^2}^{\infty} dq'^2 \frac{Im G_s(q'^2)}{q'^2 - q^2}, \quad G_v(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{(2m_\pi)^2}^{\infty} dq'^2 \frac{Im G_v(q'^2)}{q'^2 - q^2}, \quad (4.185)$$

где $G_{s,v}$ обозначает зарядовый или магнитный изотопический (изоскалярный или изовекторный) формфактор нуклона. Эти формулы показывают, что формфакторы в области пространственно-подобных переданных импульсов определяются своими мнимыми частями в области времениподобных переданных импульсов.

Если учесть резонансное взаимодействие пионов, то можно получить простые формулы для нуклонных формфакторов. Рассмотрим для примера изовекторные формфакторы. Существование ρ -мезона, быстро распадающегося на два пиона, свидетельствует о том, что два π -мезона наиболее сильно взаимодействуют в состоянии с полным моментом, равным единице, изоспином, равным единице, и эффективной массой, равной массе ρ -мезона. Поскольку квантовые числа γ -кванта и нейтрального ρ -мезона совпадают, то можно считать, что главный вклад в $\text{Im } G_v(q^2)$ будет вносить промежуточное состояние с двумя π -мезонами с эффективной массой, равной массе ρ -мезона. Пренебрегая шириной ρ -мезона, получим следующую формулу:

$$\text{Im } G_v(q^2) = \pi g_\rho \delta(q^2 - m_\rho^2),$$

где g_ρ — некоторая константа, пропорциональная произведению констант $\gamma\rho$ - и ρNN -взаимодействий. Подставляя это выражение в (4.185), получим следующую формулу для изовекторного формфактора:

$$G_v(q^2) = \frac{a_\rho}{1 - \frac{q^2}{m_\rho^2}},$$

где $a_\rho = g_\rho/m_\rho^2$.

Если существует несколько векторных мезонов, то формфактор описывается суммой их вкладов:

$$G_v(q^2) = \sum_i \frac{a_i}{1 - q^2/m_i^2},$$

где m_i — масса векторного i -мезона, a_i — численные константы, удовлетворяющие условию нормировки $G_v(0) = \sum_i a_i$.

Рассмотренное приближение, соответствующее учету переходов γ -кванта только в нейтральные векторные мезоны, называется моделью векторной доминантности. Ниже мы подробно обсудим экспериментальные следствия гипотезы векторной доминантности, здесь лишь отметим, что в этой модели взаимодействие γ -квантов с адронами описывается как взаимодействие с адронами определенной суперпозиции нейтральных векторных мезонов.

В настоящее время установлено существование трех векторных мезонов ρ , ω , ϕ . Поэтому магнитный формфактор протона, который экспериментально изучен лучше других, можно представить в

виде

$$\frac{G_{Mp}(q^2)}{\mu_p} = a_1 \left[1 - \frac{q^2}{(0,76)^2} \right]^{-1} + a_2 \left[1 - \frac{q^2}{(0,78)^2} \right]^{-1} + (1 - a_1 - a_2) \left[1 - \frac{q^2}{(1,02)^2} \right]^{-1},$$

где $m_p = 0,76$, $m_\omega = 0,78$, $m_\phi = 1,02$ (массы в гигаэлектрон-вольтах).

Наилучшее соответствие с экспериментальными данными получается при $a_1 = 5,375$, $a_2 = -3,30$ [54]. Однако в области больших значений $-q^2$ величины $G_{Mp}(q^2)$, вычисленные с помощью этой формулы, не совпадают с измеренными значениями магнитного формфактора нуклона.

Несколько лучшее соответствие получается, если учесть ширины векторных мезонов [69, 70]

$$\frac{G_{Mp}(q^2)}{\mu_p} = \sum_{i=p,\omega,\phi} a_i [q^2 - m_i^2 + \gamma_i \sqrt{b_i^2 - q^2}]^{-1},$$

где γ_i — ширина резонанса, $b_p = 0,28$ Гэв, $b_\omega = 0,42$ Гэв, $b_\phi = 0,99$ Гэв.

Если предположить, что существует бесконечное число нейтральных векторных мезонов с массами $m(n)$, причем $m^2(n) = m_0^2 + nm_1^2$, $n = 0, 1, \dots$, то вклад такой совокупности мезонов, например, в магнитный формфактор протона можно записать в виде [46, 68]

$$\frac{G_{Mp}(q^2)}{\mu_p} = \frac{\Gamma[1 - \alpha(q^2)] \Gamma[c - \alpha(0)]}{\Gamma[1 - \alpha(0)] \Gamma[c - \alpha(q^2)]}, \quad (4.186)$$

где $\alpha(q^2)$ — некоторая функция q^2 . При этом формфактор $G_{Mp}(q^2)$ будет иметь полюса при $\alpha(q^2) = 1, 2, 3$. Это условие определяет при известной функции $\alpha(q^2)$ массы соответствующих векторных мезонов.

Считая, что $\alpha(q^2) = \alpha_0 + \alpha_1 q^2$, из сравнения с опытными данными можно найти $\alpha_0 = 0,5$, $\alpha_1 = 0,854$ Гэв⁻², $c = 3,27$.

Заметим, что если бы формула (4.186) не содержала $\Gamma[c - \alpha(q^2)]$, то формфактор $G_{Mp}(q^2)$ рос бы с q^2 . Поэтому, вводя $\Gamma[c - \alpha(q^2)]$, можно добиться наблюдаемого на опыте убывания формфактора с ростом $(-q^2)$:

$$G_{Mp} \simeq (-q^2)^{1-c} = |q_B|^{-4,5}.$$

Объясним, как определить формфакторы нуклона в той области времениподобных переданных импульсов, где $q^2 < 4M^2$. Эта область является нефизической областью q^2 для процессов $e^+ + e^- \rightarrow \bar{p} + p$, изучение которых позволяет определить формфакторы при $q^2 > 4M^2$. Тем не менее формфакторы существуют и при $q^2 < 4M^2$, причем действительная и мнимая части формфактора отличны от нуля.

Для определения нуклонных формфакторов при $q^2 < 4M^2$ могут быть использованы процессы образования электрон-позитронных пар в πN -столкновениях [25]

$$\pi^+ + n \rightarrow p + e^+ + e^-, \quad \pi^- + p \rightarrow n + e^+ + e^-. \quad (4.187)$$

Наиболее простая модель этих процессов основана на учете только борновского механизма, диаграммы которого представле-

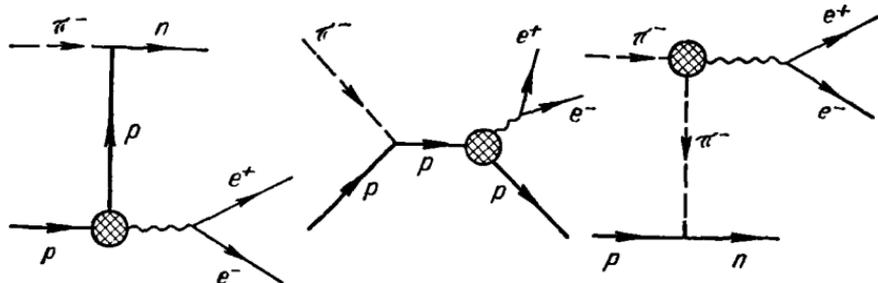


Рис. 4.22. Борновский механизм для процесса $\pi^- + p \rightarrow n + e^+ + e^-$.

ны на рис. 4.22. Справедливость такой простой модели доказана в опытах по фото- и электрообразованию пионов на нуклонах для двух кинематических областей. Одна область отвечает взаимодействию медленных пионов с нуклонами, при этом область изменения q^2 мала и ограничена неравенством $q^2 < m_\pi^2$. Другая область отвечает большим энергиям начальных π -мезонов (превышающим несколько гигаэлектрон-вольт) и малым значениям квадрата переданного импульса между начальным и конечным нуклонами в процессе $\pi + N \rightarrow N + \gamma^*$. В этой области возможно измерение формфакторов нуклона вплоть до значения $q^2 = 4M^2$.

8.4. Асимптотическое поведение нуклонных формфакторов. Выше, исходя из гипотезы о векторной доминантности, было показано, что электромагнитные формфакторы нуклона должны убывать в области больших переданных импульсов как q^{-2} . Между тем эксперимент показывает, что формфакторы нуклона убывают как q^{-4} .

Приведем теперь соображения, показывающие, что такая зависимость электромагнитных формфакторов нуклона от q^2 (ее называют дипольной) свидетельствует о составной природе нуклона.

Рассмотрим сперва, следуя Фейнману [26], простую модель бесспинового нуклона, состоящего из заряженной частицы A и нейтральной частицы B (с массами M_A и M_B). Обмен нейтральным скалярным мезоном (с массой M_0) между A и B обеспечивает связь частиц A и B .

В такой модели электрон-протонное рассеяние описывается двумя диаграммами (рис. 4.23). 4-импульс протона в начальном p_1 и конечном p_2 состояниях распределяется между составляющими

частицами A и B пропорционально величинам $a = M_A/(M_A + M_B)$ и $b = M_B/(M_A + M_B)$. Очевидно, вклад первой диаграммы рис. 4.23 в амплитуду e^-p -рассеяния пропорционален (если пренебречь энергией связи частиц A и B) произведению

$$\frac{1}{b^2q^2 - M_0^2} \frac{1}{(ap_1 + q)^2 - M_A^2}$$

пропагаторов частицы A $[(ap_1 + q)^2 - M_A^2]^{-1}$ и нейтрального мезона $[(bq)^2 - M_0^2]^{-1}$. Этому же произведению пропорционален форм-

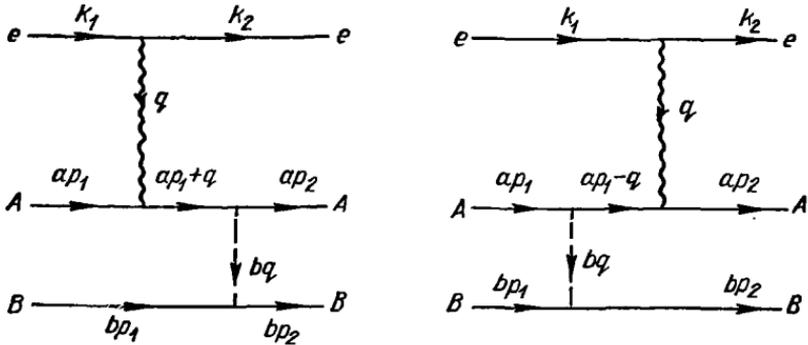


Рис. 4.23. Рассеяние электронов составным адроном.

фактор протона. Таким образом, при $-q^2 \rightarrow \infty$ формфактор убывает как q^{-4} , т. е. в соответствии с дипольной формулой (4.182). Аналогичный результат справедлив и для второй диаграммы рис. 4.23.

Мы рассмотрели простейшую модель бесспинового нуклона. Покажем теперь, исходя из соображений размерности [24, 57, 58], что характер убывания формфакторов нуклонов с ростом $(-q^2)$ также свидетельствует о том, что нуклон является составной частицей.

Предположим, что адрон A составлен из n_A бесструктурных частиц (например, кварков) и запишем состояние такого адрона в виде

$$|A\rangle = \sqrt{C_A} |n_A\rangle, \quad (4.188)$$

где C_A — нормировочный множитель. Из условия нормировки вектора одночастичных состояний с импульсом \mathbf{p}

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^3 2E\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$$

(E — энергия этого состояния) следует, что вектор одночастичного состояния имеет размерность m^{-1} . Поэтому вектор состояния $|n_A\rangle$ будет иметь размерность m^{-n_A} , а вектор состояния $|A\rangle$ — размерность m^{-1} . Отсюда следует, что нормировочный коэффициент имеет размерность

$$[C_A] = m^{2(n_A-1)}.$$

Определим теперь размерность формфакторов адрона. Вспоминая, что матричный элемент оператора электромагнитного тока между состояниями бесспинового адрона имеет вид

$$J_{\mu}^{(A)} \equiv \langle A(p_2) | J_{\mu} | A(p_1) \rangle = F_A(q^2) (p_1 + p_2)_{\mu},$$

и учитывая, что J_{μ} имеет размерность m^3 , приходим к выводу, что формфактор F_A безразмерен (об этом указывалось выше).

С другой стороны, учитывая (4.188), имеем

$$(p_1 + p_2)_{\mu} F_A(q^2) = C_A \langle n_A | J_{\mu} | n_A \rangle.$$

Правая часть этого соотношения должна быть 4-вектором, т. е. должна быть пропорциональна $p_1 + p_2$,

$$\langle n_A | J_{\mu} | n_A \rangle = (p_1 + p_2)_{\mu} f_A(q^2),$$

откуда следует, что

$$F_A(q^2) = C_A f_A(q^2).$$

Так как величина $F_A(q^2)$ безразмерна, то $f_A(q^2)$ имеет размерность $m^{-2(n_A-1)}$. Однако при $q^2 \rightarrow \infty$ массой адронов можно пренебречь, поэтому при $q^2 \rightarrow \infty$ $f_A(q^2)$ должно вести себя как $q^{2(1-n_A)}$. Следовательно, формфактор $F_A(q^2)$ при $q^2 \rightarrow \infty$ должен зависеть от q^2 следующим образом:

$$F_A(q^2) \simeq q^{2(1-n_A)}.$$

В частности, предполагая, что нуклон состоит из трех кварков, приходим к дипольной зависимости формфакторов нуклона $G_N(q^2) \propto \simeq q^{-4}$. Пион состоит из кварка и антикварка, т. е. $n_A = 2$, и формфактор пиона должен убывать как q^{-2} (заметим, что такая зависимость не противоречит имеющимся экспериментальным данным).

Наконец, формфактор точечной бесструктурной частицы вообще не должен зависеть от q^2 ($n_A = 1$).

8.5. Применимость борновского приближения. Возможность извлечения формфакторов нуклонов из данных о дифференциальных сечениях eN -рассеяния существенно связана с применимостью первого борновского приближения по константе электромагнитного взаимодействия.

Выше уже отмечалось, что в борновском приближении дифференциальные сечения рассеяния электронов и позитронов нуклонами одинаковы, а поляризация рассеянных протонов в реакции $e^- + p \rightarrow e^- + p$ отсутствует. Поэтому важно выяснить, в какой мере применимо борновское приближение.

В случае справедливости борновского приближения дифференциальное сечение рассеяния электронов адронами линейно по $\text{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}$, где ϑ — угол рассеяния электрона. Поэтому экспериментальная проверка справедливости борновского приближения для

процесса $e^- + A \rightarrow e^- + B$ (A и B — некоторые адроны) связана с проверкой такой зависимости, т. е. зависимости вида

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \sigma_M \left[a(q^2) + \text{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2} b(q^2) \right],$$

где $a(q^2)$, $b(q^2)$ — некоторые комбинации электромагнитных форм-факторов процесса $\gamma^* + A \rightarrow B$.

Покажем, что такая структура дифференциального сечения рассеяния электронов адронами вытекает из общих соображений [13], не связанных с конкретным вычислением сечения рассеяния. Рассмотрим для этого реакции $e^- + p \rightarrow e^- + p$, $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$. Их кинематика определяется двумя инвариантными переменными $s = (k_1 + p_1)^2$ и $t = (k_1 - k_2)^2 = q^2$.

Квадрат матричного элемента процесса $e^- + p \rightarrow e^- + p$ (просуммированный по поляризациям всех частиц) является функцией инвариантных переменных s , t , причем $s \geq M^2$, $t < 0$. Квадрат матричного элемента процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ (просуммированный по поляризациям всех частиц) представляет собой в борновском приближении ту же функцию инвариантных переменных s , t , однако область их изменения в физической области процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ ограничена неравенствами $t > 4M^2$, $s \leq 0$. Эти ограничения следуют из того, что в СЦИ процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ переменные s и t определяются формулами

$$s = M^2 - 2E_e^2 + 2E_e \sqrt{E_p^2 - M^2} \cos \vartheta_s, \quad t = 4E_e^2 = 4E_p^2, \quad (4.189)$$

где E_e , E_p — энергии электрона и протона, ϑ_s — угол между импульсами частиц в начальном и конечном состояниях реакции $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$.

Покажем, что для однофотонного механизма, т. е. в первом борновском приближении, зависимость квадрата матричного элемента процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ от угла ϑ_s может быть установлена точно.

В СЦИ 3-импульс виртуального γ -кванта равен нулю, поэтому его угловой момент совпадает со спином, т. е. равен единице. Полный угловой момент начального и конечного состояний в реакции $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ также равен единице. Поэтому угловая зависимость квадрата матричного элемента $|m(\bar{e}e \rightarrow p\bar{p})|^2$ процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ должна описываться полиномом второй степени по $\cos \vartheta_s$, т. е.

$$|m(\bar{e}e \rightarrow p\bar{p})|^2 = a'(t) + b'(t) \cos^2 \vartheta_s, \quad (4.190)$$

где $a'(t)$ и $b'(t)$ — некоторые комбинации электромагнитных форм-факторов нуклона в области времениподобных переданных импуль-

сов (в силу CP -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов член с $\cos \frac{\vartheta_s}{2}$ должен обращаться в нуль).

Запишем далее $|\overline{m}(e\bar{e} \rightarrow p\bar{p})|^2$ в терминах инвариантных переменных s и t . Для этого необходимо сделать подстановку

$$\cos^2 \vartheta_s = \frac{[2(s - M^2) + t]^2}{t(t - 4M^2)}. \quad (4.191)$$

В лабораторной системе реакции $e^- + p \rightarrow e^- + p$ переменные s , t имеют вид

$$s = M^2 + 2\varepsilon_1 M, \quad t = - \frac{4\varepsilon_1^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + 2 \frac{\varepsilon_1}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}.$$

Подставляя эти значения в выражение для $\cos^2 \vartheta_s$, получим

$$\cos^2 \vartheta_s = 1 + \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 - \frac{q^2}{4M^2}}.$$

Таким образом, квадрат матричного элемента процесса $e^- + p \rightarrow e^- + p$ имеет вид

$$|\overline{m}(e^- p \rightarrow e^- p)|^2 = a'(q^2) + b'(q^2) \left(1 + \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} \right).$$

Подчеркнем, что в этом доказательстве не используются такие конкретные свойства адронов в конечном состоянии, как число адронов, их спины и четности — для доказательства существенно только предположение об однофотонном механизме рассеяния. Поэтому линейность по $\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}$ имеет место не только для упругого, но и для неупругого рассеяния электронов.

Для двухфотонного (а также многофотонного) механизма частицы в начальном и конечном состояниях процесса $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ могут иметь любые значения углового момента. Поэтому в угловой зависимости сечения рассеяния электронов могут присутствовать любые степени $\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2}$. На опыте в пределах экспериментальных ошибок отклонений от линейности по $\operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}$ не обнаружено ни для упругого, ни для неупругого рассеяния электронов, что свидетельствует о справедливости борновского приближения по константе электромагнитного взаимодействия.

§ 9. ФОТООБРАЗОВАНИЕ ЛЕПТОННЫХ ПАР И ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ АДРОНАМИ

9.1. Фотообразование лептонных пар. Выше показано, что сечения упругого и неупругого рассеяния электронов адронами выражаются через адронные формфакторы (упругие и неупругие), характеризующие электромагнитную структуру адронов. Покажем теперь, что и сечения таких электромагнитных процессов, как, на-

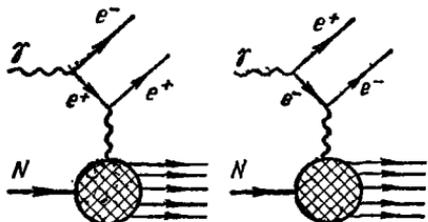


Рис. 4.24. Механизм Бете — Гайтлера фотообразования лептонных пар.

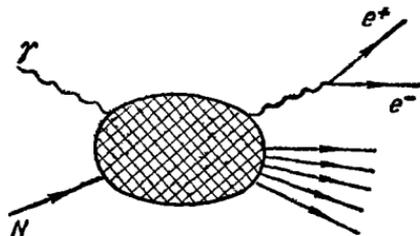


Рис. 4.25. Комптоновский механизм фотообразования лептонных пар.

пример, фотообразование лептонных пар и тормозное излучение при рассеянии электронов адронами, также выражаются через эти же формфакторы [30].

Рассмотрим сперва фотообразование электрон-позитронных пар на адронах. В низшем порядке теории возмущений по константе электромагнитного взаимодействия процесс фотообразования лептонной пары на нуклоне или ядре определяется двумя механизмами: механизмом Бете — Гайтлера, которому отвечают две диаграммы Фейнмана (рис. 4.24), и комптовским механизмом, которому отвечает одна диаграмма (рис. 4.25).

Матричный элемент, отвечающий механизму Бете — Гайтлера, имеет следующий вид:

$$m(\gamma N \rightarrow e^+e^-F) = \frac{e^3}{q^2} l_\mu^{(\gamma)} \langle F | J_\mu | N \rangle, \quad (4.192)$$

$$l_\mu^{(\gamma)} = \bar{u}(k_1) \left[\frac{\hat{e}(m_e - \hat{f}_1) \gamma_\mu}{f_1^2 - m_e^2} + \frac{\gamma_\mu (\hat{f}_2 + m_e) \hat{e}}{f_2^2 - m_e^2} \right] v(k_2), \quad (4.193)$$

где k и e — 4-векторы импульса и поляризации начального γ -кванта, k_1 (k_2) — 4-импульс электрона (позитрона), q — 4-импульс виртуального γ -кванта, $f_1 = k_2 + q$ — 4-импульс виртуального позитрона, $f_2 = k_1 + q$ — 4-импульс виртуального электрона, $u(k_1)$ и $v(k_2)$ — биспиноры электрона и позитрона и, наконец, $\langle F | J_\mu | N \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов J_μ между начальным состоянием N и конечным состоянием адронов F .

Если бы комптоновский механизм отсутствовал, то дифференциальное сечение фотообразования e^+e^- -пар, просуммированное по конечным адронным состояниям, определялось бы формулой

$$d\sigma = (2\pi)^4 \sum_F \left| \text{tr}(\gamma N \rightarrow e^+e^-F) \right|^2 \frac{\delta(q + p_1 - p_2)}{4k_1 p_1} \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2\epsilon_-} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2\epsilon_+}, \quad (4.194)$$

где p_1 и p_2 — 4-импульсы начального и конечного адронов, ϵ_- (ϵ_+) — энергия электрона (позитрона), черта обозначает усреднение по начальным и суммирование по конечным поляризациям адронов.

В случае, когда рождение пар происходит на неполяризованной мишени, суммирование по конечным адронным состояниям можно учесть с помощью двух инвариантных структурных функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$, как и при вычислении сечения рассеяния электронов адронами:

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{q^4} \frac{|k_1| |k_2|}{4\pi\omega_\gamma M} l_{\alpha\beta}^{(\nu)} \left[\left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) W_1(\nu, q^2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{M^2} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q p_1}{q^2} \right) W_2(\nu, q^2) \right] \times \\ \times d \cos \vartheta_+ d \cos \vartheta_- d\epsilon_+ d\epsilon_- d\Phi, \quad (4.195)$$

где ϑ_- (ϑ_+) — угол между импульсами электрона (позитрона) и начального γ -кванта; Φ — угол между плоскостью, образованной импульсами γ -кванта и электрона, и плоскостью, образованной импульсами γ -кванта и позитрона; $|k_1|$, $|k_2|$ — значения 3-импульсов электрона и позитрона; ω_γ — энергия γ -кванта в начальном состоянии; тензор $l_{\alpha\beta}^{(\nu)} = \overline{l_\alpha^{(\nu)} l_\beta^{(\nu)*}}$ — произведение лептонных токов, усредненное по поляризациям начального γ -кванта и просуммированное по поляризациям электрона и позитрона.

Произведя замену переменных $d\epsilon_+ = -d\nu/M$ ($\nu = q p_1 = (\omega_\gamma - \epsilon_+ - \epsilon_-)M$), получим

$$d\sigma = -\frac{\alpha^3}{q^4} \frac{|k_1| |k_2|}{4\pi\omega_\gamma M^2} [K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) W_1(\nu, q^2) + K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) \times \\ \times W_2(\nu, q^2)] d \cos \vartheta_+ d \cos \vartheta_- d\epsilon_- d\Phi d\nu, \quad (4.196)$$

где

$$K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = l_{\alpha\beta}^{(\nu)} \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right), \quad (4.197)$$

$$K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = \frac{1}{M^2} l_{\alpha\beta}^{(\nu)} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q p_1}{q^2} \right),$$

$$\kappa_1 = f_1^2 - m_e^2, \quad \kappa_2 = f_2^2 - m_e^2.$$

(Если в конечном состоянии образуется один адрон, то дифференциал $d\nu$ можно устранить с помощью δ -функции, содержащейся

в структурных функциях $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$. В результате вместо $d\nu$ в формулу (4.196) необходимо подставить $1/2$.

Выполняя в выражении для $I_{\mu\nu}^{(\nu)} = \overline{I_{\mu}^{(\nu)} I_{\nu}^{(\nu)*}}$ усреднение по поляризациям начального γ -кванта и суммирование по поляризациям лептонной пары, получим

$$\begin{aligned}
 I_{\mu\nu}^{(\nu)} = & 8 [k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} - g_{\mu\nu} (m_e^2 + k_1 k_2)] \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1^2} + \frac{m_e^2}{\kappa_2^2} - 2 \frac{k_1 k_2}{\kappa_1 \kappa_2} \right) + \\
 & + 16 k_{\mu} k_{\nu} \frac{m_e^2}{16 \kappa_1 \kappa_2} + 4 (k_{\mu} k_{2\nu} + k_{\nu} k_{2\mu} - g_{\mu\nu} k k_2) \frac{1}{\kappa_1} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_1} \right) + \\
 & + 4 (k_{\mu} k_{1\nu} + k_{\nu} k_{1\mu} - g_{\mu\nu} k k_1) \frac{1}{\kappa_2} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) - \\
 & - \frac{8}{\kappa_1 \kappa_2} [(\kappa_1 + \kappa_2) (k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} - g_{\mu\nu} k_1 \cdot k_2) + g_{\mu\nu} \frac{m_e^2}{2} (\kappa_1 + \kappa_2) + \\
 & + (k_1 + k_2)_{\mu} (k_{1\nu} k k_2 + k_{2\nu} k k_1 - k_{\nu} k_1 k_2) + \\
 & + (k_1 + k_2)_{\nu} (k_{1\mu} k k_2 + k_{2\mu} k k_1 - k_{\mu} k_1 k_2)]. \quad (4.198)
 \end{aligned}$$

Зная $I_{\mu\nu}^{(\nu)}$, легко найти коэффициенты K_1 и K_2 , стоящие перед структурными функциями в (4.196):

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{8} K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = & 2 \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1} + \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1} + \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) - \\
 & - \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_1} + \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \right) + q^2 \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) + q^2 m_e^2 \left(\frac{1}{\kappa_1^2} + \frac{1}{\kappa_2^2} \right) - \frac{q^4}{\kappa_1 \kappa_2}, \quad (4.199)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{8} K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = & \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1^2} + \frac{m_e^2}{\kappa_2^2} - 2 \frac{k_1 k_2}{\kappa_1 \kappa_2} \right) (2\varepsilon_+ \varepsilon_- - m_e^2 - k_1 k_2) + \\
 & + 2 \frac{m_e^2 \omega_{\gamma}^2}{\kappa_1 \kappa_2} + \frac{1}{\kappa_1} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_1} \right) \left(\omega_{\gamma} \varepsilon_+ - \frac{k k_2}{2} \right) + \\
 & + \frac{1}{\kappa_2} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) \left(\omega_{\gamma} \varepsilon_- - \frac{k k_1}{2} \right) - \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) \times \\
 & \times \left(2\varepsilon_+ \varepsilon_- - k_1 k_2 + \frac{m_e^2}{2} \right) - 2 \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{\kappa_1 \kappa_2} (\varepsilon_- k k_2 + \varepsilon_+ k k_1 - \omega_{\gamma} k_1 k_2).
 \end{aligned}$$

Эти величины можно выразить через углы ϑ_{\pm} , Φ и энергии электрона и позитрона в конечном состоянии:

$$\frac{1}{8} K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = \frac{m_e^4}{2\omega_{\gamma}^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-} + \frac{1}{\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+} \right)^2 -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{m_e^2}{\omega_\gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-} + \frac{1}{\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+} \right) - \\
& - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-}{\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+} + \frac{\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+}{\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-} \right) - \\
& - \frac{q^2}{2\omega_\gamma} \left(\frac{1}{\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-} + \frac{1}{\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+} \right) + \\
& + m_e^2 \frac{q^2}{\omega_\gamma^2} \left[\frac{1}{(\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)^2} + \frac{1}{(\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)^2} \right] - \\
& - \frac{q^4}{4\omega_\gamma^2} \frac{1}{(\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+) (\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)}, \quad (4.200)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{8} K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) &= \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_-}{4\omega_\gamma^2 (\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)^2} \left(2\omega_\gamma \varepsilon_+ - 2\varepsilon_+ \varepsilon_- + \frac{q^2}{2} \right) + \\
& + \frac{k_2^2 \sin^2 \vartheta_+}{4\omega_\gamma^2 (\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)^2} \left(2\omega_\gamma \varepsilon_- - 2\varepsilon_+ \varepsilon_- + \frac{q^2}{2} \right) + \\
& + \frac{|k_1| |k_2| \sin \vartheta_- \sin \vartheta_+ \cos \Phi}{4\omega_\gamma^2 (\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-) (\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)} [4\varepsilon_+ \varepsilon_- - 2\omega_\gamma (\varepsilon_+ + \varepsilon_-) - \\
& - q^2] - \frac{k_2^2 \sin^2 \vartheta_+ + k_1^2 \sin^2 \vartheta_-}{4 (\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-) (\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)}. \quad (4.200a)
\end{aligned}$$

Если рассматривать образование лептонов в симметричных условиях $\vartheta_+ = \vartheta_- = \vartheta$, $\varepsilon_+ = \varepsilon_- = \varepsilon$, то выражения для K_1 и K_2 сильно упрощаются:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{8} K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_1) &= -1 - \frac{q^2 + 2m_e^2}{\omega_\gamma} \frac{1}{\varepsilon - |k_1| \cos \vartheta} + \\
& + \frac{8m_e^4 + 2m_e^2 q^2 - q^4}{4\omega_\gamma^2} \frac{1}{(\varepsilon - |k_1| \cos \vartheta)^2}, \quad (4.201)
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{8} K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = - \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta}{2\omega_\gamma^2 (\varepsilon - |k_1| \cos \vartheta)} [(\omega_\gamma - 2\varepsilon)^2 - q^2]. \quad (4.201a)$$

Отсюда видно, что величины K_1 и K_2 в ультрарелятивистском пределе $\varepsilon \gg m_e$ при малых углах образования компонент электрон-позитронной пары можно записать в виде

$$\frac{1}{8} K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = -1 - \frac{q^2 + 2m_e^2}{\varepsilon \omega_\gamma} \frac{2}{(\vartheta^2 + \vartheta_m^2)} -$$

$$\frac{q^4 - 2q^2 m_e^2 - 8m_e^4}{\omega_\nu^2 \varepsilon^2} \frac{1}{(\vartheta^2 + \vartheta_m^2)^2},$$

$$\frac{1}{8} K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = -2 \frac{\vartheta^2}{\omega_\nu^2 (\vartheta^2 + \vartheta_m^2)^2} [(2\varepsilon - \omega_\nu)^2 - q^2], \quad \vartheta_m = \frac{m_e}{\varepsilon},$$

т. е. величина K_2 обращается в нуль при $\vartheta = 0$, величина K_1 , напротив, достигает максимального значения при $\vartheta = 0$, причем

$$\frac{1}{8} K_1 = -1 + 8 \frac{\varepsilon^2}{\omega_\nu^2}.$$

Как видно из формулы (4.200 а), величина $K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2)$ быстро растет с ростом ϑ_+ и ϑ_- , достигая максимального значения при углах $\vartheta_\pm \simeq m_e/\varepsilon_\pm$, причем характерные множители в (4.200а) $\frac{1}{4} \left(\frac{|k_{1,2}| \sin \vartheta}{\varepsilon_\pm - |k_{1,2}| \cos \vartheta} \right)^2$ при $\vartheta_+ = \vartheta_- = \frac{m_e}{\varepsilon}$ равны $\frac{1}{4} \left(\frac{\varepsilon}{m_e} \right)^2$, т. е. при $\varepsilon_\pm \gg m_e$ эти множители велики.

Сравнение полученных формул для K_1 и K_2 показывает, что в области очень малых углов образования электронов и позитронов, когда сечение фотообразования e^+e^- -пар имеет максимальное значение, величина $|K_2|$ значительно превышает $|K_1|$, т. е. основной вклад в сечение вносит структурная функция $W_2(\nu, q^2)$. Поэтому учет двух структурных функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ имеет смысл только при больших углах образования электронов и позитронов, т. е. при $m_e^2/\kappa_1 \ll 1$, $m_e^2/\kappa_2 \ll 1$. В этом случае величины K_1 и K_2 имеют вид

$$\frac{1}{8} K_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_1} + \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \right) + q^2 \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) - \frac{q^4}{\kappa_1 \kappa_2},$$

$$\frac{1}{8} K_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = -\frac{2k_1 k_2}{\kappa_1 \kappa_2} (2\varepsilon_+ \varepsilon_- - k_1 k_2) + \frac{\omega_\nu \varepsilon_+ - k_1 k_2 / 2}{\kappa_1} +$$

$$+ \frac{\omega_\nu \varepsilon_- - k_1 k_2 / 2}{\kappa_2} - \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) (2\varepsilon_+ \varepsilon_- - k_1 k_2) -$$

$$- \frac{2}{\kappa_1 \kappa_2} (\varepsilon_+ + \varepsilon_-) (\varepsilon_- k k_2 + \varepsilon_+ k k_1 - \omega_\nu k_1 k_2).$$

В случае, когда спин адрона равен нулю и процесс фотообразования лептонной пары происходит без возбуждения адрона, структурные функции имеют вид

$$W_1(\nu, q^2) = 0, \quad W_2(\nu, q^2) = 4M^2 F^2(q^2) \delta(q^2 + 2\nu),$$

где $F(q^2)$ — формфактор адрона. При этом дифференциальное сечение определяется формулой

$$d\sigma = -\frac{\alpha^3 |k_1| |k_2| F^2(q^2)}{2\pi \omega_\nu^3 q^4} \left[\frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_-}{(\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)^2} (4\omega_\nu \varepsilon_+ - 4\varepsilon_+ \varepsilon_- + q^2) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{k_2^2 \sin^2 \vartheta_+}{(\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)^2} (4\omega_\gamma \varepsilon_- - 4\varepsilon_+ \varepsilon_- + q^2) + \\
 & + \frac{2|k_1||k_2| \sin \vartheta_- \sin \vartheta_+ \cos \Phi}{(\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)(\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)} (4\varepsilon_+ \varepsilon_- - 2\omega_\gamma (\varepsilon_+ + \varepsilon_-) - q^2) - \\
 & - 2\omega_\gamma^2 \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_- + k_2^2 \sin^2 \vartheta_+}{(\varepsilon_- - |k_1| \cos \vartheta_-)(\varepsilon_+ - |k_2| \cos \vartheta_+)} \Big] d\varepsilon_- d \cos \vartheta_- d \cos \vartheta_+ d\Phi. (4.202)
 \end{aligned}$$

Заметим, что в отличие от формулы Бете — Гайтлера [3], в которой $\omega_\gamma = \varepsilon_+ + \varepsilon_-$, в формуле (4.202) $\omega_\gamma \neq \varepsilon_+ + \varepsilon_-$, так как при выводе ее учитывается отдача адрона.

Формула (4.196) не учитывает вклада, вносимого комптоновской диаграммой. Этот вклад, однако, значительно меньше вклада, вносимого диаграммами Бете — Гайтлера, так как амплитуда механизма Бете — Гайтлера содержит полюса, соответствующие виртуальному фотону и виртуальному лептону, причем эти полюса приближаются к физической области, если электрон и позитрон образуются под малыми углами.

Отметим, что интерференция амплитуд, отвечающих обоим механизмам, должна отсутствовать в том случае, когда образуется симметричная пара. Это следует из C -инвариантности электромагнитного взаимодействия лептонов. Действительно, при симметричной паре перестановка лептонов не изменяет сечения. С другой стороны, перестановка лептонов эквивалентна операции C -сопряжения. Лептонная пара, образуемая при бете-гайтлеровском механизме, имеет положительную C -четность, поскольку она рождается двумя γ -квантами. Лептонная же пара, образуемая при комптоновском механизме, имеет отрицательную C -четность, так как она рождается одним γ -квантом. Поэтому слагаемое, отвечающее интерференции этих двух вкладов, антисимметрично при перестановке электрона и позитрона, т. е. C -нечетно, откуда и вытекает, что интерференция должна отсутствовать в симметричных условиях.

9.2. Тормозное излучение при рассеянии электрона адроном. Переходя к изучению тормозного излучения, т. е. процесса $e^- + N \rightarrow e^- + \gamma + F$, будем учитывать только механизм Бете — Гайтлера, которому соответствуют две диаграммы Фейнмана (рис. 4.26).

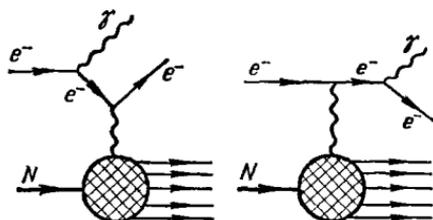


Рис. 4.26. Тормозное излучение при рассеянии электронов адронами.

Матричный элемент, отвечающий этим диаграммам, имеет вид

$$m(eN \rightarrow e\gamma F) = \frac{e^3}{q^2} l_{\mu}^{(e)} \langle F | J_{\mu} | N \rangle,$$

$$l_{\mu}^{(e)} = \bar{u}(k_2) \left[\frac{\hat{e}(\hat{f}_1 + m_e) \gamma_{\mu}}{f_1^2 - m_e^2} + \frac{\gamma_{\mu}(\hat{f}_2 + m_e) \hat{e}}{f_2^2 - m_e^2} \right] u(k_1),$$

где k_1 (k_2) — 4-импульс начального (конечного) электрона, k — 4-импульс испущенного γ -кванта, $\langle F | J_{\mu} | N \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока J_{μ} между состояниями нуклона и конечных адронов.

Дифференциальное сечение тормозного излучения, просуммированное по всем адронным состояниям, имеет следующий вид:

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{q^4} \frac{|k_2|}{|k_1|} \frac{E_{\gamma}}{4\pi M^2} [L_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) W_1(\nu, q^2) + L_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) W_2(\nu, q^2)] d\cos\vartheta_1 d\cos\vartheta_{\gamma} dE_{\gamma} d\nu d\Phi, \quad (4.203)$$

где

$$L_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = l_{\mu\nu}^{(e)} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2} \right), \quad l_{\mu\nu}^{(e)} = \overline{l_{\mu}^{(e)} l_{\nu}^{(e)*}},$$

$$L_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) = \frac{l_{\mu\nu}^{(e)}}{M^2} \left(p_{1\mu} - q_{\mu} \frac{q p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\nu} - q_{\nu} \frac{q p_1}{q^2} \right),$$

E_{γ} — энергия испущенного γ -кванта, \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 — значения импульсов начального и конечного электронов, ϑ_1 — угол рассеяния электрона, ϑ_{γ} — угол образования γ -кванта относительно направления импульса начального электрона, Φ — азимутальный угол вылета γ -кванта, $\kappa_1 = 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_2$, $\kappa_2 = -2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1$ (черта в выражении для $l_{\mu\nu}^{(e)}$ означает суммирование по поляризациям конечных электрона и γ -кванта и усреднение по поляризациям начального электрона).

Тензор $l_{\mu\nu}^{(e)}$ после суммирования по поляризациям конечного электрона и γ -кванта и усреднения по поляризациям начального электрона принимает вид

$$l_{\mu\nu}^{(e)} = -8(k_{1\mu}k_{2\nu} + k_{1\nu}k_{2\mu} + g_{\mu\nu}(m_e^2 - k_1 k_2)) \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1^2} + \frac{m_e^2}{\kappa_2^2} + 2 \frac{k_1 k_2}{\kappa_1 \kappa_2} \right) +$$

$$+ 16 \frac{m_e^2}{\kappa_1 \kappa_2} k_{\mu} k_{\nu} + \frac{4}{\kappa_1} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_1} \right) (k_{\mu} k_{1\nu} + k_{\nu} k_{1\mu} - g_{\mu\nu} k k_1) -$$

$$- \frac{4}{\kappa_2} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) (k_{\mu} k_{2\nu} + k_{\nu} k_{2\mu} - g_{\mu\nu} k k_2) +$$

$$+ \frac{8}{\kappa_1 \kappa_2} \left[(\kappa_1 + \kappa_2) (k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} - g_{\mu\nu} (k_1 k_2 + \frac{m_e^2}{2})) \right] +$$

$$+ (k_1 - k_2)_{\mu} (k_{2\nu} k k_1 + k_{1\nu} k k_2 - k_{\nu} k_1 k_2) + (k_1 - k_2)_{\nu} (k_{2\mu} k k_1 +$$

$$+ k_{1\mu} k k_2 - k_{\mu} k_1 k_2)].$$

Величины L_1 и L_2 , стоящие перед структурными функциями $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ в формуле (4.203), определяются

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} L_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) &= 2 \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1} + \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1} + \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) + \\ &+ q^2 \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2} + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \right) + q^2 \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1^2} + \frac{m_e^2}{\kappa_2^2} \right) - \frac{q^4}{\kappa_1 \kappa_2}, \\ \frac{1}{8} L_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) &= \left(\frac{m_e^2}{\kappa_1^2} + \frac{m_e^2}{\kappa_2^2} + 2 \frac{k_1 k_2}{\kappa_1 \kappa_2} \right) (-2\varepsilon_1 \varepsilon_2 + k_1 k_2 - m_e^2) + \\ &+ \frac{1}{\kappa_1} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_1} \right) \left(E_\nu \varepsilon_1 - \frac{k k_1}{2} \right) - \frac{1}{\kappa_2} \left(1 - 2 \frac{m_e^2}{\kappa_2} \right) \left(E_\nu \varepsilon_2 - \frac{k k_2}{2} \right) + \\ &+ \frac{1}{\kappa_1 \kappa_2} \left[(\kappa_1 + \kappa_2) \left(2\varepsilon_1 \varepsilon_2 - k_1 k_2 - \frac{m_e^2}{2} \right) + 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_1 k k_2 + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_2 k k_1 - E_\nu k_1 k_2) \right] + \frac{2m_e^2 E_\nu^2}{\kappa_1 \kappa_2} \end{aligned}$$

где ε_1 (ε_2) — энергия начального (конечного) электрона.

Величины L_1 и L_2 можно выразить также через энергии и углы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} L_1(q^2, \kappa_1, \kappa_2) &= \frac{m_e^4}{4E_\nu^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1} - \frac{1}{\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2} \right)^2 + \\ &+ \frac{m_e^2 + q^2/2}{E_\nu} \left(\frac{1}{\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2} - \frac{1}{\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2}{\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1} + \frac{\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1}{\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2} \right) + \\ &+ \frac{q^2 m_e^2}{4E_\nu^2} \left[\frac{1}{(\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1)^2} + \frac{1}{(\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2)^2} \right] + \\ &+ \frac{q^4}{4E_\nu^2} \frac{1}{(\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1)(\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2)}, \\ \frac{1}{8} L_2(q^2, \kappa_1, \kappa_2) &= \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_1}{4E_\nu^2 (\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1)^2} \left(2\varepsilon_1 \varepsilon_2 - 2E_\nu \varepsilon_2 + \frac{q^2}{2} \right) + \\ &+ \frac{k_2^2 \sin^2 \vartheta_2}{4E_\nu^2 (\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2)^2} \left(2\varepsilon_1 \varepsilon_2 + 2E_\nu \varepsilon_1 + \frac{q^2}{2} \right) + \\ &+ \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_1 + k_2^2 \sin^2 \vartheta_2}{4(\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1)(\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2)} - \\ &- \frac{|\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_2| \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos \Phi}{4E_\nu^2 (\varepsilon_1 - |\mathbf{k}_1| \cos \vartheta_1)(\varepsilon_2 - |\mathbf{k}_2| \cos \vartheta_2)} [4\varepsilon_1 \varepsilon_2 + 2E_\nu (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + q^2], \end{aligned}$$

где ϑ_2 — угол между импульсами γ -кванта и рассеянного электрона

Если электрон рассеивается на бесспиновой мишени, то $W_1 = 0$, $W_2 = 4M^2 F^2 (q^2) \delta(q^2 + 2\nu)$ и сечение тормозного излучения примет вид

$$d\sigma = \frac{\alpha^3}{q^4} \frac{|k_2|}{|k_1|} \frac{F^2(q^2)}{2\pi E_\gamma} \left[\frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_1}{(e_1 - |k_1| \cos \vartheta_1)^2} (4\varepsilon_1 \varepsilon_2 - 4E_\gamma \varepsilon_2 + q^2) + \right. \\ \left. + \frac{k_2^2 \sin^2 \vartheta_2}{(e_2 - |k_2| \cos \vartheta_2)^2} (4\varepsilon_1 \varepsilon_2 + 4E_\gamma \varepsilon_1 + q^2) + \right. \\ \left. + 2E_\gamma^2 \frac{k_1^2 \sin^2 \vartheta_1 + k_2^2 \sin^2 \vartheta_2}{(e_1 - |k_1| \cos \vartheta_1)(e_2 - |k_2| \cos \vartheta_2)} - \right. \\ \left. - \frac{2|k_1||k_2| \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos \Phi}{(e_1 - |k_1| \cos \vartheta_1)(e_2 - |k_2| \cos \vartheta_2)} (4\varepsilon_1 \varepsilon_2 + 2E_\gamma(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + q^2) \right] \times \\ \times dE_\gamma d \cos \vartheta_1 d \cos \vartheta_2 d\Phi. \quad (4.204)$$

При $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$ сечение тормозного излучения обращается в нуль, максимального значения оно достигает при $\vartheta_1 = m_e/\varepsilon_1$, $\vartheta_2 = m_e/\varepsilon_2$. Если пренебречь отдачей мишени, т. е. считать $\varepsilon_1 = E_\gamma + \varepsilon_2$, то формула (4.204) переходит в известную формулу Бете — Гайтлера для сечения тормозного излучения [3].

9.3. Угловое и энергетическое распределения адронов при фотообразовании лептонных пар. Дифференциальное сечение процесса $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$, просуммированное по поляризациям конечных частиц и усредненное по поляризациям начальных, после интегрирования по импульсам лептонной пары согласно (4.194) можно записать в следующем виде:

$$d^3\sigma = \frac{\alpha^3}{2\pi^2} \frac{\mathcal{L}_{\mu\nu}}{k p_1 q^2} \left[\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} W_1(q^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(p_{1\mu} - q_\mu \frac{q p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\nu} - q_\nu \frac{q p_1}{q^2} \right) \frac{W_2(q^2)}{M^2} \right] \frac{d^3 p_2}{2E_2}, \quad (4.205)$$

где тензор $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ определяется интегралом

$$\mathcal{L}_{\mu\nu} = \int l_{\mu\nu}^{(\gamma)} \frac{d^3 k_1}{2\varepsilon_-} \frac{d^3 k_2}{2\varepsilon_+} \delta(k - q - k_1 - k_2). \quad (4.206)$$

Напомним, что эта формула получена в предположении, что состояние адрона не изменяется в процессе образования лептонной пары. Однако она справедлива и в случае, когда состояние адрона A изменяется — он переходит в возбужденное состояние или в конечном состоянии образуются несколько адронов. При этом структурные функции W_1 и W_2 будут зависеть не только от q^2 , но и от квадрата инвариантной массы образующейся адронной системы W (в этом случае p_2 и E_2 представляют собой суммарный импульс и суммарную энергию адронов в конечном состоянии процесса $\gamma + A \rightarrow e^+ + e^- + A$).

Заметим, что, так как сечение (4.205) соответствует образованию

адронной системы с определенным значением 4-импульса, 4-импульс виртуального γ -кванта равен $q = p_2 - p_1$. Этим и объясняется появление δ -функции в формуле (4.206).

Структура тензора $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ может быть установлена в общем виде. Действительно, он может зависеть от метрического тензора $g_{\mu\nu}$ и компонент 4-векторов k и q . Так как лептонный ток $l_{\mu}^{(\nu)}$ сохраняется, т. е.

$$\mathcal{L}_{\mu\nu}q_{\nu} = \mathcal{L}_{\mu\nu}q_{\mu} = 0,$$

то тензор $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ должен иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mu\nu} = & l_1(\omega^2, q^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2} \right) + \\ & + l_2(\omega^2, q^2) \left(k_{\mu} - q_{\mu} \frac{kq}{q^2} \right) \left(k_{\nu} - q_{\nu} \frac{kq}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (4.207)$$

где $l_{1,2}(\omega^2, q^2)$ — две вещественные функции, зависящие от квадрата переданного 4-импульса q^2 и квадрата инвариантной массы лептонной пары $\omega^2 = (k_1 + k_2)^2 = (k - q)^2$.

Переменные q^2 и ω^2 легко связать с энергией и углом образования адрона в конечном состоянии:

$$q^2 = (p_1 - p_2)^2 = 2M^2 - 2ME_2,$$

$$\omega^2 = (k + p_1 - p_2)^2 = q^2 + 2M\omega_{\gamma} - 2\omega_{\gamma}(E_2 - |p_2| \cos \vartheta_A), \quad (4.208)$$

где ω_{γ} — энергия γ -кванта, ϑ_A — угол между импульсами γ -кванта и рассеянного адрона. (Ниже рассматривается тот случай, когда в конечном состоянии процесса фотообразования лептонной пары образуется один адрон A .)

Из этих формул следует, что в лабораторной системе энергия рассеянного адрона определяет квадрат переданного 4-импульса q^2 , величина же инвариантной массы лептонной пары ω^2 определяется (при данном значении q^2) энергией E_2 и углом вылета адрона ϑ_A в конечном состоянии.

Формулы (4.208) позволяют перейти в дифференциальном сечении к инвариантным переменным q^2 и ω^2 :

$$\frac{d^3p_2}{E_2} = |p_2| dE_2 d\Omega_A = 2\pi |p_2| dE_2 d \cos \vartheta_A = \frac{\pi}{2\omega_{\gamma}M} d\omega^2 d(-q^2)$$

($d\Omega_A$ — элемент телесного угла адрона в конечном состоянии).

Таким образом, дифференциальное сечение фотообразования лептонных пар, проинтегрированное по импульсам положительного и отрицательного лептонов, имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\sigma}{d\omega^2 d|q^2|} = \frac{\alpha^3}{4\pi M^2 \omega_{\gamma}^2 q^4} \mathcal{L}_{\mu\nu} \times \\ & \times \left[W_1(q^2) \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2} \right) + W_2(q^2) \left(p_{1\mu} + \frac{q_{\mu}}{2} \right) \left(p_{1\nu} + \frac{q_{\nu}}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.209)$$

Определим теперь область изменения переменных ω^2 и q^2 для процесса $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$ при данной энергии γ -кванта в начальном состоянии ω_γ . Найдем прежде всего интервал изменения q^2 при фиксированном значении ω . В СЦИ процесса $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$ имеем

$$q^2 = 2M^2 - 2\tilde{E}_1\tilde{E}_2 + 2|\tilde{\mathbf{p}}_1||\tilde{\mathbf{p}}_2|\cos\tilde{\theta}, \quad (4.210)$$

где $\tilde{E}_1, \tilde{\mathbf{p}}_1$ ($\tilde{E}_2, \tilde{\mathbf{p}}_2$) — энергия и импульс начального (конечного) адрона, $\tilde{\theta}$ — угол между импульсами начального и конечного адронов.

Величины $\tilde{E}_{1,2}, |\tilde{\mathbf{p}}_{1,2}|$ определяются энергией начального γ -кванта ω_γ в лабораторной системе (при фиксированном значении ω^2):

$$\tilde{E}_1 = \frac{s + M^2}{2\sqrt{s}}, \quad \tilde{E}_2 = \frac{s + M^2 - \omega^2}{2\sqrt{s}},$$

$$|\tilde{\mathbf{p}}_1| = \sqrt{\tilde{E}_1^2 - M^2},$$

$$|\tilde{\mathbf{p}}_2| = \sqrt{\tilde{E}_2^2 - M^2},$$

$$s = M^2 + 2\omega_\gamma M$$

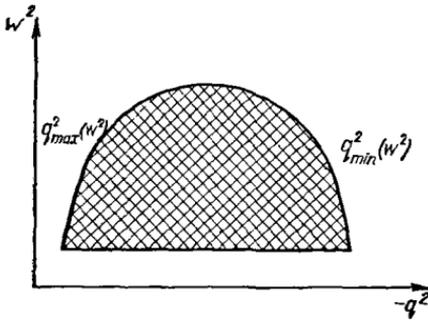


Рис. 4.27. Физическая область процесса фотообразования пар.

(s — квадрат полной энергии системы частиц $\gamma + A$ в СЦИ реакции).

Поскольку в физической области процесса $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$ величина $\cos\tilde{\theta}$ изменяется в пределах от $+1$ до -1 , то

$$q_{\min}^2 \leq q^2 \leq q_{\max}^2,$$

где

$$q_{\max}^2 = 2M^2 - 2\tilde{E}_1\tilde{E}_2 + 2|\tilde{\mathbf{p}}_1||\tilde{\mathbf{p}}_2| \equiv q_{\max}^2(\omega^2),$$

$$q_{\min}^2 = 2M^2 - 2\tilde{E}_1\tilde{E}_2 - 2|\tilde{\mathbf{p}}_1||\tilde{\mathbf{p}}_2| \equiv q_{\min}^2(\omega^2).$$

На рис. 4.27 представлена зависимость величин $q_{\max}^2(\omega^2)$ и $q_{\min}^2(\omega^2)$ от ω^2 : кривые $q_{\max}^2(\omega^2)$ и $q_{\min}^2(\omega^2)$ ограничивают физическую область реакции $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$. В физической области разрешенными являются только отрицательные значения q^2 . Из смысла величины ω^2 вытекает, что в физической области $\omega^2 \geq 4m_e^2$, где m_e — масса лептона.

Максимальное значение ω^2 , как видно из рис. 4.27, определяется условием $q_{\max}^2(\omega^2) = q_{\min}^2(\omega^2)$, откуда следует, что $\mathbf{p}_2 = 0$. $E_2 = M$, т. е. для максимального значения инвариантной массы имеем $\omega_{\max} = \sqrt{s} - M$.

Таким образом, физическая область определяется неравенствами

$$q_{\min}^2(\omega^2) \leq q^2 \leq q_{\max}^2(\omega^2), \quad 4m_e^2 \leq \omega^2 \leq (\sqrt{s} - M)^2.$$

Установим теперь пределы изменения величины ω^2 при данном значении квадрата переданного импульса q^2 . Для этого найдем с помощью (4.210) величину $\cos \tilde{\theta}$ как функцию q^2 , а затем положим $\cos^2 \tilde{\theta} = 1$. В результате получим следующее уравнение для \tilde{E}_2 или, что то же самое, уравнение для ω^2 :

$$\tilde{E}_2^2 + \tilde{E}_1 \tilde{E}_2 \frac{q^2 - 2M^2}{M^2} + \tilde{E}_1^2 - q^2 + \frac{q^4}{4M^2} = 0.$$

Из двух решений этого уравнения

$$\tilde{E}_{2\pm} = \tilde{E}_1 \left(1 - \frac{q^2}{2M^2} \right) \pm |\mathbf{p}_1| \sqrt{\left(1 - \frac{q^2}{M^2} \right) \frac{(-q^2)}{M^2}}$$

физическим решением является \tilde{E}_{2-} , так как оно удовлетворяет необходимому неравенству $\tilde{E}_2 < \tilde{E}_1$.

Таким образом, при данном значении q^2 максимально возможное значение ω^2 определяется соотношением

$$\omega_{\max}^2(q^2) = 2|\mathbf{p}_1| \sqrt{s \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right) \frac{(-q^2)}{M^2} + q^2 \frac{s + M^2}{2M^2}},$$

причем минимальное значение ω^2 при любом q^2 равно $4m_e^2$. Величина q^2 при этом меняется в интервале $q_{\min}^2(\omega^2 = 4m_e^2) \leq q^2 \leq q_{\max}^2(\omega^2 = 4m_e^2)$.

Полученные кинематические соотношения, естественно, не зависят от конкретного механизма реакций $\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$. Больше того, они справедливы для любого процесса множественного образования $\gamma + A \rightarrow a_1 + \dots + a_n + A$, если величину ω^2 отождествить с квадратом инвариантной массы частиц a_1, \dots, a_n .

Вернемся теперь к тензору $\mathcal{L}_{\mu\nu}$. Чтобы найти $l_1(\omega^2, q^2)$ и $l_2(\omega^2, q^2)$, умножим обе части (4.207) сперва на $g_{\mu\nu}$, а затем на $k_\mu k_\nu$. В результате получим систему двух уравнений для l_1 и l_2 :

$$g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{\mu\nu} \equiv \mathcal{L}_1 = 3l_1 - l_2 \frac{(kq)^2}{q^2},$$

$$k_\mu k_\nu \mathcal{L}_{\mu\nu} \equiv \mathcal{L}_2 = -\frac{(kq)^2}{q^2} \left[l_1 - \frac{(kq)^2}{q^2} l_2 \right].$$

Решая эти уравнения относительно l_1 и l_2 , найдем

$$2l_1(\omega^2, q^2) = \mathcal{L}_1(\omega^2, q^2) + \frac{q^2}{(kq)^2} \mathcal{L}_2(\omega^2, q^2),$$

$$2l_2(\omega^2, q^2) \frac{(kq)^2}{q^2} = \mathcal{L}_1(\omega^2, q^2) + \frac{3q^2}{(kq)^2} \mathcal{L}_2(\omega^2, q^2).$$

Чтобы определить величины $\mathcal{L}_1(\omega^2, q^2)$ и $\mathcal{L}_2(\omega^2, q^2)$, следует проинтегрировать выражения $g_{\mu\nu} l_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ и $k_\mu k_\nu l_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ согласно (4.206) по импульсам лептонной пары. Это интегрирование наиболее удобно выполнить в СЦИ конечных лептонов. Возникающие интегралы имеют вид

$$\int X \frac{d^3 k_1}{2\varepsilon_-} \frac{d^3 k_2}{2\varepsilon_+} \delta(k - q - k_1 - k_2) = \frac{\pi}{4} \frac{k^*}{\varepsilon^*} \int_{-1}^{+1} X d \cos \vartheta_+^*, \quad (4.211)$$

где $X = g_{\mu\nu} l_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ или $X = k_\mu k_\nu l_{\mu\nu}^{(\gamma)}$, k^* , ε^* — длина 3-импульса и энергия одного из лептонов в СЦИ лептонной пары, ϑ_+^* — угол между импульсами начального γ -кванта и положительного лептона. Произведем в интегралах (4.211) замену переменных, переходя к инвариантному интегрированию. Для этого воспользуемся кинематическими соотношениями

$$\omega^2 = 4\varepsilon^{*2}, \quad k^* = \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - m_e^2},$$

$$k(k_1 + k_2) = -kq = 2\omega_\gamma \varepsilon^*, \quad k_1 k_2 = \omega_\gamma^* (\varepsilon^* - k^* \cos \vartheta_+^*),$$

откуда

$$d \cos \vartheta_+^* = -\frac{d(kk_2)}{\omega_\gamma^* k^*} = \frac{2\varepsilon^*}{kq k^*} d(kk_2).$$

Пределы интегрирования по $\kappa_2 = -2kk_2$ отвечают значениям $\cos \vartheta_+^* = \pm 1$ и определяются формулами

$$\kappa_{2,\max} = kq \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{m_e^2}{\omega^2}} \right),$$

$$\kappa_{2,\min} = kq \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{m_e^2}{\omega^2}} \right).$$

Таким образом, получим окончательно

$$\begin{aligned} \int X(\kappa_2, q^2, \omega^2) \frac{d^3 k_1}{2\varepsilon_-} \frac{d^3 k_2}{2\varepsilon_+} \delta(k - q - k_1 - k_2) &= \\ &= \frac{\pi}{-4kq} \int_{\kappa_{2,\min}}^{\kappa_{2,\max}} d\kappa_2 X(\kappa_2, q^2, \omega^2). \end{aligned}$$

Поскольку величины κ_1 и κ_2 связаны соотношением $\kappa_1 + \kappa_2 = 2kq$, то в этих интегралах можно осуществить замену $\kappa_2 \rightarrow \kappa_1$, при этом форма интеграла не изменится и пределы интегрирования по κ_1 будут такими же, как и пределы интегрирования по κ_2 . Симметрия интегралов относительно замены $\kappa_2 \leftrightarrow \kappa_1$ позволяет упростить вычисления соответствующих интегралов.

Используя явный вид (4.198) тензора $l_{\mu\nu}^{(\nu)}$, найдем

$$l_{\mu\nu}^{(\nu)} g_{\mu\nu} = -8 + 4 \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right) \left(\frac{q^4 - 4m_e^4}{kq} + 2kq - 2q^2 - 4m_e^2 \right) - \\ - 16m_e^2 \left(\frac{1}{2} q^2 + m_e^2 \right) \left(\frac{1}{\kappa_1^2} + \frac{1}{\kappa_2^2} \right), \\ l_{\mu\nu}^{(\nu)} k_\mu k_\nu = -4\omega^2 + 8m_e^2 kq \left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2} \right).$$

В результате интегрирования для $\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2)$ получим

$$\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2) = \frac{2\pi}{-kq} \int_{\kappa_{2,\min}}^{\kappa_{2,\max}} d\kappa_2 \left[-1 - 4m_e^2 \frac{\frac{1}{2} q^2 + m_e^2}{\kappa_2^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\kappa_2} \left(\frac{q^4 - 4m_e^4}{kq} + 2kq - 2q^2 - 4m_e^2 \right) \right] = \\ = \frac{-4\pi}{(\omega^2 - q^2)^2} \left[(\omega^4 + 4m_e^2 \omega^2 - 8m_e^4 + q^4 - 4m_e^2 q^2) \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{1 - \sqrt{1 - 4m_e^2/\omega^2}}{1 + \sqrt{1 - 4m_e^2/\omega^2}} - (\omega^4 + q^4 + 4\omega^2 m_e^2) \sqrt{1 - 4 \frac{m_e^2}{\omega^2}} \right]. \quad (4.212)$$

Как и следовало ожидать, величина $\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2)$ при $q^2 = 0$ только множителем отличается от полного сечения превращения двух γ -квантов в лептонную пару [3].

Таким же способом легко получить

$$\mathcal{L}_2(q^2, \omega^2) = -\frac{\pi}{kq} \int_{\kappa_{2,\min}}^{\kappa_{2,\max}} d\kappa_2 \left(-\omega^2 + 4m_e^2 \frac{kq}{\kappa_2} \right) = \\ = 4\pi m_e^2 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_e^2/\omega^2}}{1 - \sqrt{1 - 4m_e^2/\omega^2}} - 2\pi\omega^2 \sqrt{1 - 4 \frac{m_e^2}{\omega^2}}, \quad (4.213)$$

т. е. величина \mathcal{L}_2 не зависит от квадрата переданного импульса.

Пороговое поведение функций $\mathcal{L}_{1,2}(q^2, \omega^2)$ при $\omega^2 \rightarrow 4m_e^2$ определяется следующими формулами:

$$\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2) = - \left(\frac{\omega^2}{4} - m_e^2 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{4\pi}{m_e (q^2 - 4m_e^2)^2} (16m_e^4 + q^4 - 8m_e^2 q^2), \\ \mathcal{L}_2(q^2, \omega^2) = \frac{1}{3} \frac{\pi}{m_e} (\omega^2 - 4m_e^2)^{\frac{3}{2}},$$

т. е. $\mathcal{L}_2(q^2, \omega^2)$ стремится к нулю при $\omega^2 \rightarrow 4m_e^2$ быстрее, чем $\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2)$.

Покажем теперь, что величина $\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2)$ определяет полное сечение процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow e^+ + e^-$. Заметим, что сечение $\sigma(\gamma \gamma^*)$ связано с тензором $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ соотношением

$$\sigma(\gamma + \gamma^*) = \frac{\alpha^2}{(-kq)} \mathcal{L}_{\mu\nu} e_\mu e_\nu^*, \quad (4.214)$$

где e_μ — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта, k, q — 4-импульсы реального и виртуального γ -квантов (по поляризациям реального γ -кванта в $\sigma(\gamma \gamma^*)$ выполнено усреднение), знак минус связан с тем, что виртуальный γ -квант не поглощается, а испускается лептонами.

Если оба γ -кванта неполяризованы, то полное сечение процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow e^+ + e^-$ в случае поперечной поляризации виртуального γ^* -кванта определяется выражением

$$\sigma_T(\gamma \gamma^*) = \frac{\alpha^2}{2kq} \mathcal{L}_{\mu\nu} g_{\mu\nu} = \frac{\alpha^2}{2kq} \mathcal{L}_1(q^2, \omega^2). \quad (4.215)$$

С помощью (4.213) и (4.214) нетрудно убедиться, что при $q^2 \rightarrow 0$ величины $l_2(q^2, \omega^2)$ и $l_2(\omega^2, q^2)$ ведут себя следующим образом:

$$l_1(q^2, \omega^2) - \frac{(kq)^2}{q^2} l_2(q^2, \omega^2) \simeq q^2, \quad l_2(q^2, \omega^2) \simeq q^2.$$

Такое поведение обеспечивает отсутствие особенностей тензора $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ в точке $q^2 = 0$.

Чтобы получить сечение фотообразования лептонных пар, проинтегрированное по импульсам лептонной пары, заметим, что

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mu\nu} W_{\mu\nu} &= \mathcal{L}_1(q^2, \omega^2) \frac{q^2}{2M^2} \left(\frac{kp_1}{kq} \right)^2 \times \\ &\times \left[\bar{W}_2(q^2) \left(1 + \frac{kq}{2kp_1} \right)^2 - \bar{W}_1(q^2) \frac{2M^2}{q^2} \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 + \right. \\ &\left. + 3 \frac{\mathcal{L}_2(q^2, \omega^2)}{\mathcal{L}_1(q^2, \omega^2)} \bar{W}_2(q^2) \frac{q^2}{(kq)^2} \left(1 + \frac{kq}{2kp_1} \right)^2 \right] + \\ &+ \mathcal{L}_1 \left(M^2 - \frac{q^2}{4} \right) \frac{\bar{W}_2}{2M^2} \left(1 + \frac{q^2}{(kq)^2} \frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_1} \right). \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (4.205) и используя соотношение (4.215), получим следующее выражение для дифференциального сечения $\frac{d^2\sigma}{d\omega^2 d|q^2|}$, описывающего энергетическое и угловое распределение адронов в конечном состоянии процесса $\gamma + A \rightarrow A + e^- + e^+$

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{\sigma_T(\gamma \gamma^*)}{M^2} \frac{1}{q^2 kq} \left[\bar{W}_2(q_2) \left(1 + \frac{kq}{2kp_1} \right)^2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{W}_2(q^2) \left(M^2 - \frac{q^2}{4} \right) \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 \frac{1}{q^2} \left(1 + \frac{q^2}{(kq)^2} \frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_1} \right) - \\
& - \bar{W}_1(q^2) \frac{2M^2}{q^2} \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 + 3 \frac{\mathcal{L}_2(q^2, w^2)}{\mathcal{L}_1(q^2, w^2)} \bar{W}_2(q^2) \frac{q^2}{(kq)^2} \left(1 + \frac{kq}{2kp_1} \right) \Big].
\end{aligned} \tag{4.216}$$

Рассмотрим подробнее случай больших энергий γ -кванта ($\omega_\gamma \gg M$) и малых переданных импульсов ($-q^2 \ll M^2$). Предполагая, что масса системы лептонов удовлетворяет неравенству $-kq \ll kp_1$, представим сечение (4.216) в виде

$$\frac{d^2\sigma}{dw^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{\sigma_T(\gamma\gamma^*)}{M^2} \frac{1}{q^2 kq} \left[\bar{W}_2(q^2) - \bar{W}_1(q^2) \frac{2M^2}{q^2} \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 \right]. \tag{4.217}$$

Таким образом, дифференциальное сечение фотообразования лептонных пар определяется полным сечением $\sigma_T(\gamma\gamma^*)$. Эта формула представляет собой инвариантное обобщение формулы Вейцзекера — Вильямса [12].

Дифференциальное сечение фотообразования пар на бесспиновой мишени ($\bar{W}_1 = 0$, $\bar{W}_2 = 4M^2 F^2(q^2)$) определяется простой формулой

$$\frac{d^2\sigma}{dw^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\sigma_T(\gamma\gamma^*)}{q^2 kq} F^2(q^2).$$

Если рождение лептонной пары происходит на мишени со спином $1/2$, то $\bar{W}_1(q^2)$ и $\bar{W}_2(q^2)$ определяются формулами (4.56), а дифференциальное сечение фотообразования пар имеет вид

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma}{dw^2 d|q^2|} &= \frac{\alpha}{2\pi} \sigma_T(\gamma\gamma^*) \frac{1}{kq q^2} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + G_M^2 \frac{1}{2} \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 \right] \simeq \\
&\simeq \frac{\alpha}{2\pi} \sigma_T(\gamma\gamma^*) \frac{1}{kq q^2} \left[G_E^2 - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{kq}{kp_1} \right)^2 G_M^2 \right]_{q^2 \rightarrow 0}.
\end{aligned}$$

Из этой формулы видно, что при $q^2 \rightarrow 0$ вклад в сечение, обусловленный магнитным моментом мишени, мал по сравнению с вкладом, обусловленным электрическим зарядом мишени (это впервые было отмечено в работе [50]). До сих пор мы учитывали только механизм Бете — Гайтлера. Докажем теперь, что вклад в сечение фотообразования лептонной пары, связанный с интерференцией амплитуды Бете — Гайтлера и комптоновской амплитуды, обращается в нуль при интегрировании по импульсам лептонной пары. Это справедливо для комптоновской амплитуды самого общего вида, причем при доказательстве не используется явный вид этой амплитуды.

Матричный элемент образования лептонной пары, учитывающий оба механизма, запишем в виде

$$m(\gamma N \rightarrow e^+ e^- F) = \frac{e^3}{q^2} l_\alpha^{(\gamma)} \langle F | J_\alpha | N \rangle + \frac{e^3}{\omega^2} \bar{u}(k_1) \gamma_\alpha v(k_2) T_\alpha, \quad (4.218)$$

где $l_\alpha^{(\gamma)}$ определяется выражением (4.193). Второе слагаемое отвечает вкладу комптоновского механизма, причем величина $T_\alpha e_\alpha$ пропорциональна амплитуде комптоновского рассеяния на адроне (e_α — 4-вектор поляризации γ -кванта в конечном состоянии процесса $\gamma + N \rightarrow \gamma + F$).

После суммирования по поляризациям лептонной пары вклад, обусловленный интерференцией двух слагаемых в (4.218), в квадрат модуля матричного элемента представим в виде

$$m_1 m_2^* = \frac{e^6}{q^2 \omega^2} l_{\mu\nu}^{(I)} \langle F | J_\mu | N \rangle T_\nu^* + \text{ком. сопр.},$$

где

$$l_{\mu\nu}^{(I)} = Sp \left[-\frac{\hat{e} \hat{k} \gamma_\mu}{\kappa_1} + \frac{\gamma_\mu \hat{k} \hat{e}}{\kappa_2} + 2\gamma_\mu \left(\frac{ek_1}{\kappa_1} - \frac{ek_2}{\kappa_2} \right) \right] (\hat{k}_2 - m_e) \gamma_\nu (\hat{k}_1 + m_e).$$

После несложных преобразований тензор $l_{\mu\nu}^{(I)}$ можно привести к следующему виду:

$$l_{\mu\nu}^{(I)} = -m_e^2 Sp \left[-\frac{\hat{e} \hat{k} \gamma_\mu \gamma_\nu}{\kappa_1} + \frac{\gamma_\mu \hat{k} \hat{e} \gamma_\nu}{\kappa_2} + 2\gamma_\mu \gamma_\nu \left(\frac{ek_1}{\kappa_1} - \frac{ek_2}{\kappa_2} \right) \right] + 2 \left(\frac{ek_1}{\kappa_1} - \frac{ek_2}{\kappa_2} \right) Sp \gamma_\mu \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2 + Sp \left(-\frac{\hat{e} \hat{k} \gamma_\mu}{\kappa_1} + \frac{\gamma_\mu \hat{k} \hat{e}}{\kappa_2} \right) \hat{k}_2 \gamma_\nu \hat{k}_1. \quad (4.219)$$

Из этой формулы вытекает свойство симметрии тензора

$$l_{\mu\nu}^{(I)}(k_1, k_2) = -l_{\mu\nu}^{(I)}(k_2, k_1). \quad (4.220)$$

Для первых двух членов в (4.219) эта симметрия видна непосредственно. Рассмотрим третье слагаемое. Убедимся, что

$$Sp \left(-\frac{\hat{e} \hat{k} \gamma_\mu}{\kappa_2} + \frac{\gamma_\mu \hat{k} \hat{e}}{\kappa_1} \right) \hat{k}_2 \gamma_\nu \hat{k}_1 = -Sp \left(-\frac{\hat{e} \hat{k} \gamma_\mu}{\kappa_1} + \frac{\gamma_\mu \hat{k} \hat{e}}{\kappa_2} \right) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2,$$

т. е. справедливо следующее равенство:

$$Sp \hat{e} \hat{k} \gamma_\mu \hat{k}_2 \gamma_\nu \hat{k}_1 = Sp \gamma_\mu \hat{k} \hat{e} \kappa_1 \gamma_\nu \hat{k}_2.$$

Справедливость этого соотношения видна из следующих преобразований:

$$Sp \hat{e} \hat{k} \gamma_\mu \hat{k}_2 \gamma_\nu \hat{k}_1 = Sp (\gamma_\mu \hat{k} \hat{e} + 2\hat{k} e_\mu - 2\hat{e} k_\mu) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (\hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2 + 2k_1 k_2 \gamma_\nu - 2k_{1\nu} \hat{k}_2 - 2k_{2\nu} \hat{k}_1) = Sp \gamma_\mu \hat{k} \hat{e} \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2 + 2X_{\mu\nu}, \\ X_{\mu\nu} = Sp \gamma_\mu \hat{k} \hat{e} (k_1 k_2 \gamma_\nu - k_{1\nu} \hat{k}_2 - k_{2\nu} \hat{k}_1) + Sp (\hat{k} e_\mu - \hat{e} k_\mu) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2 + \\ & + 2Sp (\hat{k} e_\mu - \hat{e} k_\mu) (k_1 k_2 \gamma_\nu - k_{1\nu} \hat{k}_2 - k_{2\nu} \hat{k}_1) = 0, \end{aligned}$$

где использовано условие $ek = 0$. В силу (4.220) интеграл

$$\int l_{\mu\nu}^{(I)} \frac{d^3 k_1}{2\epsilon_-} \frac{d^3 k_2}{2\epsilon_+} \delta(k - q - k_1 - k_2)$$

обращается в нуль, что и требовалось доказать.

Таким образом, свойство симметрии (4.220) позволяет установить два обстоятельства: во-первых, дифференциальное сечение образования симметричных пар ($k_1 = k_2$) не содержит вклада, обусловленного интерференцией двух возможных механизмов — механизма Бете — Гайтлера и комптоновского, и, во-вторых, интерференция обращается в нуль при интегрировании по импульсам лептонной пары. Как отмечено выше, такое поведение интерференции двух возможных механизмов процесса $\gamma + N \rightarrow F + e^+ + e^-$ связано с C -инвариантностью электромагнитного взаимодействия лептонов.

§ 10. ЭФФЕКТ ПРИМАКОВА

10.1. Однофотонный механизм взаимодействия частиц. Рассмотрим общий случай рассеяния произвольных частиц адронами, когда частица (не обязательно электрон) взаимодействует с адроном путем обмена одним виртуальным γ -квантом. При этом обе начальные частицы могут превратиться в любую совокупность частиц (рис. 4.28). Ограничимся случаем, когда состояние частицы мишени (с 4-импульсом p_1) не изменяется в процессе взаимодействия. Что же касается налетающей частицы (с 4-импульсом k), то она может превратиться в любую совокупность частиц (суммарный 4-импульс которых обозначен через k'). К такого рода процессам относятся, например, процессы превращения γ -кванта или π -мезона в другие частицы $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, $\pi^- + p \rightarrow p + \pi^-$, $\gamma + p \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-$. Превращение частиц в электромагнитном поле заряженной частицы носит название эффекта Примакова. (Первоначально эффектом Примакова назывался процесс фотообразования π^0 -мезона в кулоновском поле ядер [62].)

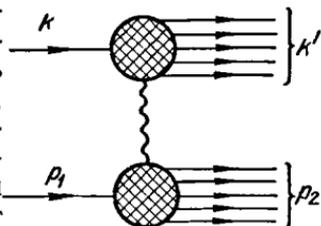


Рис. 4.28. Общий однофотонный механизм неупругого рассеяния адронов.

Рассмотрим прежде всего кинематику процесса, изображенного на рис. 4.28. Введем следующие кинематические инвариантные переменные:

$$\left. \begin{aligned} s &= (k + p_1)^2 = m^2 + M^2 + 2\varepsilon M, \\ q^2 &= (p_2 - p_1)^2 = 2M(M - E_2), \\ \omega^2 &= (k + p_1 - p_2)^2 = q^2 + m^2 + 2\varepsilon(M - E_2) + \\ &\quad + 2|k||p_2|\cos\vartheta_A, \end{aligned} \right\} \quad (4.221)$$

где ε — энергия частицы с 4-импульсом k , E_1, E_2 — энергии частиц с 4-импульсами p_1 и p_2 , ϑ_A — угол между импульсами k и p_2 , m, M — массы частиц с 4-импульсами k и p_1 , $k^2 = m^2, p_1^2 = p_2^2 = M^2$.

Угол рассеяния ϑ_A , согласно (4.221), определяется следующей формулой:

$$\cos\vartheta_A = \frac{\omega^2 - m^2 - q^2(1 + \varepsilon/M)}{2|k||p_2|}. \quad (4.222)$$

Зависимость квадрата переданного импульса q^2 от переменных ω^2 и ϑ_A определяется из уравнения

$$\begin{aligned} q^4 \left[\frac{k^2}{M^2} \cos^2\vartheta_A - \left(\frac{\varepsilon + M}{M} \right)^2 \right] - 2q^2 \left[2k^2 \cos^2\vartheta_A - \right. \\ \left. - (\omega^2 - m^2) \left(1 + \frac{\varepsilon}{M} \right) \right] - (\omega^2 - m^2)^2 = 0, \end{aligned}$$

два решения которого имеют вид

$$q^2 = \frac{2k^2 \cos^2\vartheta_A \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\cos^2\vartheta_{Am}}{\cos^2\vartheta_A}} \right) - (\omega^2 - M^2) \left(1 + \frac{\varepsilon}{M} \right)}{\frac{k^2}{M^2} \cos^2\vartheta_A - \left(1 + \frac{\varepsilon}{M} \right)^2}.$$

Максимально возможный угол рассеяния ϑ_{Am} частицы мишени определяется соотношением

$$\cos^2\vartheta_{Am} = \frac{\omega^2 - m^2}{k^2} \left(\frac{\varepsilon + M}{M} - \frac{\omega^2 - m^2}{4M^2} \right). \quad (4.223)$$

Если вместо ε и k^2 ввести переменную s ,

$$\varepsilon = \frac{s - M^2 - m^2}{2M}, \quad k^2 = \frac{1}{4M^2} [s - (M + m)^2] [s - (M - m)^2],$$

то формулы для q^2 и $\cos^2\vartheta_{Am}$ примут вид

$$\begin{aligned} \frac{q^2}{2M^2} &= \frac{\cos^2\vartheta_A [s - (M + m)^2] [s - (M - m)^2] \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\cos^2\vartheta_{Am}}{\cos^2\vartheta_A}} \right) -}{[\cos^2\vartheta_A [s - (M + m)^2] [s - (M - m)^2] - (s + M^2 - m^2)^2]} \cdot \\ \cos^2\vartheta_{Am} &= \frac{(\omega^2 - m^2) [2(s + M^2) - (\omega^2 + m^2)]}{[s - (M + m)^2] [s - (M - m)^2]}. \end{aligned}$$

При рассеянии на предельный угол ϑ_{Am} оба решения для q^2 совпадают и определяются равенством

$$\frac{q_m^2}{2M^2} = -\frac{\omega^2 - m^2}{s + M^2 - \omega^2}, \quad (4.224)$$

т. е. предельное значение квадрата переданного импульса уменьшается по абсолютной величине с ростом энергии взаимодействующих частиц.

При $s \gg M^2$ и $s \gg \omega^2$ формула для $\cos^2 \vartheta_{Am}$ существенно упрощается:

$$\cos^2 \vartheta_{Am} = 2 \frac{\omega^2 - m^2}{s},$$

откуда видно, что $\vartheta_{Am} \rightarrow \pi/2$ при $s \gg M^2$.

При рассеянии на нулевой угол оба решения для q^2 в пределе больших энергий принимают вид

$$\frac{q_{\max}^2}{2M^2} = -\frac{(s - M^2)^2}{2sM^2}, \quad \frac{q_{\min}^2}{2M^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega^2 - m^2}{s - M^2} \right)^2.$$

Чтобы найти дифференциальное сечение процесса $a(k) + A(p_1) \rightarrow b(k') + A(p_2)$, обусловленного обменом одним виртуальным γ -квантом (символы a, b, A служат для обозначения частиц с 4-импульсами k, k', p_1), запишем матричный элемент, соответствующий диаграмме рис. 4.29, в виде

$$m(aA \rightarrow bA) = \frac{e^2}{q^2} \langle b | J_\mu | a \rangle \langle A | J_\mu | A \rangle, \quad (4.225)$$

где J_μ — оператор электромагнитного тока частиц. Дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$, просуммированное по конечным и усредненное по начальным поляризациям частиц, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} d\sigma(aA \rightarrow bA) &= \\ &= \frac{(2\pi)^4}{4 \sqrt{(kp_1)^2 - m^2 M^2}} \sum_b \delta(k + p_1 - k' - p_2) |m(aA \rightarrow bA)|^2 \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} = \\ &= \frac{\alpha^2}{2q^4} \frac{W_{\mu\nu}^{(A)} W_{\mu\nu}^{(a)}}{\sqrt{(kp_1)^2 - m^2 M^2}} \frac{d^3 p_2}{E_2}, \end{aligned} \quad (4.226)$$

где

$$W_{\mu\nu}^{(a)} = (2\pi)^3 \sum_b \overline{\langle b | J_\mu | a \rangle \langle a | J_\nu^\dagger | b \rangle} \delta(k + q - k'), \quad (4.227)$$

$$W_{\mu\nu}^{(A)} = \overline{\langle A | J_\mu | A \rangle \langle A | J_\nu^\dagger | A \rangle}$$

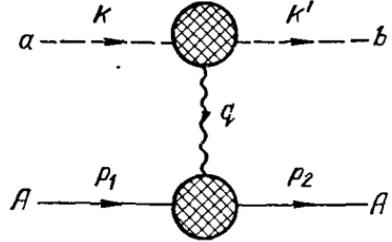


Рис. 4.29. Однофотонный механизм двухчастичного процесса рассеяния адронов.

(черта в выражении для $W_{\mu\nu}^{(a)}$ обозначает усреднение по поляризации налетающей частицы a и суммирование по поляризационным состояниям частиц b , в выражении для $W_{\mu\nu}^{(A)}$ — усреднение по начальным и суммирование по конечным поляризационным состояниям частицы A).

Заметим, что формула (4.226) определяет дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ в том случае, если в конечном состоянии регистрируется только частица A , т. е. измеряется ее энергия и угол образования.

Переходя в (4.226) к инвариантным переменным ω^2 и q^2 :

$$\frac{d^3 p_2}{E_2} = \pi \frac{d\omega^2 d(-q^2)}{2M \sqrt{e^2 - m^2}},$$

запишем дифференциальное сечение в виде

$$\frac{d^2 \sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d(-q^2)} = \pi \frac{\alpha^2}{q^4} \frac{W_{\mu\nu}^{(A)} W_{\mu\nu}^{(a)}}{[s - (M + m)^2][s - (M - m)^2]}. \quad (4.228)$$

Поскольку тензор $W_{\mu\nu}^{(a)}$ удовлетворяет условиям сохранения тока

$$W_{\mu\nu}^{(a)} q_\nu = W_{\mu\nu}^{(a)} q_\mu = 0,$$

то его тензорная структура может быть представлена в стандартном виде

$$W_{\mu\nu}^{(a)} = V_1(q^2, \omega^2) \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + V_2(q^2, \omega^2) \left(k_\mu - q_\mu \frac{kq}{q^2} \right) \left(k_\nu - q_\nu \frac{kq}{q^2} \right), \quad (4.229)$$

где $V_{1,2}(q^2, \omega^2)$ — две вещественные функции инвариантных переменных q^2 и ω^2 . Как и в случае неупругого рассеяния электронов адронами, функции $V_1(q^2, \omega^2)$, $V_2(q^2, \omega^2)$ можно связать с полными сечениями процесса $\gamma^* + a \rightarrow b$.

Из формулы (4.227) видно, что произведение тензоров $W_{\mu\nu}^{(a)}$ и $e_\mu e_\nu^*$ (e — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта) определяет полное сечение $\sigma(\gamma^* a)$ процесса поглощения виртуального γ -кванта частицей a :

$$\sigma(\gamma^* a) = 2\pi^2 \alpha \frac{W_{\mu\nu}^{(a)} e_\mu e_\nu^*}{V(kq)^2 - m^2 q^2}.$$

Введем далее 4-векторы поперечной ($e_\mu^{(T)}$) и продольной ($e_\mu^{(L)}$) поляризаций виртуального γ -кванта относительно направления импульса k и определим полные сечения поглощения поперечного (σ_T) и продольного (σ_L) виртуальных γ -квантов:

$$\sigma_T(q^2, \omega^2) = 2\pi^2 \alpha \frac{W_{\mu\nu}^{(a)} e_\mu^{(T)} e_\nu^{(T)*}}{V(kq)^2 - q^2 m^2}, \quad \sigma_L(q^2, \omega^2) = 2\pi^2 \alpha \frac{W_{\mu\nu}^{(a)} e_\mu^{(L)} e_\nu^{(L)*}}{V(kq)^2 - q^2 m^2}.$$

Учитывая структуру тензора $W_{\mu\nu}^{(a)}$, эти выражения можно переписать в виде

$$\sigma_T(q^2, \omega^2) = 2\pi^2\alpha \frac{V_1(q^2, \omega^2)}{\sqrt{(kq)^2 - q^2m^2}},$$

$$\sigma_L(q^2, \omega^2) = \frac{2\pi^2\alpha}{\sqrt{(kq)^2 - q^2m^2}} \left[-V_1(q^2, \omega^2) + \frac{q^2m^2 - (kq)^2}{q^2} V_2(q^2, \omega^2) \right].$$

Выражая отсюда V_1 и V_2 через сечения σ_T и σ_L , получим для тензора $W_{\mu\nu}^{(a)}$ выражение

$$W_{\mu\nu}^{(a)} = \frac{1}{2\pi^2\alpha \sqrt{(kq)^2 - m^2q^2}} \left[\left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \sigma_T(q^2, \omega^2) [(kq)^2 - q^2m^2] + \right. \\ \left. + (\sigma_T(q^2, \omega^2) + \sigma_L(q^2, \omega^2)) (-q^2) \left(k_\mu - q_\mu \frac{kq}{q^2} \right) \left(k_\nu - q_\nu \frac{kq}{q^2} \right) \right]. \quad (4.230)$$

Аналогичным образом тензор $W_{\mu\nu}^{(A)}$ можно записать в виде

$$W_{\mu\nu}^{(A)} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \bar{W}_1(q^2) + \left(p_{1\mu} - \frac{1}{2} q_\mu \right) \left(p_{1\nu} - \frac{1}{2} q_\nu \right) \times \\ \times \frac{\bar{W}_2(q^2)}{M^2},$$

где $\bar{W}_1(q^2)$ и $\bar{W}_2(q^2)$ — некоторые функции одной переменной q^2 . Они представляют собой квадратичные комбинации электромагнитных формфакторов адрона A . В результате перемножения тензоров $W_{\mu\nu}^{(a)}$ и $W_{\mu\nu}^{(A)}$ для дифференциального сечения процесса $a + A \rightarrow b + A$ в однофотонном приближении получим следующее выражение:

$$\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(kq)^2 - m^2q^2}} \frac{1}{[s - (M + m)^2][s - (M - m)^2]} \times \\ \times \frac{1}{(-q^2)} \left[\bar{W}_2(q^2) (\sigma_T(q^2, \omega^2) I_T + \sigma_L(q^2, \omega^2) I_L) + \right. \\ \left. + \bar{W}_1(q^2) (2\sigma_T(q^2, \omega^2) - \sigma_L(q^2, \omega^2)) \frac{(kq)^2 - q^2m^2}{-q^2} \right], \quad (4.231)$$

где

$$I_T = \frac{[(kp_1) - kq/2]^2}{M^2} + \frac{(kq)^2 - q^2m^2}{q^2} - \frac{(k \cdot q)^2 - q^2m^2}{4M^2},$$

$$I_L = \frac{(kp_1 - kq/2)^2}{M^2}. \quad (4.232)$$

Исследуем поведение сечения (4.231) при больших энергиях налетающей частицы ε ($\varepsilon \gg M$) и малых переданных импульсах q^2 ($-q^2 \ll M^2$, $-q^2 \ll \omega^2$). Прежде всего заметим, что при $kp_1 \gg \gg kq$

$$I_T \simeq \frac{(kp_1)^2}{M^2} + \frac{(kq)^2}{q^2}, \quad I_L \simeq \varepsilon^2.$$

Так как $q_0 = -q^2/2M$, то $q_0^2 \ll q^2$ и выражение для I_T может быть упрощено:

$$\begin{aligned} I_T &= \frac{1}{q^2} [\varepsilon^2 (q_0^2 - q^2) + \varepsilon^2 q_0^2 - 2\varepsilon q_0 k q + (kq)^2] = \\ &= -\frac{\varepsilon^2 q^2 - (kq)^2}{q^2} = -\frac{\varepsilon^2 q_T^2}{q^2}, \end{aligned}$$

где q_T^2 — квадрат поперечного переданного импульса, $q_T^2 = q^2 \sin^2 \vartheta_A$. Учитывая закон сохранения 3-импульса $\mathbf{k} + \mathbf{q} = \mathbf{k}'$, найдем

$$|\mathbf{q}| \sin \vartheta_A = |\mathbf{k}'| \sin \vartheta',$$

где ϑ' — угол между импульсами \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Воспользовавшись, наконец, формулой

$$q^2 = E_2^2 - M^2 = -\frac{q^2}{2M} (E_2 + M),$$

получим окончательно

$$I_T = \varepsilon^2 \frac{E_2 + M}{2M} \sin^2 \vartheta_A.$$

Если частицы мишени имеют спин 1/2, то $\bar{W}_1(q^2)$ пропорциональна q^2 . Поэтому в пределе больших энергий налетающей частицы ($\varepsilon \gg M$) и малых переданных импульсов дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|} = \\ &= \frac{\alpha}{8\pi M^2} \frac{1}{(-q^2)} \frac{\bar{W}_2(q^2)}{\sqrt{(kq)^2 - m^2 q^2}} \left[\sigma_T(q^2, \omega^2) \frac{E_2 + M}{2M} \sin^2 \vartheta_A + \sigma_L(q^2, \omega^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.233)$$

Заметим, что для бесспиновой мишени $\bar{W}_1(q^2) = 0$ при любых q^2 , поэтому формула (4.233) справедлива и для рассеяния на бесспиновых мишенях.

Формулу (4.233) можно записать в несколько ином виде, вводя минимальный переданный импульс $\frac{q_{\min}^2}{2M^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega^2 - m^2}{s - M^2} \right)^2$, соответствующий углу рассеяния $\vartheta_A = 0$,

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|} = \\ &= \frac{\alpha}{8\pi M^2} \frac{1}{(-q^2)} \frac{\bar{W}_2(q^2)}{\sqrt{(kq)^2 - m^2 q^2}} \left[\left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2} \right) \sigma_T(q^2, \omega^2) + \sigma_L(q^2, \omega^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.234)$$

Заметим, что при $\varepsilon \gg M$, $-q^2 \ll M^2$ величина $\left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2}\right)$ пропорциональна $\sin^2 \vartheta_A$. При малых q^2 (см. гл. 4) сечение $\sigma_L(q^2, \omega^2)$ пропорционально q^2 . Что же касается сечения $\sigma_T(q^2, \omega^2)$, то его величина, имеющая смысл и для реальных γ -квантов, остается конечной:

$$\bar{W}_2(q^2) \simeq W_2(0), \quad \sigma_T(q^2, \omega^2) = \sigma_T(0, \omega^2), \quad \sigma_L(q^2, \omega^2) = q^2 \sigma'_L(0, \omega^2),$$

поэтому дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ в однофотонном приближении при больших энергиях и малых переданных импульсах определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d(-q^2)} = \frac{\alpha}{4\pi M^2} \frac{\sigma_T(0, \omega^2) \bar{W}_2(0)}{\omega^2 - m^2} \frac{1}{(-q^2)} \left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2}\right). \quad (4.235)$$

Произведение $\frac{1}{q^2} \left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2}\right)$ сильно зависит от угла рассеяния ϑ_A в области малых ϑ_A . При $\vartheta_A = 0$, т. е. при $q^2 = q_{\min}^2$, сечение $\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|}$ обращается в нуль (если пренебречь малым вкладом, пропорциональным $\sigma_L(q^2, \omega^2)$). Если $\vartheta_A \neq 0$, то оно сильно растет с ростом угла рассеяния ϑ_A . Поэтому сечение, рассматриваемое как функция q^2 , имеет резкий пик при $q^2 = 2q_{\min}^2$. Величина сечения в максимуме определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{16\pi} \frac{\sigma_T(0, \omega^2) \bar{W}_2(\bar{0})}{M^4} \frac{(s - M^2)^2}{(\omega^2 - m^2)^3}. \quad (4.236)$$

Видим, что сечение в максимуме растет с энергией как s^2 . Отметим также характерный множитель $(\omega^2 - m^2)^{-3}$, входящий в сечение $\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|}$, который подавляет образование системы адронов с большими значениями ω^2 . Заметим, что часть сечения процесса $a + A \rightarrow b + A$, пропорциональная величине $\sigma_L(q^2, \omega^2)$, определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma^L(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\sigma_L(q^2, \omega^2) \bar{W}_2(q^2)}{(-q^2)(\omega^2 - m^2)} \simeq \frac{\alpha}{4\pi M^2} \sigma'_L(0, \omega^2) \frac{\bar{W}_2(0)}{\omega^2 - m^2}. \quad (4.237)$$

Эта величина остается постоянной в интервале переданных импульсов, в котором часть сечения, пропорциональная $\sigma_T(0, \omega^2)$, сильно растет с энергией.

Таким образом, дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ в однофотонном приближении определяется при больших энергиях и малых переданных импульсах величиной полного сечения поглощения поперечных γ -квантов процесса $\gamma + a \rightarrow b$.

Проинтегрируем теперь сечение $\frac{d^2\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2 d|q^2|}$ по q^2 при фиксированном значении ω^2 . Учитывая, что главный вклад в интеграл вносят значения q^2 в интервале (q_{\min}^2, q_m^2) , в котором можно пренебречь зависимостью величин $\bar{W}_2(q^2)$ и $\sigma_T(q^2, \omega^2)$ от q^2 , получим

$$\frac{d\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\bar{W}_2(0) \sigma_T(0, \omega^2)}{M^2(\omega^2 - m^2)} \left[\ln \frac{2(s - M^2)^2}{(\omega^2 - m^2)(s + M^2)} - 1 \right] \quad (4.238)$$

(интегрирование выполнено по интервалу q^2 от q_{\min}^2 до q_m^2). Видим, что величина $\frac{d\sigma}{d\omega^2}$ растет с энергией как $\ln s$.

Чтобы получить более точный результат, сечение необходимо проинтегрировать по всему интервалу q^2 . Для этого необходимо знать зависимость от q^2 величины $\bar{W}_2(q^2) \sigma_T(q^2, \omega^2)$. Так как это произведение имеет резкий максимум при малых q^2 , то коэффициент при $\ln s$ в (4.238) не изменится и вместо (4.238) получится формула

$$\frac{d\sigma(aA \rightarrow bA)}{d\omega^2} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\bar{W}_2(0) \sigma_T(0, \omega^2)}{M^2(\omega^2 - m^2)} \left[2 \ln \frac{s}{s_0(\omega^2)} - a(\omega^2) \right],$$

где $s_0(\omega^2)$ и $a(\omega^2)$ — неизвестные функции ω^2 .

10.2. Эффект Примакова и радиационные ширины адронов. Рассмотрим теперь случай, когда b представляет собой одну частицу — стабильную или резонанс (см. 4.29). Если не учитывать ширину резонанса, то тензор $W_{\mu\nu}^{(a)}$ имеет вид

$$W_{\mu\nu}^{(a)} = \bar{W}_{\mu\nu} \delta(\omega^2 - m'^2),$$

где m' — масса частицы b . Используя сохранение электромагнитного тока, легко видеть, что $\bar{W}_{\mu\nu}$ имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\mu\nu} = & \bar{V}_1(q^2) \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \\ & + \bar{V}_2(q^2) \left(k_\mu - q_\mu \frac{kq}{q^2} \right) \left(k_\nu - q_\nu \frac{kq}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (4.239)$$

где $\bar{V}_{1,2}(q^2)$ — две вещественные функции, зависящие только от q^2 .

Структурные функции $\bar{V}_1(q^2)$ и $\bar{V}_2(q^2)$ можно связать с ширинами радиационных распадов $b \rightarrow a + \gamma^*$ с испусканием поперечных и продольного виртуальных γ -квантов с «массой» q^2 . Ширина распада, просуммированная по поляризациям частицы a (с массой m) и усредненная по поляризациям распадающейся частицы b (с массой m'), следующим образом связана с тензором $\bar{W}_{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} \Gamma(b \rightarrow a\gamma^*) = & \frac{(2s_1 + 1)}{(2s_2 + 1)} (2\pi)^4 \frac{e^2}{2m'} \int \bar{W}_{\mu\nu} e_\mu e_\nu^* \delta(k' - k - q) \times \\ & \times \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2\varepsilon'} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2q_0}, \end{aligned}$$

где s_1, s_2 — спины частиц a и b , e — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта.

Предполагая, что q^2 фиксировано, можно вынести $\overline{W}_{\mu\nu} e_\mu e_\nu^*$ за знак интеграла:

$$\Gamma(b \rightarrow a\gamma^*) = \frac{\alpha}{8\pi m'} \frac{(2s_1 + 1)}{(2s_2 + 1)} \overline{W}_{\mu\nu} e_\mu e_\nu^* \int \delta(k' - k - q) \frac{d^3 k'}{e'} \frac{d^3 q}{q_0}.$$

Выполняя интегрирование, получим

$$\Gamma(b \rightarrow a\gamma^*) = \frac{\alpha}{2} \frac{(2s_1 + 1)}{(2s_2 + 1)} \frac{\overline{W}_{\mu\nu} e_\mu e_\nu^*}{m'^3} \sqrt{(kq)^2 - m^2 q^2}.$$

Отсюда вытекают следующие формулы для ширин распада $b \rightarrow a + \gamma^*$ с образованием поперечных и продольного виртуальных γ -квантов:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*) &= \frac{\alpha}{2} \frac{(2s_1 + 1)}{(2s_2 + 1)} \frac{\overline{W}_{\mu\nu} e_\mu^{(T)} e_\nu^{(T)}}{m'^3} \sqrt{(kq)^2 - m^2 q^2}, \\ \Gamma_L(b \rightarrow a\gamma^*) &= \frac{\alpha}{2} \frac{2s_1 + 1}{2s_2 + 1} \frac{\overline{W}_{\mu\nu} e_\mu^{(L)} e_\nu^{(L)}}{(m')^3} \sqrt{(kq)^2 - m^2 q^2}, \end{aligned} \right\} (4.240)$$

где $e_\mu^{(T)}, e_\mu^{(L)}$ — 4-векторы поперечных и продольной поляризации γ^* -кванта.

Если в распаде $b \rightarrow a + \gamma$ образуется реальный γ -квант с $q^2 = 0$, то ширина его $\Gamma(b \rightarrow a\gamma)$, просуммированная по поляризациям γ -кванта, в два раза превышает ширину $\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*)$ при $q^2 = 0$:

$$\Gamma(b \rightarrow a\gamma) = 2\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*).$$

Если частица a является γ -квантом, то в силу тождественности двух γ -квантов в распаде $b \rightarrow \gamma + \gamma$ имеем

$$\Gamma(b \rightarrow 2\gamma) = \Gamma_T(b \rightarrow \gamma\gamma^*), \quad q^2 = 0.$$

Подставляя выражение (4.239) для тензора $\overline{W}_{\mu\nu}$ в формулы (4.240) и используя явный вид векторов поляризации $e^{(T)}$ и $e^{(L)}$, можно выразить структурные функции $\overline{V}_1(q^2)$ и $\overline{V}_2(q^2)$ через ширины $\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*)$ и $\Gamma_L(b \rightarrow a\gamma^*)$. В результате тензор $\overline{W}_{\mu\nu}$ можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{W}_{\mu\nu} &= \frac{2}{\alpha} \frac{2s_2 + 1}{2s_1 + 1} \frac{(m')^3}{[(kq)^2 - q^2 m^2]^{\frac{3}{2}}} \left\{ \Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*) [(kq)^2 - m^2 q^2] \times \right. \\ &\quad \times \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) - q^2 [\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*) + \\ &\quad \left. + \Gamma_L(b \rightarrow a\gamma^*)] \left(k_\mu - q_\mu \frac{kq}{q^2} \right) \left(k_\nu - q_\nu \frac{kq}{q^2} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение (умноженное на $\delta(\omega^2 - m'^2)$) в (4.228) и выполняя интегрирование по ω^2 , получим дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ в однофотонном приближении, выраженное через ширины радиационных распадов,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(aA \rightarrow bA)}{dq^2} &= \frac{2\pi\alpha}{[s - (M+m)^2][s - (M-m)^2]} \left[\frac{m'^2}{(kq)^2 - q^2 m^2} \right]^{\frac{3}{2}} \times \\ &\times \frac{2s_2 + 1}{2s_1 + 1} \frac{1}{(-q^2)} [\bar{W}_2(q^2) (\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*) I_T + \Gamma_L(b \rightarrow a\gamma^*) I_L) + \\ &+ \bar{W}_1(q^2) (2\Gamma_T(b \rightarrow a\gamma^*) - \Gamma_L(b \rightarrow a\gamma^*)) \frac{(kq)^2 - q^2 m^2}{-q^2}]. \end{aligned}$$

Эта формула упрощается в предельном случае больших энергий налетающей частицы a ($s \gg M^2$) и малых переданных импульсов q^2 ($-q^2 \ll M^2$):

$$\begin{aligned} &\frac{d\sigma}{dq^2}(aA \rightarrow bA) = \\ &= \alpha \frac{\pi}{2} \frac{2s_2 + 1}{2s_1 + 1} \left[\frac{m'^2}{(kq)^2 - q^2 m^2} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{\bar{W}_2(q^2)}{M^2(-q^2)} \left[\left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2} \right) \Gamma_T + \Gamma_L \right]. \quad (4.241) \end{aligned}$$

В области очень малых значений q^2

$$W_2(q^2) = W_2(0), \quad \Gamma_T(q^2) = \Gamma_T(0), \quad \Gamma_L(q^2) \simeq q^2 \Gamma'_L(0),$$

поэтому

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(aA \rightarrow bA)}{dq^2} &= 4\pi\alpha \frac{(m')^3}{(m'^2 - m^2)^3} \frac{2s_2 + 1}{2s_1 + 1} \frac{\bar{W}_2(0) \Gamma_T(0)}{(-q^2) M^2} \left(1 - \frac{q_{\min}^2}{q^2} \right), \quad (4.242) \\ &s \gg M^2, \quad -q^2 \ll M^2. \end{aligned}$$

Эта формула показывает, что измеряя дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ при высоких энергиях и малых переданных импульсах, можно находить ширины радиационных распадов $\Gamma_T(0)$, например $\rho \rightarrow \pi + \gamma$, $K^* \rightarrow K + \gamma$, $A_1^\pm \rightarrow \pi^\pm + \gamma$ и др. [50].

Интегрируя (4.241) в пределах $q_{\min}^2 \geq q^2 \geq q_m^2$, получим следующую формулу для полного сечения процесса:

$$\begin{aligned} \sigma(aA \rightarrow bA) &= 4\pi \frac{\alpha}{M^2} \left(\frac{m'}{m'^2 - m^2} \right)^3 \frac{2s_2 + 1}{2s_1 + 1} \bar{W}_2(0) \Gamma_T(0) \times \\ &\times \left[\ln \frac{2(s - M^2)^2}{(s + M^2)(\omega^2 - m^2)} - 1 \right]. \end{aligned}$$

Это сечение логарифмически растет с энергией. Подчеркнем, что сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ в однофотонном механизме имеет резкий максимум в области малых q^2 , причем основной вклад в сечение вносят поперечные виртуальные γ -кванты.

Эти результаты имеют простой физический смысл. Чтобы выяснить его, рассмотрим процесс $a + A \rightarrow b + A$ в системе покоя образующейся частицы b . При малых переданных импульсах процесс $a + A \rightarrow b + A$ выглядит следующим образом: на частицу b налетает частица мишени A с большой энергией. После взаимодействия высокоэнергетическая частица A теряет малую часть своей энергии и отклоняется на очень малый угол. На рис. 4.30 представлена кинематика рассматриваемого процесса в системе покоя частицы b .

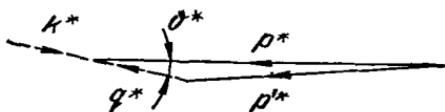


Рис. 4.30. Кинематика процесса $a + A \rightarrow b + A$ в системе покоя частицы (звездочкой обозначены величины в этой системе).

Матричный элемент процесса $a + A \rightarrow b + A$, соответствующий диаграмме рис. 4.29, запишем в виде

$$m(aA \rightarrow bA) = \frac{e^2}{q^2} \langle b | J_\mu | a \rangle (p_1 + p_2)_\mu,$$

где учтен только вклад, обусловленный электрическим зарядом частицы A . Вклады же, обусловленные магнитным моментом частицы A или другими моментами высшей мультипольности, пропорциональны q^2 и поэтому не учитываются в этом приближении.

Воспользовавшись условием сохранения тока $\langle b | J_\mu | a \rangle q_\mu = 0$, имеем

$$p_\mu \langle b | J_\mu | a \rangle = \frac{(-q^2)}{q_0^2} p_L^* \langle b | J_L^* | a \rangle - p_T^* \langle b | J_T^* | a \rangle,$$

где $\langle b | J_L^* | a \rangle$, $\langle b | J_T^* | a \rangle$, p_L^* , p_T^* — поперечные и продольные компоненты векторов $\langle b | J^* | a \rangle$ и $p^* = p_1^* + p_2^*$.

Покажем теперь, что при высоких энергиях и малых переданных импульсах справедливо неравенство

$$\frac{(-q^2)}{q_0^2} \frac{|p_L^*|}{|p_T^*|} \ll 1, \quad (4.242 \text{ a})$$

так что

$$p_\mu \langle b | J_\mu | a \rangle \simeq -p_T^* \langle b | J_T^* | a \rangle.$$

Как видно из рис. 4.30, $|p_T^*| = |p_L^*| \theta^*$, где θ^* — угол между импульсами k^* и p^* , следовательно, неравенство (4.242 a) можно переписать в виде

$$-\frac{q^2}{q_0^2} \ll \theta^*.$$

Но $\theta^* = \frac{|\mathbf{q}_T^*|}{\omega}$, где \mathbf{q}_T^* — поперечная компонента вектора \mathbf{q}^* (относительно импульса \mathbf{p}_i^*). Поэтому, учитывая, что $q_0^* \simeq \omega$, это неравенство перепишем в виде

$$\frac{(-q^2)}{\omega^2} \ll \frac{|\mathbf{q}_T^*|}{\omega} = \frac{|\mathbf{q}_T|}{\omega}$$

(здесь учтено, что поперечный импульс \mathbf{q}_T не изменяется при переходе от лабораторной системы к системе покоя частицы b). Так как в лабораторной системе $q_0^2 \ll q^2$, то окончательно имеем

$$\frac{q_L^2 + q_T^2}{\omega} \ll |\mathbf{q}_T|,$$

где q_L и q_T — продольная и поперечные компоненты вектора \mathbf{q} в лабораторной системе (относительно импульса \mathbf{k}).

Если $\varepsilon \gg M$, то

$$q_L \simeq \sqrt{\varepsilon^2 - m^2} - \sqrt{\varepsilon^2 - \omega^2} \simeq \frac{\omega^2 - m^2}{2\varepsilon} \ll \omega.$$

Видим, что при $|\mathbf{q}_T| \ll \omega$ неравенство (4.242 а) выполняется.

Итак, мы доказали, что при больших энергиях ($s \gg M^2$) и малых переданных импульсах ($-q^2 \ll M^2$) справедливо соотношение

$$(p_1 + p_2)_\mu \langle b | J_\mu | a \rangle = -\langle b | J_T | a \rangle (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_T.$$

Так как $|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2| = M \frac{\varepsilon}{\omega}$ и $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_T = M \frac{\varepsilon}{\omega} \chi = M \frac{1}{\omega} |\mathbf{q}_T|$, то

$$\langle b | J_T | a \rangle (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_T = |\langle b | J_T | a \rangle| M \frac{1}{\omega} |\mathbf{q}_T|. \quad (4.243)$$

Дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$ пропорционально $\left| \frac{1}{q^2} \langle b | J_\mu | a \rangle (p_1 + p_2)_\mu \right|^2$ и, следовательно, учитывая (4.243), приходим к характерной зависимости сечения от q^2 :

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega^2 d|\mathbf{q}^2|} \simeq \frac{q_T^2}{(q_L^2 + q_T^2)^2}.$$

Резюмируя, можно сказать, что при высоких энергиях и малых переданных импульсах дифференциальное сечение процесса $a + A \rightarrow b + A$, вычисленное в однофотонном приближении, обладает следующими свойствами:

- 1) при $\theta = 0$ оно обращается в нуль (с точностью до малых вкладов, обусловленных продольными виртуальными γ -квантами);
- 2) имеет резкий максимум при $q_T^2 = q_L^2$;
- 3) главный вклад в сечение в области малых значений q^2 вносят поперечные компоненты электромагнитного тока.

Рассмотрим в качестве примера процесс фотообразования нейтральных псевдоскалярных мезонов (π^0, η) в электромагнитном поле адронов.

Пусть реальный γ -квант переходит в электромагнитном поле адрона в псевдоскалярный мезон, а адрон в результате взаимодействия с виртуальным γ -квантом переходит в адронную систему A' (рис. 4.31). Вершина на диаграмме соответствует, очевидно, распаду $P^0 \rightarrow 2\gamma$. Поэтому процесс фотообразования псевдоскалярных мезонов в электромагнитном поле адрона связан с процессом распада $P^0 \rightarrow 2\gamma$. В частности, изучение процессов фотообразования π^0 - и η -мезонов в кулоновском поле ядер позволило определить вероятности распада $P^0 \rightarrow 2\gamma, \eta \rightarrow 2\gamma$.

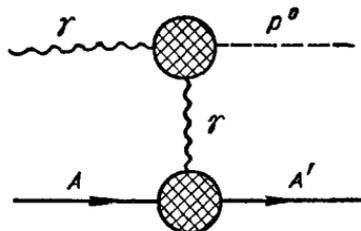


Рис. 4.31. Механизм Примакова для процесса фотообразования нейтральных псевдоскалярных мезонов на адронах.

Матричный элемент процесса $\gamma + A \rightarrow A' + P^0$ имеет вид

$$m(\gamma A \rightarrow A' P^0) = \frac{f_p(q^2)}{q^2} \frac{e}{m_0} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} k_\alpha \varepsilon_\beta k'_\gamma \langle A' | J_\mu | A \rangle,$$

где $f_p(q^2)$ — формфактор, соответствующий вершине ($P^0 \gamma \gamma^*$) с одним виртуальным γ -квантом, e — 4-вектор поляризации реального γ -кванта, m_0 — масса псевдоскалярного мезона.

Заметим, что величина $f_p(0)$ определяет время жизни P^0 -мезона относительно распада на два реальных γ -кванта

$$\tau^{-1}(P^0 \rightarrow 2\gamma) = \frac{f_p^2(0)}{4\pi} \frac{m_0}{16}. \quad (4.244)$$

Дифференциальное сечение процесса образования P^0 -мезонов неполяризованными γ -квантами, просуммированное по конечным адронным состояниям A' , определяется формулой

$$\frac{d^2\sigma}{dvd|q^2|} = \frac{f_p^2(q^2)\alpha}{8M^2m_0^2q^4E_\gamma} X_{\alpha\beta} \left[W_1(v, q^2) \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) + W_2(v, q^2) \frac{1}{M^2} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{qp_1}{q^2} \right) \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{qp_1}{q^2} \right) \right], \quad (4.245)$$

где $W_1(v, q^2), W_2(v, q^2)$ — структурные функции, соответствующие адронной вершине $\gamma^* AA'$ и зависящие от v и $q^2, v = qp_1, E_\gamma$ — энергия начального γ -кванта (в лабораторной системе) и

$$X_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\mu\nu\rho} \varepsilon_{\beta\mu'\nu'\rho'} e_\mu e_{\mu'} k_\nu k_{\nu'} k_\rho k_{\rho'}$$

(черта означает усреднение по поляризациям начального γ -кванта). Дифференциальное сечение (4.245) отвечает тому случаю, когда

в конечном состоянии процесса $\gamma + A \rightarrow A' + P^0$ регистрируется только P^0 -мезон.

Тензор $X_{\alpha\beta}$ можно представить в виде

$$X_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{(q^2 - m_0^2)^2}{8} - k_\mu k_\nu \frac{q^2}{2} + (k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu) \frac{q^2 - m_0^2}{4},$$

поэтому

$$\begin{aligned} X_{\alpha\beta} \left[W_1(\nu, q^2) \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) + W_2(\nu, q^2) \frac{1}{M^2} \left(p_{1\alpha} - q_\alpha \frac{q p_1}{q^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(p_{1\beta} - q_\beta \frac{q p_1}{q^2} \right) \right] = W_1(\nu, q^2) \frac{(q^2 - m_0^2)^2}{4} - \\ - \frac{1}{8} W_1(\nu, q^2) \left[(q^2 - m_0^2)^2 + 4q^2 E_\gamma^2 - 4\nu \frac{E_\gamma}{M} (q^2 - m_0^2) \right]. \end{aligned}$$

Входящие сюда коэффициенты при $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ можно упростить:

$$\left. \begin{aligned} \frac{(q^2 - m_0^2)^2}{4} &\simeq E_\gamma^2 \left[E_\pi (1 - \cos \vartheta_\pi) + \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{E_\pi} \cos \vartheta_\pi \right]^2, \\ (q^2 - m_0^2)^2 + 4q^2 E_\gamma^2 - 4\nu \frac{E_\gamma}{M} (q^2 - m_0^2) &= -4E_\gamma^2 k'^2 \sin^2 \vartheta_\pi, \end{aligned} \right\} (4.246)$$

где E_π , k' — энергия и импульс псевдоскалярного мезона, ϑ_π — угол между импульсами начального γ -кванта и P^0 -мезона в конечном состоянии (в первом выражении (4.246) предполагается, что $E_\pi \gg m_0$).

Таким образом, в релятивистском пределе $E_\gamma \gg m_0$ дифференциальное сечение рассматриваемого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|} = \frac{f_p^2(q^2)}{4M^2 m_0^2} \alpha \frac{k'^2}{q^4} \times \\ \times \left[\frac{1}{2} W_1(\nu, q^2) \left(1 - \cos \vartheta_\pi + \frac{m_0^2}{2E_\pi^2} \cos \vartheta_\pi \right)^4 + W_2(\nu, q^2) \frac{\sin^2 \vartheta_\pi}{4} \right]. \end{aligned} \quad (4.247)$$

При $\vartheta_\pi = 0$ эта формула дает

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu d|q^2|_{\vartheta_\pi=0}} = \alpha \frac{f_p^2(q^2)}{4M^2 m_0^2} \left(\frac{m_0}{E_\pi} \right)^4 \frac{k'^2}{8q^4} W_1(\nu, q^2) |_{\vartheta_\pi=0},$$

т. е. сечение очень мало при высоких энергиях и убывает как E_π^{-2} .

Как видно из (4.247), вклад в сечение, пропорциональный структурной функции $W_2(\nu, q^2)$, быстро растет с увеличением угла рассеяния ϑ_π , достигая максимального значения при $\vartheta_\pi = \vartheta_\pi^{(0)}$, где

$\vartheta_{\pi}^{(0)} \simeq \frac{m_0}{E_{\pi}}$. При углах образования P^0 -мезонов $\vartheta \simeq \vartheta_{\pi}^{(0)}$ вклад в сечение $\frac{d^2\sigma}{dvd|q^2|}$, пропорциональный структурной функции $W_2(\nu, q^2)$, усилен по сравнению с вкладом, пропорциональным структурной функции $W_1(\nu, q^2)$, в $(E_{\pi}/m_0)^2$ раз, т. е. главный вклад в сечение дает структурная функция $W_2(\nu, q^2)$ (если величины W_1 и W_2 сравнимы). В области углов $\vartheta_{\pi} \approx \vartheta_{\pi}^{(0)}$ величина квадрата переданного импульса q^2 мала и функции $f_p(q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ могут быть заменены их значениями при $q^2 = 0$. Учитывая соотношение (4.244), получим

$$\tau(P^0 \rightarrow 2\gamma) \frac{d^2\sigma}{dvd|q^2|} = 4\alpha\pi \frac{W_2(\nu, 0)}{M^2 m_0^3} \frac{E_{\pi}^2}{E_{\gamma}^2} \frac{\sin^2 \vartheta k'^2}{q^4}.$$

Видим, что величина $\tau(P^0 \rightarrow 2\gamma) \frac{d^2\sigma}{dvd|q^2|}$ убывает обратно пропорционально кубу массы рождающегося P^0 -мезона. Так как константы $\pi^0\gamma\gamma$ - и $\eta\gamma\gamma$ -взаимодействий сравнимы по величине, то сечения фотообразования π^0 - и η -мезонов должны быть также сравнимы по величине при больших энергиях γ -кванта и малых переданных импульсах.

В заключение выпишем формулу для дифференциального сечения процесса $\gamma + A \rightarrow A + P^0$ на бесспиновой мишени:

$$\frac{d\sigma}{d|q^2|} = \frac{8\pi\alpha}{\tau(P^0 \rightarrow 2\gamma)} \frac{\sin^2 \vartheta_{\pi}}{q^4} \frac{k'^2}{m_0^3} Z^2,$$

где Z — заряд адрона мишени.

10.3. Фотообразование $\pi\pi$ -пар в кулоновском поле адронов. Рассмотрим фотообразование пар псевдоскалярных мезонов в электромагнитном поле адронов, в частности фотообразование пар пионов $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$. Изучение этой реакции имеет большой принципиальный интерес, так как позволяет выяснить свойства $\pi\pi$ -взаимодействия.

Минимальное значение переданного импульса q при больших энергиях γ -кванта определяется формулой

$$|q| = E_{\gamma} - \sqrt{E_{\gamma}^2 - \omega^2} \simeq \frac{\omega^2}{2E_{\gamma}},$$

где ω — инвариантная масса двух пионов в конечном состоянии. Эта величина убывает с ростом энергии и уже при энергиях γ -кванта около 20 ГэВ удовлетворяет неравенству $|q| R_s \ll 1$. Это неравенство означает, что при больших энергиях и малых переданных импульсах образование пионных пар происходит на расстояниях, на которых сильное взаимодействие пионов с адроном A не играет роли, так что процесс $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ определяется в основном

электромагнитным взаимодействием. Поэтому изучение реакции $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ при больших энергиях и малых переданных импульсах позволяет в принципе получить информацию о процессе $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$ [53]. Поскольку C -четность системы $\pi^+ +$

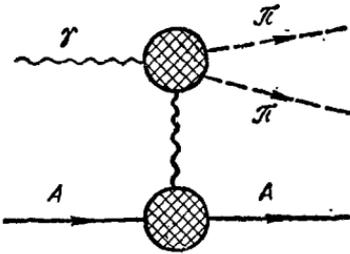


Рис. 4.32. Однофотонный механизм процесса фотообразования пионных пар.

π^- , образующейся в реакции $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, положительна, то орбитальный момент l пионной системы может принимать только четные значения: $l = 0, 2, \dots$. Это означает, что с помощью реакции $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ можно изучать $\pi\pi$ -взаимодействие, например, в s - и d -состояниях.

В однофотонном приближении (рис. 4.32) дифференциальное сечение процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ в случае бесспиновой мишени может быть записано в виде

$$\frac{d\sigma(\gamma A \rightarrow A\pi\pi)}{d\omega^2 d|q^2| d\Omega_p^*} = \frac{|\langle m(\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi) \rangle|^2}{2^{10}\pi^4} \frac{|p^*|^2}{q^4} \frac{F_A^2(q^2)}{E_\gamma^2 M^2}, \quad (4.248)$$

где m — матричный элемент процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$ (черта означает усреднение по поляризациям реального γ -кванта), p^* — разность импульсов пионов в их системе центра инерции, $d\Omega_p^*$ — элемент телесного угла пионов, $F_A(q^2)$ — электромагнитный форм-фактор адрона A .

Матричный элемент процесса $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$ образования пионов с орбитальным моментом l определяется формулой

$$m^{(l)}(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi) = e_\mu(k) A_{\mu\nu}^{(l)} e_\nu(q),$$

где $e_\mu(k)$, $e_\nu(q)$ — 4-векторы поляризации γ -квантов с импульсами k и q , $A_{\mu\nu}^{(l)}$ — некоторый тензор, удовлетворяющий условиям

$$A_{\mu\nu}^{(l)} k_\mu = A_{\mu\nu}^{(l)} q_\nu = 0. \quad (4.249)$$

Состояние системы двух пионов с орбитальным моментом l будем описывать симметричным тензором $\psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l}$, удовлетворяющим условиям

$$P_\mu \psi_{\mu\alpha_2 \dots \alpha_l} = 0, \quad g_{\mu\nu} \psi_{\mu\nu\alpha_2 \dots \alpha_l} = 0, \quad (4.250)$$

где α_i — векторный индекс, пробегаяющий значения 0, 1, 2, 3; P_μ — суммарный 4-импульс двух пионов.

Тензор $A_{\mu\nu}^{(l)}$ пропорционален тензору $\psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l}$ и должен строиться с помощью 4-векторов k и q . В силу (4.249) и (4.250) его можно представить в виде

$$A_{\mu\nu}^{(l)} = A_1^{(l)}(q^2, \omega^2) (g_{\mu\nu} kq - q_\mu k_\nu) \psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l} k_{\alpha_1} \dots k_{\alpha_l} +$$

$$\begin{aligned}
& + A_2^{(l)}(q^2, \omega^2) (kq \psi_{\mu\nu\alpha_3 \dots \alpha_l k_{\alpha_3} \dots k_{\alpha_l} - q_{\mu} \psi_{\nu\alpha_2 \dots \alpha_l k_{\alpha_2} \dots k_{\alpha_l} + \\
& + k_{\nu} \psi_{\mu\alpha_2 \dots \alpha_l k_{\alpha_2} \dots k_{\alpha_l} - \frac{q_{\mu} k_{\nu}}{kq} \psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l k_{\alpha_1} \dots k_{\alpha_l}}) + \\
& + A_3^{(l)}(q^2, \omega^2) (kq q_{\nu} - q^2 k_{\nu}) (kq \psi_{\mu\alpha_2 \dots \alpha_l k_{\alpha_2} \dots k_{\alpha_l} - \\
& - q_{\mu} \psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l k_{\alpha_1} \dots k_{\alpha_l}}, \quad (4.251)
\end{aligned}$$

где $A_i^{(l)}(q^2, \omega^2)$, $i = 1, 2, 3$, — три функции, зависящие от q^2 и ω^2 . Будем называть их амплитудами процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$. Если оба γ -кванта реальны, то процесс $\gamma + \gamma \rightarrow \pi + \pi$ определяется двумя амплитудами $A_{1,2}^{(l)}(0, \omega^2)$.

Так как при больших энергиях γ -кванта и малых переданных импульсах главный вклад в сечение процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$, отвечающее однофотонному механизму, вносят виртуальные γ -кванты с поперечными поляризациями, то слагаемое, пропорциональное $A_3^{(l)}(q^2, \omega^2)$, можно не учитывать, и матричный элемент процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$ в СЦИ можно представить в виде

$$\begin{aligned}
& A_i^{(l)}(q^2, \omega^2) \mathbf{e}^* \mathbf{P}_T^* \psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l k_{\alpha_1} \dots k_{\alpha_l} + A_2^{(l)}(q^2, \omega^2) \mathbf{e}_i^* (\mathbf{P}_T^*)_j \times \\
& \times \psi_{i\alpha_3 \dots \alpha_l k_{\alpha_3} \dots k_{\alpha_l}},
\end{aligned}$$

где \mathbf{P}_T^* — поперечная часть вектора \mathbf{P}^* по отношению к импульсу реального γ -кванта, \mathbf{k}^* и \mathbf{e}^* — векторы поляризации реального γ -кванта, вектор \mathbf{P}^* играет роль вектора поляризации виртуального γ -кванта.

В СЦИ процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$ у тензора $\psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l}$ отличны от нуля только пространственные компоненты. Для $l = 0, 1, 2, 3$ пространственные компоненты тензоров $\psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l}$ определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned}
& \psi^{(0)} = 1, \quad \psi_i^{(1)} = p_i^*, \\
& \psi_{ij}^{(2)} = \frac{1}{2} (3p_i^* p_j^* - \delta_{ij} \mathbf{p}^{*2}), \\
& \psi_{ijk}^{(3)} = \frac{5}{2} \left[p_i^* p_j^* p_k^* - \frac{\mathbf{p}^{*2}}{5} (p_i^* \delta_{jk} + p_j^* \delta_{ik} + p_k^* \delta_{ij}) \right],
\end{aligned}$$

где индексы i, j, k пробегает значения 1, 2, 3, а \mathbf{p}^* обозначает разность 3-импульсов пионов.

Нетрудно убедиться, что

$$\psi_{\alpha_1 \dots \alpha_l k_{\alpha_1} \dots k_{\alpha_l}}^{(l)} = (|\mathbf{k}^*| |\mathbf{p}^*|)^l P_l(\cos \vartheta^*),$$

где P_l — полином Лежандра, ϑ^* — угол между импульсами \mathbf{k}^* и \mathbf{p}^* .

Поскольку фотообразование пар $\pi^+\pi^-$ в кулоновском поле определяется только четными значениями l , рассмотрим далее

матричный элемент процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, в котором пионы образуются с двумя низшими значениями орбитального момента $l = 0, 2$,

$$m(\gamma \gamma^* \rightarrow \pi^+ \pi^-) = (\mathbf{e}^* \mathbf{P}_T^*) \left[A_1^{(0)} + A_1^{(2)} \mathbf{k}^{*2} \mathbf{p}^{*2} P_2(\cos \vartheta^*) - \frac{1}{2} \mathbf{p}^{*2} A_2^{(2)} \right] + \frac{3}{2} (\mathbf{e}^* \mathbf{p}^*) (\mathbf{p}^* \mathbf{P}_T^*) A_2^{(2)}, \quad (4.252)$$

где $A_1^{(0)}$, $A_1^{(2)}$, $A_2^{(2)}$ — амплитуды образования пионов в s - и d -состояниях.

Используя эту формулу, получим после усреднения по поляризациям реального γ -кванта следующее выражение для квадрата матричного элемента процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$:

$$|m(\gamma \gamma^* \rightarrow \pi \pi)|^2 = \mathbf{P}_T^{*2} \left| A_1^{(0)} + A_1^{(2)} \mathbf{p}^{*2} \mathbf{k}^{*2} P_2(\cos \vartheta^*) - \frac{1}{2} \mathbf{p}^{*2} A_2^{(2)} \right|^2 + \frac{9}{4} \mathbf{p}^{*2} (\mathbf{p}^* \mathbf{P}_T^*)^2 |A_2^{(2)}|^2 + 3 (\mathbf{p}^* \mathbf{P}_T^*)^2 \operatorname{Re} A_2^{(2)} \left[A_1^{(0)} + A_1^{(2)} \mathbf{k}^{*2} \mathbf{p}^{*2} P_2(\cos \vartheta^*) - \frac{1}{2} \mathbf{p}^{*2} A_2^{(2)} \right]^*.$$

Подставляя далее это выражение в (4.248), получим формулу для дифференциального сечения процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$, соответствующую однофотонному механизму образования пионов в s - и d -состояниях.

Выясним теперь изотопическую структуру амплитуды процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$. Так как полная волновая функция двух π -мезонов должна быть симметричной относительно их перестановки, то изотопический спин I состояния двух пионов с четными значениями I может быть равен либо 0, либо 2. С помощью коэффициентов Клебша — Гордона получим

$$A_l^{(I)}(\pi^+ \pi^-) = \frac{1}{\sqrt{3}} A_l^{(I)}(I=0) + \frac{1}{\sqrt{6}} A_l^{(I)}(I=2),$$

$$A_l^{(I)}(\pi^0 \pi^0) = -\frac{1}{\sqrt{3}} A_l^{(I)}(I=0) + \frac{2}{\sqrt{6}} A_l^{(I)}(I=2),$$

где $A_l^{(I)}(I=0)$, $A_l^{(I)}(I=2)$ — амплитуды образования пионов в процессе $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$ с полным изотопическим спином $I = 0, 2$.

Таким образом, если два π -мезона образуются в реакции $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ в состоянии с $I=0$, то сечение образования $\pi^+ \pi^-$ -пары (с данным значением \mathbf{p}^*) равно сечению образования $\pi^0 \pi^0$ -пары. После интегрирования по направлениям образующихся π -мезонов число заряженных пар π -мезонов должно в два раза превышать число пар нейтральных π -мезонов.

До сих пор мы рассматривали процесс $\gamma + A \rightarrow A + \pi\pi$, не конкретизируя механизм процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$. Вычислим теперь распределение по энергии и углу образования адрона в конечном состоянии, предполагая, что амплитуда процесса $\gamma + \gamma^* \rightarrow \pi + \pi$ соответствует борновскому приближению (рис. 4.33). Матричный элемент процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$, отвечающий

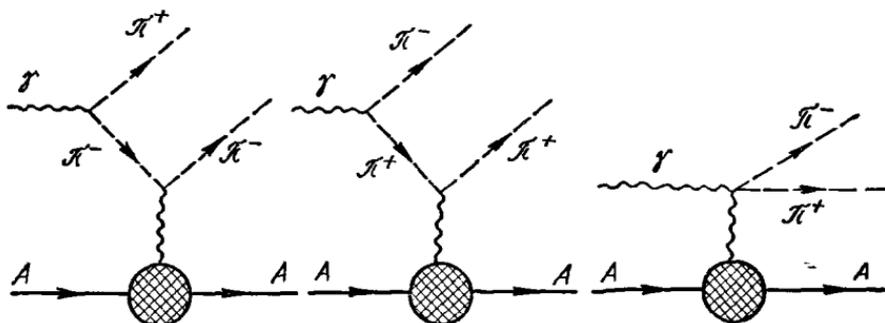


Рис. 4.33. Борновский механизм для процесса фотообразования пионных пар в кулоновском поле.

диаграммам Фейнмана, изображенным на рис. 4.33, имеет вид

$$m(\gamma A \rightarrow A\pi\pi) = \frac{e^3}{q^2} F_\pi(q^2) J_\mu^{(\gamma)} \langle A | J_\mu | A \rangle,$$

$$J_\mu^{(\gamma)} = \frac{e(f_1 + q_1)}{f_1^2 - m_\pi^2} (f_1 - q_2)_\mu + \frac{e(f_2 + q_2)}{f_2^2 - m_\pi^2} (f_2 - q_1)_\mu - 2e\epsilon_\mu,$$

где $F_\pi(q^2)$ — формфактор пиона, m_π — масса π -мезона, e — 4-вектор поляризации реального γ -кванта, $f_{1,2}$ — 4-импульсы пионов в промежуточном состоянии, q_1, q_2 — 4-импульсы образующихся π -мезонов.

Выполняя усреднение по поляризациям реального γ -кванта, получим

$$\begin{aligned} I_{\mu\nu}^{(\gamma)} &= \overline{J_\mu^{(\gamma)} J_\nu^{(\gamma)*}} = -\frac{1}{\kappa_1^2} (\kappa_1 + 2m_\pi^2) (q - 2q_2)_\mu (q - 2q_2)_\nu - \\ &\quad - \frac{1}{\kappa_2^2} (\kappa_2 + 2m_\pi^2) (q - 2q_1)_\mu (q - 2q_1)_\nu - 2g_{\mu\nu} + \\ &\quad + \frac{1}{\kappa_1 \kappa_2} \left(2m_\pi^2 - q^2 + \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \right) [(q - 2q_1)_\mu (q - 2q_2)_\nu + \\ &\quad + (q - 2q_1)_\nu (q - 2q_2)_\mu] + \\ &\quad + \frac{1}{\kappa_1} [(k + 2q_1)_\mu (q - 2q_2)_\nu + (k + 2q_1)_\nu (q - 2q_2)_\mu] + \\ &\quad + \frac{1}{\kappa_2} [(k + 2q_2)_\mu (q - 2q_1)_\nu + (k + 2q_2)_\nu (q - 2q_1)_\mu], \quad (4.253) \end{aligned}$$

где $\kappa_1 = f_1^2 - m_\pi^2$, $\kappa_2 = f_2^2 - m_\pi^2$.

Как следует из формулы (4.205), дифференциальное сечение процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$ с регистрацией только адрона A в конечном состоянии определяется тензором

$$L_{\mu\nu}^{(\pi)} = \int I_{\mu\nu}^{(\pi)} \delta(k + q - q_1 - q_2) \frac{d^3 q_1}{2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{2\omega_2}.$$

Выше показано, что вычисление $L_{\mu\nu}^{(\pi)}$ сводится к вычислению двух интегралов:

$$I_1 \equiv \int I_{\mu\nu}^{(\pi)}(q_{\mu\nu}) \delta(k + q - q_1 - q_2) \frac{d^3 q_1}{2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{2\omega_2},$$

$$I_2 \equiv \int I_{\mu\nu}^{(\pi)} k_\mu k_\nu \delta(k + q - q_1 - q_2) \frac{d^3 q_1}{2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{2\omega_2}.$$

Используя (4.253), можно получить для этих интегралов выражения

$$I_1 = \frac{2\pi}{(\omega^2 - q^2)^2} \left[\sqrt{1 - 4 \frac{m_\pi^2}{\omega^2} ((\omega^2 - q^2)^2 + \omega^2 (4m_\pi^2 - q^2))} + (\omega^2 - 2m_\pi^2) (q^2 - 4m_\pi^2) \ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_\pi^2/\omega^2}}{1 - \sqrt{1 - 4m_\pi^2/\omega^2}} \right],$$

$$I_2 = \pi \frac{3}{2} \omega^2 \sqrt{1 - 4 \frac{m_\pi^2}{\omega^2}} - \pi \left(m_\pi^2 + \frac{\omega^2}{2} \right) \ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_\pi^2/\omega^2}}{1 - \sqrt{1 - 4m_\pi^2/\omega^2}}.$$

Отметим, что значение I_1 при $q^2 = 0$ пропорционально полному сечению образования двух заряженных π -мезонов при столкновении двух γ -квантов.

Зная I_1 и I_2 , можно получить выражение для сечения процесса $\gamma + A \rightarrow A + \pi + \pi$, соответствующее однофотонному механизму взаимодействия.

ФОТООБРАЗОВАНИЕ И ЭЛЕКТРООБРАЗОВАНИЕ МЕЗОНОВ

§ 1. ФОТООБРАЗОВАНИЕ π -МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ

1.1 Кинематика процесса фотообразования π -мезонов. В предыдущей главе показано, что изучение рассеяния электронов адронами может дать важную информацию об электромагнитной структуре адронов. Информация об электромагнитной структуре нуклона может быть получена также при исследовании процессов фото- и электрообразования мезонов на нуклонах. Изучение этих процессов начнем с исследования фотообразования π -мезонов на нуклонах.

Рассмотрим процессы фотообразования одного π -мезона $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, $\gamma + n \rightarrow n + \pi^0$, $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$. Так как из нейтронов нельзя приготовить мишень, то вместо последних двух процессов экспериментально изучаются процессы фотообразования π -мезонов на дейтроне $\gamma + d \rightarrow d + \pi^0$, $\gamma + d \rightarrow p + p + \pi^-$.

Начнем с рассмотрения кинематики процессов фотообразования π -мезонов на нуклонах. Обозначим через q и k 4-импульсы γ -кванта и пиона ($q^2 = 0$, $k^2 = m_\pi^2$, m_π — масса пиона), а через p_1 , p_2 — 4-импульсы нуклона в начальном и конечном состояниях (рис. 5.1). Тогда согласно закону сохранения 4-импульса $q + p_1 = k + p_2$. Используя этот закон, легко найти порог реакции фотообразования π -мезонов на нуклонах. Вводя инвариантную переменную

$$s = (q + p_1)^2 = (k + p_2)^2,$$

в лабораторной системе (в которой начальный нуклон покоится) получим

$$s = M^2 + 2E_\gamma M,$$

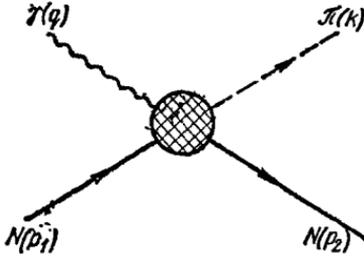
где E_γ — энергия γ -кванта в лабораторной системе координат, M — масса нуклона. Пороговое значение величины s равно, очевидно,

$$s_{th} = (M + m_\pi)^2,$$

поэтому пороговое значение энергии γ -кванта равно

$$E_{\gamma th} = m_{\pi} + \frac{m_{\pi}^2}{2M}.$$

Поступая аналогичным образом, найдем значение пороговой энергии γ -кванта для реакции $\gamma + d \rightarrow N + N + \pi$:



$$E_{\gamma th} = m_{\pi} + \varepsilon_d + \frac{m_{\pi}^2}{2M_d},$$

где ε_d — энергия связи дейтрона, M_d — его масса. Смысл этой формулы состоит в том, что дейтрон сперва должен быть расщеплен, а затем уже должно произойти фотообразование пионов.

Рис. 5.1. Диаграмма процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

Установим теперь границу физической области протекания реакций фотообразования пионов на нуклонах. Введем для этого манделстамовские переменные s , t , u :

$$s = (q + p_1)^2 = (k + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_2)^2 = (k - q)^2,$$

$$u = (k - p_1)^2 = (q - p_2)^2.$$

Эти величины связаны между собой соотношением $s + t + u = 2M^2 + m_{\pi}^2$. В системе центра инерции γ -кванта и начального нуклона

$$\left. \begin{aligned} s &= (\tilde{E}_{\gamma} + \tilde{E}_1)^2 = (\tilde{E}_{\pi} + \tilde{E}_2)^2 \equiv W^2, \\ t &= 2M^2 - 2\tilde{E}_1\tilde{E}_2 + 2|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|\cos\vartheta_{\pi} = m_{\pi}^2 - 2\tilde{E}_{\gamma}\tilde{E}_{\pi} + \\ &+ 2|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|\cos\vartheta_{\pi}, \\ u &= M^2 + m_{\pi}^2 - 2\tilde{E}_1\tilde{E}_{\pi} - 2|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|\cos\vartheta_{\pi} = M^2 - 2\tilde{E}_{\gamma}\tilde{E}_2 - \\ &- 2|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|\cos\vartheta_{\pi}, \end{aligned} \right\} (5.1)$$

где \tilde{E}_1 , \tilde{E}_2 — энергии начального и конечного нуклонов, \tilde{E}_{γ} — энергия γ -кванта, \tilde{E}_{π} — энергия π -мезона; $\tilde{\mathbf{q}}$, $\tilde{\mathbf{k}}$, — 3-импульсы γ -кванта и пиона, ϑ_{π} — угол между $\tilde{\mathbf{k}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$, W — полная энергия γ -кванта и начального нуклона (все эти величины относятся к СЦИ реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$).

Энергии частиц выражаются через инвариантную переменную

с следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \frac{s + M^2}{2\sqrt{s}}, \quad \tilde{E}_2 = \frac{s + M^2 - m_\pi^2}{2\sqrt{s}}, \\ \tilde{E}_\gamma &= \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}}, \quad \tilde{E}_\pi = \frac{s - M^2 + m_\pi^2}{2\sqrt{s}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

В физической области реакций $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, очевидно, должны выполняться неравенства

$$s \geq (M + m_\pi)^2, \quad -1 \leq \cos \vartheta_\pi \leq 1.$$

Из формул (5.1) следует, что

$$\cos \vartheta_\pi = \frac{t - m_\pi^2 + 2\tilde{E}_\gamma \tilde{E}_\pi}{2|\vec{k}||\vec{q}|}, \quad -\cos \vartheta_\pi = \frac{u - M^2 + 2\tilde{E}_\gamma \tilde{E}_2}{2|\vec{k}||\vec{q}|},$$

поэтому

$$-4\vec{k}^2 \vec{q}^2 \cos^2 \vartheta_\pi = (t - m_\pi^2 + 2\tilde{E}_\gamma \tilde{E}_\pi)(u - M^2 + 2\tilde{E}_\gamma \tilde{E}_2).$$

Полагая $\cos^2 \vartheta_\pi = 1$ и используя (5.2), получим следующее соотношение между переменными s , t , u , определяющее границу физической области реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$:

$$stu = M^2 m_\pi^4 + M^2 (M^2 - m_\pi^2) t. \quad (5.3)$$

Отметим, что это соотношение симметрично относительно замены $s \leftrightarrow u$.

Соотношение (5.3) допускает простую геометрическую интерпретацию, если ввести манделстамовскую плоскость (рис. 5.2). Равносторонний треугольник на этой плоскости имеет высоту, равную $2M^2 + m_\pi^2$. Продолжения сторон треугольника образуют три прямые, расстояния до которых от произвольной точки (s, t, u) плоскости определяют соответственно величины s , t , u . Легко видеть, что сумма расстояний до прямых $s = 0$, $t = 0$, $u = 0$ от любой точки плоскости Манделстама будет постоянная и равна $2M^2 + m_\pi^2$.

Соотношению (5.3) соответствуют три кривые (см. рис. 5.2), ограничивающие три области I, II, III на плоскости переменных s , t , u . В области I инвариантная переменная s положительна, причем $s \geq (M + m_\pi)^2$, поэтому область I соответствует физической области реакции $\gamma + N_1 \rightarrow N_2 + \pi$ (область фотообразования π -мезонов на нуклонах). В области II инвариантная переменная u положительна, причем $u \geq (M + m_\pi)^2$, поэтому область II соответствует физической области реакции $\pi + N_1 \rightarrow N_2 + \gamma$ (область радиационного поглощения π -мезонов нуклонами). Наконец, в области III инвариантная переменная t положительна, причем $t \geq$

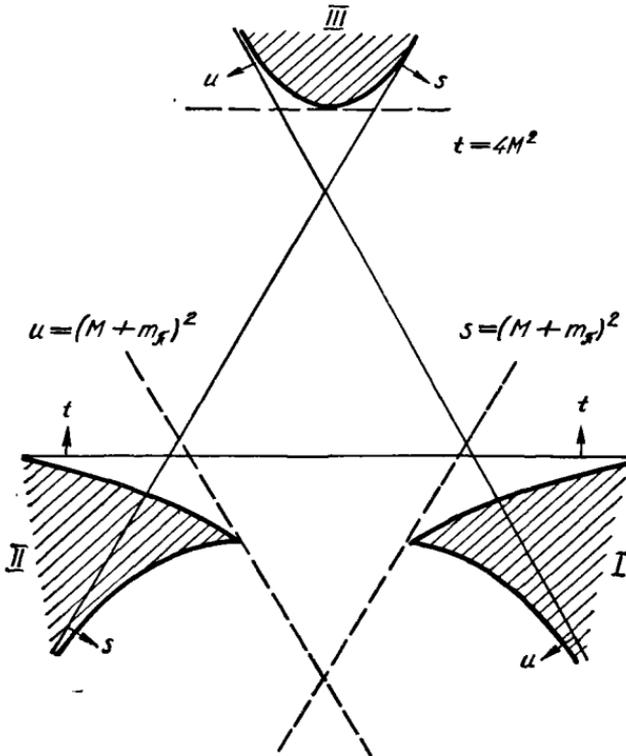


Рис. 5.2. Граница физической области для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ на плоскости Манделстама (стрелки показывают полуплоскости, в которых величины s , t , u положительны).

$\geq 4M^2$, поэтому область III соответствует физической области реакции $N_1 + \bar{N}_2 \rightarrow \pi + \gamma$ (область аннигиляции пар нуклон — антинуклон в π -мезон и γ -квант).

Таким образом, уравнение (5.3) определяет границы физических областей процессов $\gamma + N_1 \rightarrow N_2 + \pi$, $\pi + N_1 \rightarrow N_2 + \gamma$, $N_1 + \bar{N}_2 \rightarrow \pi + \gamma$, называемых соответственно s -, u - и t -каналами.

1.2. Амплитуды и дифференциальное сечение фотообразования пионов на нуклонах. Установим теперь структуру матричного элемента m ($\gamma N \rightarrow N\pi$) процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах в СЦИ реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$.

Вводя в импульсном представлении двухкомпонентные спиноры нуклонов χ_1 и χ_2 в начальном и конечном состояниях и волновую функцию пиона φ_π , запишем m ($\gamma N \rightarrow N\pi$) в виде

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = \chi_2^+ \mathcal{F} \chi_1 \varphi_\pi^*, \quad (5.4)$$

где \mathcal{F} — некоторая 2×2 -матрица.

Матрица \mathcal{F} может зависеть только от импульсов γ -кванта и пиона

$\tilde{\mathbf{q}}$ и $\tilde{\mathbf{k}}$, вектора поляризации γ -кванта $\tilde{\mathbf{e}}$ и матриц Паули σ , причем вектор $\tilde{\mathbf{e}}$ должен входить в \mathcal{F} линейно. Поэтому матрица \mathcal{F} должна быть в общем случае суперпозицией следующих комбинаций, образованных из σ , $\tilde{\mathbf{e}}$, $\tilde{\mathbf{q}}$ и $\tilde{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{k}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{q}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{q}}, \\ & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \times \tilde{\mathbf{q}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \times \tilde{\mathbf{k}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}}, \\ & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{e}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{e}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} \end{aligned}$$

(здесь учтено, что $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} = 0$, а из алгебры матриц Паули следует, что можно не учитывать комбинаций, содержащих три и больше матриц σ). Нетрудно убедиться, что независимыми являются только восемь комбинаций:

$$\left. \begin{aligned} & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}}, \\ & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{e}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}}, \\ & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}, \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}, \\ & \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}, \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

В частности, комбинация $\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{e}}$ сводится к выписанным здесь комбинациям

$$\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{e}} = \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot [\tilde{\mathbf{q}} \times \tilde{\mathbf{e}}] - i \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} + i \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}}.$$

В первом столбце (5.5) выписаны псевдоскалярные комбинации, во втором — скалярные.

Однако в величину \mathcal{F} должны входить не все независимые комбинации (5.5). Действительно, так как пион является псевдоскалярной частицей, а в процессе фотообразования пионов на нуклонах должна сохраняться пространственная четность, то мы должны учитывать только четыре псевдоскалярные комбинации. Поэтому матричный элемент процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ должен иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned} m(\gamma N \rightarrow N\pi) = & \varphi_{\pi}^* \chi_2^{\dagger} [F_1(W, \cos \vartheta_{\pi}) (\sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} + \\ & + i \mathcal{F}_2(W, \cos \vartheta_{\pi}) \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} + \\ & + \mathcal{F}_3(W, \cos \vartheta_{\pi}) \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 + \mathcal{F}_4(W, \cos \vartheta_{\pi}) \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2) \chi_1, \end{aligned} \quad (5.6)$$

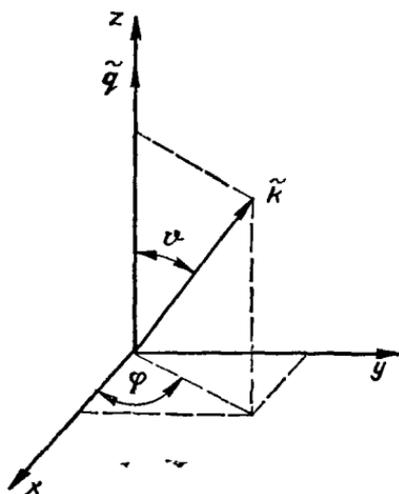


Рис. 5.3. Система координат, используемая для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$.

где $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$, $i = 1, 2, 3, 4$, — некоторые (вообще говоря, комплексные) функции полной энергии W и угла ϑ_π между импульсами $\tilde{\mathbf{k}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$, \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 — единичные векторы вдоль импульсов $\tilde{\mathbf{q}}$ и $\tilde{\mathbf{k}}$. Функции \mathcal{F}_i называются скалярными амплитудами процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$.

Зная матричный элемент, можно написать формулу для дифференциального сечения процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Если нуклон в начальном состоянии неполяризован, то дифференциальное сечение процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, просуммированное по поляризациям нуклона в конечном состоянии, имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma N \rightarrow N\pi) = \frac{1}{2} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} S p \mathcal{F} \mathcal{F}^+, \quad (5.7)$$

где $d\Omega_\pi$ — элемент телесного угла, в котором движется π -мезон, шпур берется по спиновым переменным нуклонов.

Подставляя (5.6) в (5.7), получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} S p \mathcal{F} \mathcal{F}^+ = & (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{e}}^*) (|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^*) + \\ & + |\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2|^2 (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + \\ & + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_2^*). \end{aligned}$$

Будем пользоваться системой координат, изображенной на рис. 5.3. Тогда

$$\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 = \sin \vartheta_\pi \cos \varphi,$$

где φ — азимутальный угол образования пиона, т. е. угол между плоскостью, образованной векторами $\tilde{\mathbf{e}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$ (плоскость поляризации), и плоскостью, образованной векторами $\tilde{\mathbf{k}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$ (плоскость реакции). Учитывая, что $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{e}}^* = 1$, получим для дифференциального сечения процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ следующую формулу:

$$\frac{|\tilde{\mathbf{q}}|}{|\tilde{\mathbf{k}}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma N \rightarrow N\pi) = |\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \\
& \quad + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*) + \\
& + \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi \cos 2\varphi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \\
& \quad + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*). \tag{5.8}
\end{aligned}$$

Полученная формула позволяет определить асимметрию \mathcal{A}_π углового распределения π -мезонов в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, обусловленную линейной поляризацией γ -кванта:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_\pi = & \left[\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\vartheta_\pi, \varphi = 0) - \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\vartheta_\pi, \varphi = \frac{\pi}{2}) \right] \left/ \left[\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\vartheta_\pi, \varphi = 0) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\vartheta_\pi, \varphi = \frac{\pi}{2}) \right] \right. = \sin^2 \vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \\
& + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*) [2|\mathcal{F}_1|^2 + 2|\mathcal{F}_2|^2 - 4 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \\
& + \sin^2 \vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + \\
& \quad + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*)]^{-1}. \tag{5.9}
\end{aligned}$$

Если при $\vartheta_\pi = 0$ и $\vartheta_\pi = \pi$ величина $|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \times \times \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^*$ отлична от нуля, то асимметрия \mathcal{A}_π обращается в нуль при $\vartheta_\pi = 0$ и $\vartheta_\pi = \pi$. Если же $|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* = 0$, то $\mathcal{A}_\pi = \pm 1$ при любых значениях амплитуд \mathcal{F}_3 и \mathcal{F}_4 .

Для неполяризованных γ -квантов в (5.8) необходимо выполнить усреднение по поляризациям γ -кванта. Используя при этом соотношение

$$\sum_{j=1,2} e_i^{(j)} e_k^{(j)*} = \delta_{ik} - n_{1i} n_{1k},$$

получим следующую формулу для дифференциального сечения процесса $\gamma + N \rightarrow N + N$ со всеми неполяризованными частицами:

$$\begin{aligned}
\frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma N \rightarrow N \pi) = & |\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \\
& + \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \\
& \quad + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*). \tag{5.10}
\end{aligned}$$

Это сечение, как и следовало ожидать, не зависит от азимутального угла φ .

Используя эту формулу, можно переписать формулу (5.9) для асимметрии \mathcal{A}_π в виде

$$\mathcal{A}_\pi \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma N \rightarrow N\pi) = \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sin^2 \vartheta_\pi (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*). \quad (5.11)$$

Измерение дифференциального сечения процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, в котором участвуют неполяризованные частицы, и асимметрии углового распределения пионов, которая обусловлена линейной поляризацией γ -кванта, позволяют определить следующие две комбинации амплитуд процесса фотообразования пионов на нуклонах:

$$|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^*,$$

$$|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*.$$

В случае циркулярно поляризованных γ -квантов

$$|\mathbf{e}^{(+)} \cdot \mathbf{n}_2|^2 = \frac{1}{2} |\sin \vartheta_\pi \cos \varphi + i \sin \vartheta_\pi \sin \varphi|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi,$$

$$|\mathbf{e}^{(-)} \cdot \mathbf{n}_2|^2 = \frac{1}{2} |\sin \vartheta_\pi \cos \varphi - i \sin \vartheta_\pi \sin \varphi|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi,$$

где $\mathbf{e}^{(+)}$ и $\mathbf{e}^{(-)}$ — векторы правой и левой поляризаций γ -кванта. Поэтому сечение образования π -мезонов на нуклонах γ -квантами с левой или правой циркулярными поляризациями совпадает с сечением образования π -мезонов неполяризованными γ -квантами.

В заключение рассмотрим фотообразование π -мезонов на бесспиновой мишени, например реакцию $\gamma + \text{He}^4 \rightarrow \text{He}^4 + \pi^0$. В этом случае амплитуда \mathcal{F} имеет особенно простой вид $\mathcal{F} = \hat{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \mathcal{F}_0$, где \mathcal{F}_0 — некоторая функция полной энергии W и угла образования ϑ_π мезона (т. е. угла между импульсами $\tilde{\mathbf{k}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$). Дифференциальное сечение процесса $\gamma + \text{He}^4 \rightarrow \text{He}^4 + \pi^0$ определяется формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma \text{He}^4 \rightarrow \text{He}^4 \pi^0) = |\mathcal{F}_0|^2 |\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2|^2 = \sin^2 \vartheta_\pi \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} |\mathcal{F}_0|^2.$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что зависимость сечения от азимутального угла φ не связана с видом функции \mathcal{F}_0 . Поэтому асимметрия углового распределения π^0 -мезонов, образованных линейно поляризованными γ -квантами, определяемая как

$$\mathcal{A}_\pi = \frac{d\sigma/d\Omega_\pi(\varphi = 0) - d\sigma/d\Omega_\pi\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)}{d\sigma/d\Omega_\pi(\varphi = 0) + d\sigma/d\Omega_\pi\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)},$$

равна -1 независимо от значений полной энергии и угла образования π^0 -мезона. Этот результат представляет интерес в связи с возможностью измерения степени линейной поляризации высокоэнергетических γ -квантов путем измерения асимметрии A_π углового распределения π^0 -мезонов в реакции $\gamma + \text{He}^4 \rightarrow \text{He}^4 + \pi^0$.

1.3. Поляризационные явления в фотообразовании пионов на нуклонах. Рассмотрим теперь поляризационные эффекты в фотообразовании π -мезонов на нуклонах, связанные с поляризацией нуклонов в начальном и конечном состояниях.

Вектор поляризации \mathcal{P} нуклонов в конечном состоянии процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, протекающего на неполяризованной нуклонной мишени, определяется формулой

$$\mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{1}{2} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} S p \mathcal{F} \mathcal{F}^+ \sigma.$$

Подставляя сюда выражение (5.8) для \mathcal{F} , получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & -2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \text{Im} [-\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* \cdot \mathbf{e}_{n_1} \times \mathbf{n}_2 + \\ & + \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 + \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2 \cdot \tilde{\mathbf{e}} + \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2)^2 - \\ & - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^* \times \mathbf{n}_2 \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_2 + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 2\mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1 \cdot \tilde{\mathbf{e}} - \mathbf{e} \times \mathbf{n}_1 \end{aligned} \quad (5.12)$$

(предполагается, что γ -квант линейно поляризован).

Видим, что поляризация нуклонов отдачи определяется мнимыми частями произведений амплитуд \mathcal{F}_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Экспериментальное определение поляризации нуклонов отдачи в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ позволяет найти эти мнимые части. (Выше отмечено, что в опытах с неполяризованными нуклонами можно определить квадраты модулей амплитуд \mathcal{F}_i и реальные части их произведений $\mathcal{F}_i \mathcal{F}_j^*$, $i, j = 1, \dots, 4$.)

Если γ -квант неполяризован, то, выполняя в выражении (5.12) усреднение по поляризациям γ -кванта, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & -2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \text{Im} [-\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* - \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* + \\ & + \sin^2 \vartheta_\pi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* - \cos \vartheta_\pi (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*)]. \end{aligned} \quad (5.13)$$

В случае неполяризованных γ -квантов поляризация нуклонов отдачи в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ направлена перпендикулярно плоскости реакции. Этого и следовало ожидать, так как \mathcal{P} представ-

ляет собой псевдовектор (у нас есть только один псевдовектор $\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$).

Отметим, что измерение величины $\mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}$ в случае неполяризованных γ -квантов позволяет определить только одну комбинацию произведений $\text{Im } \mathcal{F}_i \mathcal{F}_j^*$.

Можно получить большую информацию о мнимых частях амплитуд $\mathcal{F}_i \mathcal{F}_j^*$, если использовать линейно поляризованные γ -кванты. Рассмотрим несколько случаев ориентации вектора поляризации γ -кванта.

Если $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 = 0$, т. е. π -мезоны вылетают перпендикулярно вектору поляризации γ -кванта, то

$$\mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = -2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \text{Im } \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2,$$

т. е. поляризация нуклонов отдачи при $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 = 0$ направлена перпендикулярно плоскости реакции.

Если π -мезон вылетает в плоскости поляризации γ -кванта (т. е. $\varphi = 0$), то вектор поляризации \mathcal{P} нуклона отдачи снова перпендикулярен плоскости реакции и определяется формулой

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & -2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sin \vartheta_\pi \text{Im} [-\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* - \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* + \\ & + \sin^2 \vartheta_\pi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* - \cos \vartheta_\pi (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*)]. \end{aligned}$$

В этом случае поляризация нуклонов отдачи совпадает с поляризацией нуклонов отдачи в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ с неполяризованными γ -квантами (при условии $\text{Im } \tilde{\mathcal{F}}_1 \tilde{\mathcal{F}}_2^* = 0$).

Если, наконец, импульс π -мезона $\tilde{\mathbf{k}}$ направлен по отношению к плоскости поляризации произвольно, то в системе координат, изображенной на рис. 5.3, все три компоненты вектора поляризации нуклонов отдачи будут отличны от нуля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_x \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & 2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sin \vartheta_\pi \sin \varphi \text{Im} (-\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \sin^2 \vartheta_\pi \cos^2 \varphi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \\ & + 2 \sin^2 \vartheta_\pi \cos^2 \varphi \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^*), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_y \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & 2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sin \vartheta_\pi \cos \varphi \text{Im} (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* + \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \cos \vartheta_\pi (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + \\ & + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*) - (1 - 2 \sin^2 \vartheta_\pi \sin^2 \varphi \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* - \sin^2 \vartheta_\pi \cos^2 \varphi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^*), \end{aligned}$$

$$\mathcal{P}_z \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = - \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sin^2 \vartheta_\pi \sin 2\varphi \text{Im} (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^* - 2 \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^*).$$

Полученные выше формулы относятся к тому случаю, когда нуклоны мишени неполяризованы. Если же нуклон мишени поляризован, то возникает асимметрия в угловом распределении пионов, т. е. зависимость дифференциального сечения от угла между плоскостью реакции и плоскостью поляризации нуклона в начальном состоянии (плоскостью вектора \mathbf{n}_1 и вектора поляризации нуклона мишени).

Возникающая асимметрия A_n углового распределения пионов определяется формулой

$$A_n \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{1}{2} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} S p \mathcal{F} \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}^+,$$

где \mathbf{n} — единичный вектор вдоль поляризации нуклона в начальном состоянии (предполагается, что по поляризациям нуклона в конечном состоянии выполнено суммирование). Подставляя сюда выражение для \mathcal{F} , получим

$$\begin{aligned} A_n \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & 2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \operatorname{Im} \{ -\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} \mathbf{n}_2 \cdot \tilde{\mathbf{e}}) + \\ & + \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n}_1 \mathbf{n} + \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 \mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n}_2 + \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \times \\ & \times (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2)^2 - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^* \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1 + \cos \vartheta_\pi \tilde{\mathbf{e}} \times \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}) - \\ & - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* \mathbf{n} \cdot \mathbf{e} \times \mathbf{n}_1 \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_2. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Эта формула относится к тому случаю, когда γ -квант линейно поляризован. Отметим, что в это выражение, как и в выражение для поляризации нуклонов отдачи, входят только мнимые части произведений амплитуд \mathcal{F}_i , $i = 1, 2, \dots, 4$. Однако комбинации амплитуд в (5.14) отличаются от комбинаций амплитуд, входящих в формулы для $\mathcal{P} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}$. Поэтому изучение асимметрии углового распределения пионов, обусловленной поляризацией нуклона мишени, может дать дополнительную информацию об амплитудах \mathcal{F}_i . В том случае, когда γ -квант неполяризован, выражение (5.14) упрощается:

$$\begin{aligned} A_n \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = & -2 \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \operatorname{Im} \{ \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* + \\ & + \cos \vartheta_\pi (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*) - \sin^2 \vartheta_\pi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* \}. \end{aligned}$$

Отметим, что асимметрия A_n обращается в нуль, если вектор поляризации начального нуклона лежит в плоскости реакции. Рассмотрим подробнее асимметрию A_n , возникающую в случае линейно поляризованных γ -квантов.

Если протон поляризован в направлении оси x (см. рис. 5.3), то

$$A_x \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = -2 \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \sin \vartheta_\pi \sin \varphi \operatorname{Im} [\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \sin^2 \vartheta_\pi \cos^2 \varphi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^*].$$

Если протон поляризован в направлении y , то

$$A_y \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = 2 \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \sin \vartheta_\pi \cos \varphi \operatorname{Im} [-\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* - \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_3^* + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* - \cos \vartheta_\pi (\mathcal{F}_2 \mathcal{F}_4^* - \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*) + \sin^2 \vartheta_\pi \cos^2 \varphi \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^*].$$

Если, наконец, нуклон поляризован в направлении z , то

$$A_z \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{\tilde{k}}{|\tilde{q}|} \sin^2 \vartheta_\pi \sin 2\varphi \operatorname{Im} (\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^*).$$

Укажем, что наряду с асимметрией углового распределения пионов A_n и вектором поляризации нуклонов \mathcal{P} существует еще одна важная характеристика процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ — тензор деполяризации D_{mn} :

$$D_{mn} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{1}{2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} S_p \mathcal{F} \sigma \cdot \mathbf{n} \mathcal{F}^\dagger \sigma \cdot \mathbf{m}.$$

Эта величина определяет поляризацию нуклона отдачи в направлении \mathbf{m} , если начальный нуклон поляризован в направлении \mathbf{n} .

1.4. Спиральные амплитуды.

Введем спиральные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, в котором участвуют частицы с определенными спиральностями. Спиральные амплитуды обозначим через $f_{\lambda_2, \lambda_1, \lambda_\gamma}$, где λ_γ — спиральность γ -кванта, λ_1, λ_2 — спиральности нуклонов в начальном и конечном состояниях (напомним, что спиральность частицы представляет собой проекцию спина частицы на направление ее импульса).

Выберем ось z вдоль импульса нуклона в начальном состоянии (рис. 5.4) и введем спиноры начального нуклона в СЦИ реакции со

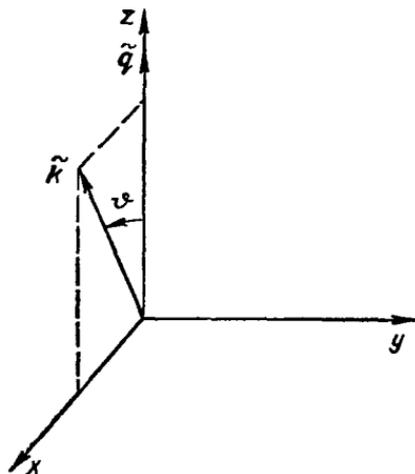


Рис. 5.4. Система координат, в которой найдены спиральные амплитуды.

спиральностями $\lambda_1 = \pm 1/2$

$$\chi\left(\lambda_1 = \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi\left(\lambda_1 = -\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Спинор нуклона в конечном состоянии со спиральностью λ_2 , если импульс нуклона $-\vec{k}$ направлен под углом ϑ_π к оси z и расположен в плоскости xz , получается из спинора $\chi(\lambda)$ поворотом около оси y на угол ϑ_π :

$$\chi(\lambda_2) = \exp\left(-i\sigma_2 \frac{\vartheta_\pi}{2}\right) \chi(\lambda).$$

Легко видеть, что

$$\chi(\lambda_2) = \left(\cos \frac{\vartheta_\pi}{2} - i\sigma_2 \sin \frac{\vartheta_\pi}{2}\right) \chi(\lambda),$$

т. е.

$$\chi\left(\lambda_2 = \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\vartheta_\pi}{2} \\ \sin \frac{\vartheta_\pi}{2} \end{pmatrix}, \quad \chi\left(\lambda_2 = -\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\vartheta_\pi}{2} \\ \cos \frac{\vartheta_\pi}{2} \end{pmatrix}.$$

Компоненты векторов поляризации реального γ -кванта $e^{(\pm)}$ со спиральностями $\lambda_\gamma = \pm 1$ имеют вид

$$e^{(\pm)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (1, \pm i, 0).$$

Число независимых спиральных амплитуд $f_{\lambda_2, \lambda_1, \lambda_\gamma}$ процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ должно, очевидно, совпадать с числом амплитуд $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$, т. е. должно быть равно четырем. В качестве независимых выберем следующие амплитуды: $f_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1}$, $f_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1}$, $f_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1}$, $f_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1}$.

Свяжем теперь спиральные амплитуды $f_{\lambda_2, \lambda_1, \lambda_\gamma}$ со скалярными амплитудами $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$, $i = 1, 2, 3, 4$. Воспользовавшись формулой (5.6) и замечая, что

$$\begin{aligned} \sigma \cdot e^{(\pm)} &= \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma \cdot \mathbf{n}_1 = -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma \cdot \mathbf{n}_2 = \\ &= -\begin{pmatrix} \cos \vartheta_\pi & \sin \vartheta_\pi \\ \sin \vartheta_\pi & -\cos \vartheta_\pi \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$i\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times e^{(\pm)} = -\sqrt{2} \begin{pmatrix} \sin \vartheta_\pi & 0 \\ -\cos \vartheta_\pi & 0 \end{pmatrix}, \quad e^{(\pm)} \cdot \mathbf{n}_2 = -\frac{\sin \vartheta_\pi}{\sqrt{2}},$$

найдем

$$\left. \begin{aligned} f_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2} 1} &= \sqrt{2} \sin \frac{\vartheta_\pi}{2} \left[\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2 + \frac{1 + \cos \vartheta_\pi}{2} (\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4) \right], \\ f_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} 1} &= \sqrt{2} \cos \frac{\vartheta_\pi}{2} \left[\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \frac{1 - \cos \vartheta_\pi}{2} (-\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4) \right], \\ f_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} 1} &= -\frac{\sin \vartheta_\pi \sin \frac{\vartheta_\pi}{2}}{\sqrt{2}} (\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_4), \\ f_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} 1} &= -\frac{\sin \vartheta_\pi \cos \frac{\vartheta_\pi}{2}}{\sqrt{2}} (\mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4). \end{aligned} \right\} (5.15)$$

Другие возможные спиральные амплитуды связаны с амплитудами (5.15) условием P -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов.

При $\vartheta_\pi = 0$ и $\vartheta_\pi = \pi$ суммарная спиральность частиц в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ сохраняется, поэтому при $\vartheta_\pi = 0$ отлична от нуля только амплитуда $f_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} 1}$, а при $\vartheta_\pi = \pi$ — только амплитуда

$$f_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2} 1}.$$

5.1. Инвариантные амплитуды. Выше установлена общая структура амплитуды фотообразования π -мезонов на нуклонах $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в СЦИ реакции. Нуклоны при этом описывались двухкомпонентными спинорами, а фотон — 3-вектором поляризации \mathbf{e} . Теперь введем так называемые инвариантные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Рассмотрим для этого матричный элемент процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = e_\mu \langle N\pi | J_\mu | N \rangle,$$

где e_μ — 4-вектор поляризации γ -кванта, $\langle N\pi | J_\mu | N \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов J_μ между состояниями $|N\rangle$ и $|N\pi\rangle$.

Матричный элемент тока $\langle N\pi | J_\mu | N \rangle$ можно представить в виде

$$\langle N\pi | J_\mu | N \rangle = \varphi_\pi \bar{u}(p_2) \overset{\cdot}{O}_\mu u(p_1),$$

где φ_π — волновая функция π -мезона; $u(p_1)$, $u(p_2)$ — биспиноры нуклонов с 4-импульсами p_1 и p_2 ; O_μ — некоторые 4×4 -матрицы, построенные с помощью 4-импульсов k , q , p_1 и дираковских матриц γ_μ . Так как φ_π — псевдоскаляр, то величины $\bar{u} O_\mu u$ должны представлять собой аксиальный вектор (предполагаем, что в электромагнитном взаимодействии адронов сохраняется пространственная чет-

ность). Отсюда вытекает, что матрицы O_μ должны иметь следующий вид:

$$O_\mu = \gamma_5 [a_1(s, t) \gamma_\mu + a_2(s, t) q_\mu + a_3(s, t) p_{1\mu} + a_4(s, t) k_\mu + \\ + a_5(s, t) \hat{q} \gamma_\mu + a_6(s, t) \hat{q} q_\mu + a_7(s, t) \hat{q} p_{1\mu} + a_8(s, t) \hat{q} k_\mu],$$

где $a_i(s, t)$, $i = 1, \dots, 8$, — некоторые функции от инвариантных переменных s и t (мы выразили O_μ через импульсы k , q и p_1 , учитывая, что $q + p_1 = k + p_2$).

Используя условие $e \cdot q = 0$, получим для матричного элемента $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$ выражение

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = \bar{u}(p_2) \gamma_5 [a_1(s, t) \hat{e} + a_3(s, t) e \cdot p_1 + a_4(s, t) e \cdot k + \\ + a_5(s, t) \hat{q} \hat{e} + a_7(s, t) \hat{q} e \cdot p_1 + a_8 \hat{q} e \cdot k] u(p_1) \quad (5.16)$$

(для упрощения записи здесь опущена волновая функция π -мезона Φ_π).

Легко видеть, что выражение (5.16) является общим, хотя и не содержит таких величин, как $\hat{k}\hat{e}$, $\hat{k}p_1e$, $\hat{k}ke$, $\hat{p}_1\hat{e}$, \hat{p}_1ep_1 и т. д., которые, казалось бы, можно включить в матричный элемент $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$. Используя уравнение Дирака

$$(\hat{p}_1 - M) u(p_1) = (\hat{p}_2 - M) u(p_2) = 0,$$

покажем, что эти комбинации можно свести к комбинациям, уже содержащимся в выражении для $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$. Рассмотрим, например, комбинацию $\bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{k}\hat{e} u(p_1)$. Используя соотношение $\hat{k} = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + \hat{q}$, получим

$$\bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{k}\hat{e} u(p_1) = \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{q}\hat{e} + 2ep_1) u(p_1),$$

т. е. мы свели $\bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{k}\hat{e} u(p_1)$ к общей форме (5.16).

Возможные комбинации, построенные с помощью псевдотензора $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$,

$$\bar{u}(p_2) \gamma_{\mu\nu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\nu q_\rho k_\sigma, \quad \bar{u}(p_2) \gamma_{\mu\nu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\nu q_\rho p_{1\sigma}, \\ \bar{u}(p_2) \gamma_{\mu\nu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\nu k_\rho p_{1\sigma}, \quad \bar{u}(p_2) u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\mu q_\nu k_\rho p_{1\sigma}$$

также можно свести к комбинациям, содержащимся в (5.16). В самом деле, используя соотношение

$$\gamma_\mu \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = i \gamma_5 (\gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma - g_{\nu\rho} \gamma_\sigma + g_{\nu\sigma} \gamma_\rho - g_{\rho\sigma} \gamma_\nu),$$

легко показать, что

$$\bar{u}(p_2) \gamma_{\mu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_{\nu} k_{\rho} p_{1\sigma} = \bar{u}(p_2) \gamma_5 [M(\hat{e}\hat{k} - ek) + (ep_1\hat{k} - kp_1\hat{e})] u(p_1),$$

$$u(p_2) \gamma_{\mu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_{\nu} q_{\rho} p_{1\sigma} = \bar{u}(p_2) \gamma_5 [M(\hat{e}\hat{k} - ek) + \hat{k}ep_1 - \hat{e}kp_1] u(p_1),$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_{\mu} u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_{\nu} q_{\rho} k_{\sigma} = & \bar{u}(p_2) \gamma_5 (2(\hat{q}ep_2 - \hat{e}qp_2) + \\ & + \hat{q}e \cdot k - \hat{e}kq + 2M\hat{e}\hat{q}) u(p_1), \end{aligned}$$

т. е. эти комбинации сводятся к комбинациям, содержащимся в (5.16). Оставшаяся комбинация $\bar{u}(p_2) u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu} q_{\nu} k_{\rho} p_{1\sigma}$ может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) u(p_1) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu} q_{\nu} k_{\rho} p_{1\sigma} = & \frac{i}{4!} \bar{u}(p_2) \gamma_5 \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} \gamma_{\nu} \gamma_{\delta} u(p_1) \times \\ & \times \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu} q_{\nu} k_{\rho} p_{1\sigma}. \end{aligned}$$

Произведение тензоров $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ и $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ можно представить в виде детерминанта

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon_{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} = - \begin{vmatrix} g_{\alpha\alpha'} & g_{\alpha\beta'} & g_{\alpha\gamma'} & g_{\alpha\delta'} \\ g_{\beta\alpha'} & g_{\beta\beta'} & g_{\beta\gamma'} & g_{\beta\delta'} \\ g_{\gamma\alpha'} & g_{\gamma\beta'} & g_{\gamma\gamma'} & g_{\gamma\delta'} \\ g_{\delta\alpha'} & g_{\delta\beta'} & g_{\delta\gamma'} & g_{\delta\delta'} \end{vmatrix}.$$

Вычисляя этот детерминант и подставляя его в предыдущую формулу, можно убедиться, что и комбинация $\bar{u}(p_2) u(p_1) \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon_{\alpha} q_{\beta} k_{\gamma} p_{1\delta}$ выражается через комбинации, содержащиеся в (5.16).

Таким образом, соображения релятивистской инвариантности и сохранения пространственной четности в электромагнитном взаимодействии адронов приводят к выводу, что для описания процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ нужно иметь шесть инвариантных амплитуд. Выше, однако, мы видели, что процесс $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ описывается в СЦИ четырьмя скалярными амплитудами. Поэтому из шести инвариантных амплитуд независимыми будут только четыре, т. е. инвариантные амплитуды должны удовлетворять двум добавочным условиям. Эти условия можно установить, если воспользоваться условием сохранения электромагнитного тока адронов

$$q_{\mu} \langle N\pi | J_{\mu} | N \rangle = 0.$$

Подставляя сюда выражение для $\langle N\pi | J_{\mu} | N \rangle$, получим

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_5 [a_1(s, t) \hat{q} + a_2(s, t) q \cdot p_1 + a_3(s, t) k \cdot q + \\ + a_4(s, t) \hat{q}q \cdot p_1 + a_5(s, t) \hat{q}kq] u(p_1) = 0, \end{aligned}$$

откуда вытекают два соотношения

$$\begin{aligned} a_3(s, t) q \cdot p_1 + k \cdot qa_4(s, t) = 0, \\ a_1(s, t) + a_7(s, t) q \cdot p_1 + a_8(s, t) kq = 0. \end{aligned}$$

Исключая отсюда a_1 и a_4 , представим матричный элемент $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$ в виде

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = \bar{u}(p_2) \gamma_5 [A_1(s, t) \hat{q} \hat{e} + A_2(s, t) (e \cdot p_1 k \cdot q - e \cdot k q \cdot p_1) + A_3(s, t) (\hat{e} k \cdot q - \hat{q} e \cdot k) + A_4(s, t) (\hat{e} q \cdot p_1 - \hat{q} e \cdot p_1)] u(p_1),$$

где $A_1 = a_5$, $A_2 = a_3/kq$, $A_3 = -a_6$, $A_4 = -a_7$.

Для более симметричной записи введем 4-импульс $p = p_1 + p_2$. Тогда матричный элемент $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$ запишется в виде [28]

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = \bar{u}(p_2) \gamma_3 [A_1(s, t) \hat{q} \hat{e} + A_2(s, t) (e \cdot p k \cdot q - e \cdot k q \cdot p) + A_3(s, t) (\hat{q} e \cdot k - \hat{e} k \cdot q) + A_4(s, t) (\hat{q} e \cdot p - \hat{e} q \cdot p - 2M\hat{q}\hat{e})] u(p_1). \quad (5.17)$$

Входящие сюда величины $A_i(s, t)$ носят название инвариантных амплитуд процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах. Заметим, что каждое слагаемое в $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$ удовлетворяет условию сохранения электромагнитного тока.

Установим теперь связь между инвариантными $A_i(s, t)$ и скалярными амплитудами $\mathcal{F}_i(W, \cos \theta_\pi)$. Рассмотрим для этого выражение (5.17) для $m(\gamma N \rightarrow N\pi)$ в СЦИ реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ и перейдем к двухкомпонентным спинорам нуклонов χ_1, χ_2 :

$$u(p_1) = N_1 \begin{pmatrix} \chi_1 \\ -\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \chi_1 \\ \tilde{E}_1 + M \end{pmatrix}, \quad u(p_2) = N_2 \begin{pmatrix} \chi_2 \\ -\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \chi_2 \\ \tilde{E}_2 + M \end{pmatrix},$$

где $N_{1,2} = \sqrt{\tilde{E}_{1,2} + M}$, $\chi_1^\dagger \chi_1 = \chi_2^\dagger \chi_2 = 1$. Мы воспользовались здесь явным видом матриц Дирака

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}.$$

Замечая, что

$$\hat{e} = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \\ \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{q} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_\gamma & -\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \\ \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} & -\tilde{E}_\gamma \end{bmatrix},$$

Получим

$$\bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{q} \hat{e} u(p_1) = N_1 N_2 \chi_2^\dagger \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} (W - M) + i\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} (W - M) \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} \right] \chi_1, \\
& \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) (e \cdot pk \cdot q - e \cdot kq \cdot p) = -N_1 N_2 (W^2 - M^2) \chi_2^+ \times \\
& \quad \times \left(\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} - \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}} \right) \chi_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \bar{\mathbf{k}}, \\
& \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{q}e \cdot k - \hat{e}k \cdot q) u(p_1) = N_1 N_2 \chi_2^+ \times \\
& \quad \times \left[\sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} k \cdot q - i\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} k \cdot q \sqrt{\frac{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}} + \right. \\
& \quad + |\tilde{\mathbf{k}}| \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 (W - M) \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} + \\
& \quad \left. + |\tilde{\mathbf{k}}| \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 (W + M) \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}} \right] \chi_1, \\
& \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{q}e \cdot p - \hat{e}q \cdot p - 2M\hat{q}\hat{e}) u(p_1) = \\
& = N_1 N_2 \chi_2^+ \left[-\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 (W - M) \tilde{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} - \right. \\
& \quad - |\tilde{\mathbf{k}}| \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 (W + M) \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}} + \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} q \cdot p - \\
& \quad - i\sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} \sqrt{\frac{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}} q \cdot p - 2M\sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} (W - M) - \\
& \quad \left. - 2iM(W - M) \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} \right] \chi_1.
\end{aligned}$$

Таким образом, инвариантные комбинации биспиноров нуклонов выражаются в СЦИ через комбинации двухкомпонентных спиноров, которые входят в (5.6).

Легко видеть, что связь скалярных амплитуд $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$ с инвариантными имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1(W, \cos \vartheta_\pi) = & x_W N_1 N_2 [(W - M) A_1(s, t) + k \cdot q A_3(s, t) + \\
& + (q \cdot p - 2M(W - M)) A_4(s, t)],
\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}_2(W, \cos \vartheta_\pi) = -x_W N_1 N_2 \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} \left[(W - M) A_1(s, t) - \right.$$

$$-k \cdot q \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}} A_3(s, t) - \\ - q \cdot \rho \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}} A_4(s, t) - 2M(W - M) A_4(s, t) \Big],$$

$$\mathcal{F}_3(W, \cos \vartheta_\pi) = x_W N_1 N_2 |\tilde{\mathbf{k}}| |A_2(s, t)(W^2 - M^2) + \\ + (W + M)(A_3(s, t) - A_4(s, t))| \sqrt{\frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_1 + M}},$$

$$\mathcal{F}_4(W, \cos \vartheta_\pi) = x_W N_1 N_2 |\tilde{\mathbf{k}}| \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 - M}{\tilde{E}_2 + M}} [-A_2(s, t)(W^2 - M^2) + \\ + (W - M)(A_3(s, t) - A_4(s, t))],$$

где W — полная энергия частиц в СЦИ реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, x_W — нормировочный множитель, величину которого можно найти, сравнивая формулы для дифференциального сечения процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, выраженные через m ($\gamma N \rightarrow N\pi$) и \mathcal{F} ($\gamma N \rightarrow N\pi$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma N \rightarrow N\pi) = \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \frac{|m(\gamma N \rightarrow N\pi)|^2}{64\pi^2 W^2},$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma N \rightarrow N\pi) = \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} |\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)|^2.$$

Видим, что $m(\gamma N \rightarrow N\pi) = 8\pi W \mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$, т. е. $x_W = (8\pi W)^{-1}$.

Используя явный вид x_W , N_1 , N_2 , запишем окончательно $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$, $i = 1, \dots, 4$, следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}_1(W, \cos \vartheta_\pi) &= \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} [(W - M) A_1(s, t) + \\ &+ k \cdot q (A_3(s, t) - A_4(s, t)) + (W - M)^2 A_4(s, t)], \\ \mathcal{F}_2(W, \cos \vartheta_\pi) &= -\frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}}{8\pi W} [(W + M) A_2(s, t) - \\ &- k \cdot q (A_3(s, t) - A_4(s, t)) - (W + M)^2 A_4(s, t)], \\ \mathcal{F}_3(W, \cos \vartheta_\pi) &= |\tilde{\mathbf{k}}| (W + M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} |A_2(s, t) \times \\ &\times (W - M) + A_3(s, t) - A_4(s, t)|, \end{aligned} \right\} (5.18)$$

$$\mathcal{F}_4(W, \cos \vartheta_\pi) = |\vec{k}| (W - M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 - M)}}{8\pi W} \times$$

$$\times [-A_2(s, t)(W + M) + A_3(s, t) - A_4(s, t)].$$

Так как инвариантные амплитуды $A_i(s, t)$, зависящие от инвариантных переменных s и t , являются четными функциями переменной W , то отсюда вытекают следующие свойства скалярных амплитуд $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$:

$$\mathcal{F}_1(W, \cos \vartheta_\pi) = -\mathcal{F}_2(-W, \cos \vartheta_\pi), \quad \mathcal{F}_3(W, \cos \vartheta_\pi) =$$

$$= \mathcal{F}_4(-W, \cos \vartheta_\pi).$$

Выразив инвариантные амплитуды $A_i(s, t)$ через скалярные амплитуды $\mathcal{F}_i(W, \cos \vartheta_\pi)$, получим

$$A_2(s, t) = \frac{1}{2W} (\tilde{\mathcal{F}}_3 - \tilde{\mathcal{F}}_4),$$

$$A_1(s, t) = \frac{1}{2W} \frac{W+M}{W-M} \tilde{\mathcal{F}}_1 - \frac{1}{2W} \frac{W-M}{W+M} \tilde{\mathcal{F}}_2 - k \cdot q \frac{M}{W} \times$$

$$\times \left(\frac{\tilde{\mathcal{F}}_3}{W-M} + \frac{\tilde{\mathcal{F}}_4}{W+M} \right),$$

$$A_3(s, t) = \frac{1}{2W} \left(\frac{\tilde{\mathcal{F}}_1}{W-M} + \frac{\tilde{\mathcal{F}}_2}{W+M} \right) +$$

$$+ \frac{W^2 - M^2 - k \cdot q}{2W} \left(\frac{\tilde{\mathcal{F}}_3}{W-M} + \frac{\tilde{\mathcal{F}}_4}{W+M} \right),$$

$$A_4(s, t) = \frac{1}{2W} \left(\frac{\tilde{\mathcal{F}}_1}{W-M} + \frac{\tilde{\mathcal{F}}_2}{W+M} \right) -$$

$$- \frac{k \cdot q}{2W} \left(\frac{\tilde{\mathcal{F}}_3}{W-M} + \frac{\tilde{\mathcal{F}}_4}{W+M} \right),$$
(5.19)

где

$$\tilde{\mathcal{F}}_1 = 8\pi W \mathcal{F}_1 / \sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)},$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_2 = 8\pi W \mathcal{F}_2 / \sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)},$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_3 = \mathcal{F}_3 8\pi W / |\vec{k}| (W + M) \sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 + M)},$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_4 = \mathcal{F}_4 8\pi W / |\vec{k}| (W - M) \sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 - M)}.$$

1.6. Изотопические амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Рассмотрим теперь вопрос об изотопической структуре матричного элемента процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

Электромагнитное взаимодействие адронов (см. § 1 гл. 3) не обладает изотопической инвариантностью, но электромагнитный ток адронов J_μ обладает определенными трансформационными свойствами относительно изотопических вращений. Именно, J_μ преобразуется как сумма изотопического скаляра S и третьей проекции изотопического вектора V_3 :

$$J \sim S + V_3,$$

поэтому амплитуду фотообразования пионов на нуклонах можно записать в виде

$$\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi) = \langle N\pi | S + V_3 | N \rangle.$$

Чтобы вычислить матричные элементы $\langle N\pi | S | N \rangle$ и $\langle N\pi | V_3 | N \rangle$, необходимо вектор состояния $|N\pi\rangle$ разложить по состояниям с определенными значениями полного изотопического спина I системы $\pi + N$. Так как I равно либо $1/2$ либо $3/2$, то

$$|N\pi\rangle = \xi_3 \left| \frac{3}{2} I_3 \right\rangle + \xi_1 \left| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle,$$

где $|II_3\rangle$ — состояние с изоспином I и проекцией изоспина I_3 , ξ_3, ξ_1 — коэффициенты Клебша — Гордона, которые будут приведены ниже.

Таким образом, амплитуду $\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi) = & \xi_3 \left\langle \frac{3}{2} I_3 \left| V_3 \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle + \\ & + \xi_1 \left\langle \frac{1}{2} I_3 \left| S + V_3 \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle \end{aligned}$$

(мы воспользовались здесь тем, что $\left\langle \frac{3}{2} I_3 \left| S \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle = 0$). Входящие в это выражение матричные элементы операторов S и V_3 , как известно из квантовой механики, диагональны по I_3 и определяются формулами [7]

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{2} I_3 \left| S \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle &= \delta_{I_3 I_3} \cdot \sqrt{3} A_S, \\ \left\langle \frac{1}{2} I_3 \left| V_3 \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle &= \delta_{I_3 I_3} \cdot I_3 \sqrt{3} A_V \left(\frac{1}{2} \right), \\ \left\langle \frac{3}{2} I_3 \left| V_3 \right| \frac{1}{2} I_3 \right\rangle &= \delta_{I_3 I_3} \cdot \sqrt{3} A_V \left(\frac{3}{2} \right), \end{aligned}$$

где $A_S, A_V(I)$ — некоторые функции s и t (множитель $\sqrt{3}$ введен для удобства).

Величины $A_S, A_V\left(\frac{1}{2}\right), A_V\left(\frac{3}{2}\right)$ носят название изотопических амплитуд фотообразования π -мезонов на нуклонах. Смысл их

заключается в следующем: A_S описывает поглощение изоскалярного γ -кванта с образованием πN -системы с полным изотопическим спином $1/2$, $A_V(I)$ — поглощение изовекторного γ -кванта с образованием πN -системы в состоянии с изоспином I .

Учитывая, что состояния $|N\pi\rangle$, образующиеся в реакциях $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, можно представить в виде суперпозиций

$$\begin{aligned} |n\pi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \\ |p\pi^0\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \\ |p\pi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle, \\ |n\pi^0\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle, \end{aligned}$$

амплитуды \mathcal{F} процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) &= \sqrt{2} A_S + \frac{1}{\sqrt{2}} A_V\left(\frac{1}{2}\right) + A_V\left(\frac{3}{2}\right), \\ \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow p\pi^0) &= -A_S - \frac{1}{2} A_V\left(\frac{1}{2}\right) + \sqrt{2} A_V\left(\frac{3}{2}\right), \\ \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow p\pi^-) &= -\sqrt{2} A_S + \frac{1}{\sqrt{2}} A_V\left(\frac{1}{2}\right) + A_V\left(\frac{3}{2}\right), \\ \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow n\pi^0) &= A_S - \frac{1}{2} A_V\left(\frac{1}{2}\right) + \sqrt{2} A_V\left(\frac{3}{2}\right), \end{aligned} \right\} (5.20)$$

где каждая из величин \mathcal{F} выражается через четыре скалярные амплитуды \mathcal{F}_i . Тогда каждая из скалярных амплитуд \mathcal{F}_i процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ имеет такую же структуру, т. е. каждая из величин $A_S, A_V\left(\frac{1}{2}\right), A_V\left(\frac{3}{2}\right)$ должна иметь еще и индекс i . Итак, четыре процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ описываются 12 комплексными амплитудами $A_{S,i}, A_{V,i}\left(\frac{1}{2}\right), A_{V,i}\left(\frac{3}{2}\right), i = 1, 2, 3, 4$.

Из (5.20) получаем следующее соотношение между амплитудами $\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$, которое не зависит от конкретного механизма процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$:

$$\mathcal{F}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) - \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow p\pi^-) = \sqrt{2} [\mathcal{F}(\gamma n \rightarrow n\pi^0) - \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow p\pi^0)].$$

Если конечное состояние системы $\pi + N$ обладает полным изоспином $1/2$, то возникают следующие соотношения между диф-

дифференциальными сечениями фотообразования π -мезонов на нуклонах:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = 2 \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow p\pi^0),$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma n \rightarrow p\pi^-) = 2 \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma n \rightarrow n\pi^0).$$

Такой ситуации соответствует резонансный механизм фотообразования, изображенный на рис. 5.5, а.

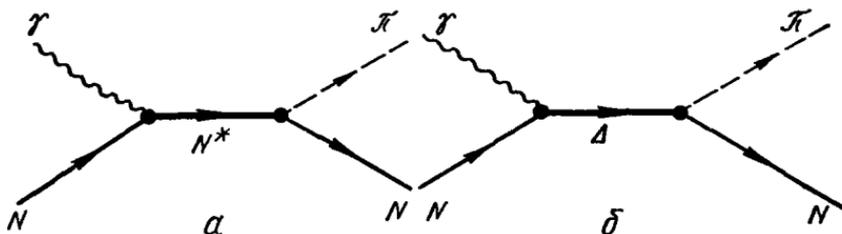


Рис. 5.5. Резонансные механизмы образования π -мезонов на нуклонах (N^* — нуклонный резонанс с изотопическим спином $1/2$; Δ —со спином $3/2$).

Если конечное состояние системы $\pi + N$ обладает полным изоспином $3/2$, т. е. $A_S = A_V \left(\frac{1}{2}\right) = 0$, то возникают следующие соотношения между дифференциальными сечениями фотообразования π -мезонов:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow p\pi^0) = \\ &= \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma n \rightarrow p\pi^-) = \frac{1}{2} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma n \rightarrow n\pi^0). \end{aligned}$$

Такой ситуации соответствует резонансный механизм фотообразования, изображенный на рис. 5.5, б.

Амплитуды $\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$ описывают фотообразование π -мезонов на нуклонах. Если фотообразование происходит на дейтроне, то дейтрон можно рассматривать как совокупность свободных нуклонов и амплитуду процесса $\gamma + d \rightarrow d + \pi^0$ можно представить в виде

$$\mathcal{F}(\gamma d \rightarrow d\pi^0) = \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow p\pi^0) + \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow n\pi^0)$$

или согласно (5.20) в виде

$$\mathcal{F}(\gamma d \rightarrow d\pi^0) = -A_V \left(\frac{1}{2}\right) + 2\sqrt{2} A_V \left(\frac{3}{2}\right).$$

В это выражение не входит изоскалярная амплитуда. Хотя этот результат мы получили в рамках импульсного приближения, в действительности он является более общим, так как в основе его лежит только тот факт, что изотопический спин дейтрона равен нулю.

Наряду с изотопическими амплитудами $A_S, A_V(I)$ можно ввести другую совокупность изотопических амплитуд $A^{(+)}, A^{(-)}, A^{(0)}$. Воспользовавшись тем, что нуклон описывается изотопическим спином, а π -мезон — изотопическим вектором и учитывая, что электромагнитный ток адронов преобразуется как сумма изоскаляра и третьей компоненты изотопического вектора, можно представить амплитуду $\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$ в виде

$$\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi) = \Phi_{\pi}^{(k)+} \chi_f^+ \left[\delta_{k3} A^{(+)} - \frac{1}{2} (\tau_3 \tau_k - \tau_k \tau_3) A^{(-)} + \tau_k A^{(0)} \right] \chi_i, \quad (5.21)$$

где χ_i, χ_f — изотопические спиноры нуклонов в начальном и конечном состояниях, $\Phi_{\pi}^{(k)}$, $k = 1, 2, 3$, — компоненты изотопического вектора Φ_{π} пионов, τ_k — изотопические матрицы Паули, $A^{(\pm, 0)}$ — некоторые функции s и t . Эти величины, как и величины A_S и $A_V(I)$, носят название изотопических амплитуд фотообразования π -мезонов на нуклонах. Формула (5.21) показывает, что амплитуда $A^{(0)}$ описывает поглощение изоскалярного γ -кванта, а амплитуды $A^{(\pm)}$ — поглощение изовекторных γ -квантов.

Спинор χ для протонного и нейтронного состояний имеет вид

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

а компоненты изовектора Φ_{π} для заряженных пионов определяются формулами

$$\Phi_{\pi^+} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0), \quad \Phi_{\pi^-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -i, 0) \quad \Phi_{\pi^0} = (0, 0, 1).$$

Из (5.21) легко получить следующие формулы для амплитуд $\mathcal{F}(\gamma N \rightarrow N\pi)$:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow p\pi^0) &= A^{(+)} + A^{(0)}, \\ \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow n\pi^0) &= A^{(+)} - A^{(0)}, \\ \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow p\pi^+) &= -\sqrt{2}(A^{(0)} + A^{(-)}), \\ \mathcal{F}(\gamma n \rightarrow n\pi^-) &= \sqrt{2}(A^{(0)} - A^{(-)}). \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

Сравнивая эти формулы с (5.20), найдем

$$\begin{aligned} A^{(+)} &= \sqrt{2} A_V\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} A_V\left(\frac{1}{2}\right), \\ -\sqrt{2} A^{(-)} &= A_V\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} A_V\left(\frac{1}{2}\right), \quad A^{(0)} = -A_S \end{aligned}$$

или

$$A_S = -A^0, \quad A_V \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{3} (A^{(+)} - A^{(-)}),$$

$$A_V \left(\frac{1}{2} \right) = -\frac{2}{3} (A^{(+)} + 2A^{(-)}).$$

Заметим также, что справедливы следующие соотношения:

$$\mathcal{F}(\gamma p \rightarrow \pi \pi^+) + \sqrt{2} \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow \rho \pi^0) = 3A_V \left(\frac{3}{2} \right) = \sqrt{2} (A^{(+)} - A^{(-)}),$$

$$\sqrt{2} \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow \pi \pi^+) - \mathcal{F}(\gamma p \rightarrow \rho \pi^0) = 3A_S + \frac{3}{2} A_V \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$= -3A^{(0)} - 2A^{(-)} - A^{(+)}.$$

Эти комбинации амплитуд описывают фотообразование π -мезонов на протоне, причем первая комбинация соответствует полному изоспину $3/2$, вторая — полному изоспину $\pi + N$ -системы $1/2$.

1.7. Мультипольные амплитуды. До сих пор мы характеризовали состояния частиц в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ определенными импульсами и спиральностями. Однако представляет интерес изучение реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в том случае, когда частицы обладают определенными угловыми моментами. Так как имеет место закон сохранения полного углового момента, вопрос сводится к изучению реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в том случае, когда начальное и конечное состояния обладают определенным полным угловым моментом.

Ясно, что при данном значении этого момента j орбитальный момент l π -мезона может принимать два значения: $l = j \pm \frac{1}{2}$. Полный момент γ -кванта j_γ в начальном состоянии процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ при данном значении j также может принимать два значения: $j_\gamma = j \pm \frac{1}{2}$.

При данном значении j_γ возможны два состояния поляризации реального γ -кванта, которым соответствуют различные пространственные четности γ -кванта:

$$\eta_P(\gamma) = (-1)^{j_\gamma+1}, \quad \eta_P(\gamma) = (-1)^{j_\gamma}.$$

В первом случае говорят о γ -кванте магнитного типа, во втором — о γ -кванте электрического типа. Обозначим их через $M(j_\gamma)$ и $E(j_\gamma)$ соответственно.

Пространственная четность системы $\pi + N$ с орбитальным моментом пиона l равна $\eta_P(N) \eta_P(\pi) (-1)^l = (-1)^{l+1}$ (здесь учтено, что внутренняя четность π -мезона равна -1 , нуклона $+1$). Так как электромагнитное взаимодействие адронов P -инвариантно, то при данном значении j возможны следующие переходы между состояниями $|\gamma N\rangle$ и $|N\pi\rangle$ с определенными значениями угловых

МОМЕНТОВ:

$$M\left(j + \frac{1}{2}\right) \rightarrow l_{\pi} = j + \frac{1}{2}; \quad M_{l-},$$

$$M\left(j - \frac{1}{2}\right) \rightarrow l_{\pi} = j - \frac{1}{2}; \quad M_{l+},$$

$$E\left(j + \frac{1}{2}\right) \rightarrow l_{\pi} = j - \frac{1}{2}; \quad E_{l+},$$

$$E\left(j - \frac{1}{2}\right) \rightarrow l_{\pi} = j + \frac{1}{2}; \quad E_{l-}.$$

$(M(j \pm \frac{1}{2}))$ означает, что нуклон поглощает γ -квант магнитного типа с полным угловым моментом $j \pm 1/2$, а $E(j \pm 1/2)$ означает, что нуклон поглощает γ -квант электрического типа с полным угловым моментом $(j \pm 1/2)$. Амплитуды этих переходов $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$ называются мультипольными. Мультипольные амплитуды $E_{l\pm}$ описывают поглощение электрического γ -кванта нуклоном, сопровождающегося образованием системы $\pi + N$ с орбитальным моментом l и полным угловым моментом $j = l \pm 1/2$, мультипольные амплитуды $M_{l\pm}$ описывают поглощение γ -квантов магнитного типа, сопровождающегося образованием $\pi + N$ -системы с орбитальным моментом l и полным угловым моментом $j = l \pm 1/2$. Мультипольные амплитуды зависят только от полной энергии \mathcal{W} системы $\pi + N$.

Скалярные амплитуды процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах могут быть разложены в ряд по мультипольным амплитудам [20, 28]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}_1(\mathcal{W}, \cos \vartheta_{\pi}) &= \sum_{l=0}^S \{[(l+1)M_{l-} + E_{l-}]P'_{l-1}(\cos \vartheta_{\pi}) + \\ &+ (lM_{l+} + E_{l+})P'_{l+1}(\cos \vartheta_{\pi})\}, \\ \mathcal{F}_2(\mathcal{W}, \cos \vartheta_{\pi}) &= \sum_{l=1}^S [(l+1)M_{l+} + lM_{l-}]P'_l(\cos \vartheta_{\pi}), \\ \mathcal{F}_3(\mathcal{W}, \cos \vartheta_{\pi}) &= \sum_{l=1}^S [(E_{l+} - M_{l+})P''_{l+1}(\cos \vartheta_{\pi}) + \\ &+ (E_{l-} + M_{l-})P''_{l-1}(\cos \vartheta_{\pi})], \\ \mathcal{F}_4(\mathcal{W}, \cos \vartheta_{\pi}) &= \sum_{l=2}^S (M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-})P''_l(\cos \vartheta_{\pi}), \end{aligned} \right\} (5.23)$$

где $P_l(\cos \vartheta_{\pi})$ — полином Лежандра, ϑ_{π} — угол образования пиона в СЦИ реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (т. е. угол между импульсами \vec{k} и \vec{q}).

1.8. Аналитические свойства амплитуд фотообразования пионов на нуклонах. Выше мы ввели различные амплитуды фотообразования π -мезонов на нуклонах и установили их общую структуру, исходя из принципа релятивистской инвариантности и условия сохранения адронного электромагнитного тока. Пользуясь только этими принципами, нельзя установить зависимость инвариантных амплитуд от инвариантных переменных s и t или мультипольных амплитуд от полной энергии W . Это связано с отсутствием динамической теории сильного взаимодействия. Важную информацию об этой зависимости можно получить, если сделать определенные предположения об аналитических свойствах амплитуд, рассматриваемых как функции комплексных переменных s и t . Изучим эти свойства, основываясь на унитарности S -матрицы.

Напомним предварительно, что для того чтобы выделить рассеяние на нулевой угол, наряду с S -матрицей целесообразно ввести T -матрицу, связанную с S -матрицей соотношением $S = I + iT$. Условие унитарности $SS^+ = I$ приобретает теперь вид

$$T - T^+ = iTT^+. \quad (5.24)$$

Рассмотрим матричный элемент T_{fi} матрицы рассеяния T между двумя состояниями $|i\rangle$ и $|f\rangle$ некоторой реакции $i \rightarrow f$:

$$T_{fi} \equiv \langle f | T | i \rangle.$$

Тогда из (5.24) следует соотношение

$$2 \operatorname{Im} T_{fi} = \sum_n T_{fn} T_{ni}^*, \quad (5.25)$$

где суммирование производится по всем промежуточным состояниям $|n\rangle$, в которые могут происходить переходы из начального $|i\rangle$ и конечного $|f\rangle$ состояний с соблюдением законов сохранения. Ясно, что

$$\sum_n \dots = \sum_{\text{спин}} \sum_{i=1}^{n_0} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \dots \frac{d^3 p_l}{(2\pi)^3 2E_l},$$

где p_i , E_i — импульс и энергия i -й частицы в промежуточном состоянии, n_0 — максимальное число частиц в промежуточном состоянии $|n\rangle$, $\sum_{\text{спин}}$ обозначает суммирование по спиновым состояниям частиц в состоянии $|n\rangle$.

Так как в электромагнитном и сильном взаимодействиях сохраняются странность, пространственная и зарядовая четности, полный угловой момент, то все эти квантовые числа должны совпадать для начального $|i\rangle$, конечного $|f\rangle$ и промежуточного $|n\rangle$ состояний. Максимальное число n_0 частиц в промежуточном состоянии определяется из закона сохранения 4-импульса в реакциях $i \rightarrow n$, $n \rightarrow f$ и сохранения других квантовых чисел.

Рассмотрим реакцию $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ и выясним, какие промежуточные состояния возможны для этой реакции. Условие унитарности для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ можно схематически изобразить с помощью диаграмм, представленных на рис. 5.6. (Вертикальные линии в левой части символического равенства служат для обозначения мнимой части амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (s -канала),

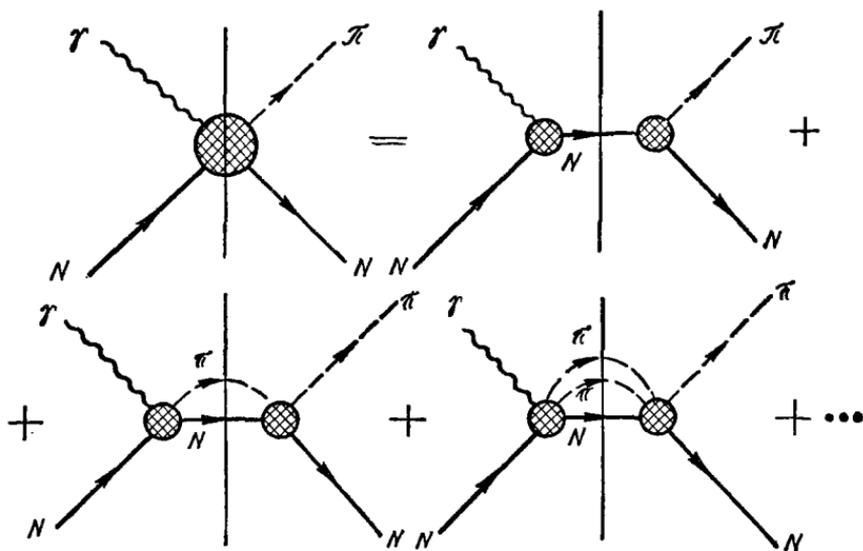


Рис. 5.6. Условие унитарности в s -канале процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

в правой части они, пересекая линии, отвечающие частицам в промежуточном состоянии, означают, что должно быть взято произведение амплитуд, которым отвечают половинки диаграмм правой части.)

Частицы в промежуточном состоянии свободны, т. е. их 4-импульсы p_i удовлетворяют условию $p_i^2 = m_i^2$ (m_i — масса частицы в промежуточном состоянии). Промежуточными состояниями в s -канале (см. рис. 5.6) могут быть как одночастичное состояние с одним нуклоном, так и многочастичные состояния с одним нуклоном и произвольным числом π -мезонов.

Так как в каждой из вершин диаграмм правой части (см. рис. 5.6) сохраняется 4-импульс, а частицы в промежуточном состоянии свободны, то однонуклонное состояние вносит вклад в мнимую часть амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ только в том случае, если $s = M^2$. В физической области реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ переменная s удовлетворяет неравенству $s \geq (M + m_\pi)^2$, поэтому однонуклонный вклад возникает в нефизической области.

Вклад двухчастичного промежуточного состояния, в котором присутствует нуклон и π -мезон, в мнимую часть амплитуды процес-

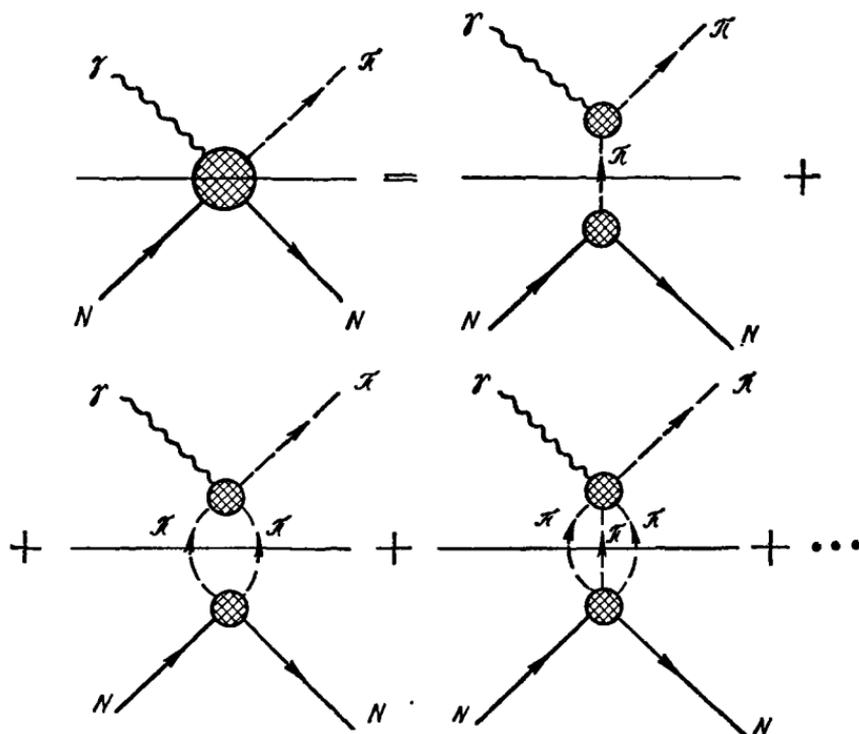


Рис. 5.7. Условие унитарности в t -канале процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

са $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ отличен от нуля только при $s \geq (M + m_\pi)^2$. Вклад многочастичного промежуточного состояния, в котором присутствуют один нуклон и n π -мезонов, отличен от нуля, если $s \geq (M + nm_\pi)^2$. Таким образом, чем больше пионов в промежуточном состоянии, тем при большем значении s такое промежуточное состояние вносит вклад в мнимую часть амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Аналогично можно рассмотреть условие унитарности в t -канале реакции $\gamma N \rightarrow N\pi$.

Условие унитарности в t -канале процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ можно изобразить в виде равенства (рис. 5.7). Горизонтальные линии в правой части символического равенства служат для обозначения мнимой части амплитуды в t -канале, в левой части они указывают на то, что должны быть взяты произведения матричных элементов, соответствующих половинкам диаграмм.

Однопионное промежуточное состояние дает вклад в $\text{Im } F(\gamma N \rightarrow N\pi)_t$ (индекс t означает, что мнимая часть амплитуды рассматривается в t -канале) только при $t = m_\pi^2$, причем этот вклад возникает только для процессов фотообразования заряженных π -мезо-

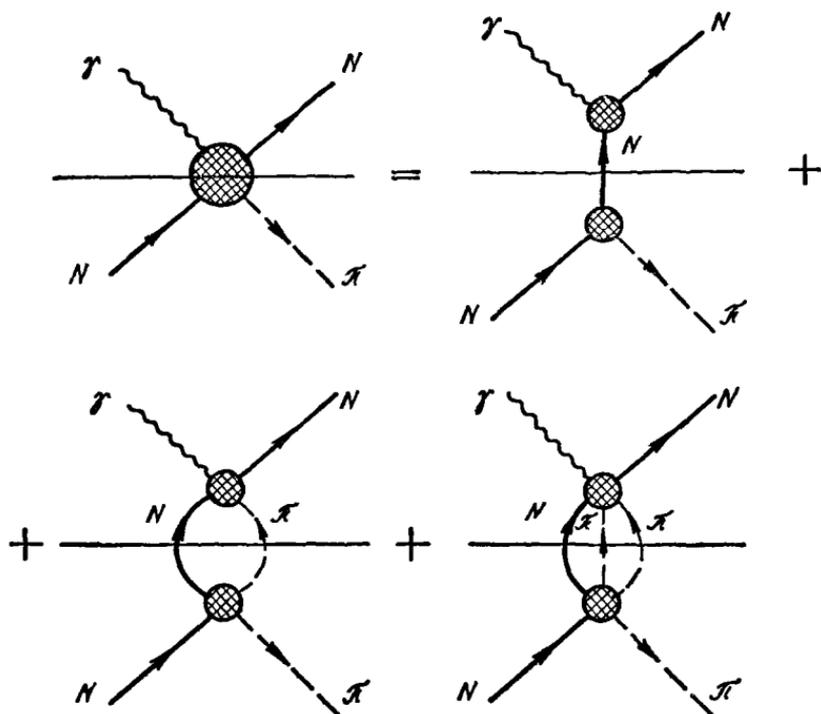


Рис. 5.8. Условие унитарности в u -канале процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

нов. Вклады двух- и трехкомпонентных промежуточных состояний отличны от нуля, начиная с $t = 4m_\pi^2$ и $t = 9m_\pi^2$.

Отметим, что в отличие от мнимой части амплитуды в s -канале, в которой двухчастичное промежуточное состояние вносит вклад в физическую область реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, в t -канале мезонные промежуточные состояния вносят вклад и в нефизическую область (она соответствует интервалу $4m_\pi^2 \leq t \leq 4M^2$). Так как G -четность изоскалярного γ -кванта отрицательна, то в реакции $\gamma + \pi \rightarrow N + \bar{N}$ с изоскалярным γ -квантом возможны промежуточные состояния только с четным числом π -мезонов. G -четность изовекторного γ -кванта положительна, поэтому в реакции $\gamma + \pi \rightarrow N + \bar{N}$ с изовекторным γ -квантом возможны промежуточные состояния только с нечетным числом π -мезонов.

Наконец, рассмотрим условие унитарности в u -канале (рис. 5.8). Вклад однонуклонного состояния в мнимую часть $F(\gamma N \rightarrow N\pi)_u$ отличен от нуля только при $u = M$, т. е. в нефизической области u -канала. Вклад промежуточного состояния $|N\pi\rangle$ отличен от нуля при $u \geq (M + m_\pi)^2$, т. е. в физической области. Так как в процессе

$i \rightarrow f$ сохраняется 4-импульс, то T_{fi} можно представить в виде

$$T_{fi} = (2\pi)^4 m_{fi} \delta(p_i - p_f),$$

где p_i, p_f — суммарные 4-импульсы частиц в состояниях $|i\rangle$ и $|f\rangle$ и величина m_{fi} не содержит δ -функции. Поэтому соотношение (5.25) можно переписать так:

$$2 \text{Im } m_{fi} = (2\pi)^4 \sum_n m_{fn} m_{ni}^* \delta(p_i - p_n), \quad (5.26)$$

где p_n — суммарный 4-импульс частиц в промежуточном состоянии $|n\rangle$.

Вклад одночастичного состояния в $\text{Im } m_{fi}$, который мы обозначим через $\text{Im } m_{fi}^{(1)}$, определяется формулой

$$2 \text{Im } m_{fi}^{(1)} = (2\pi)^4 \int \overline{m_{f1} m_{i1}^*} \delta(p_i - p_1) \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1},$$

где черта служит для обозначения суммирования по поляризациям частицы 1 в промежуточном состоянии. Эту формулу, очевидно, можно переписать в виде

$$\text{Im } m_{fi}^{(1)} = \pi \int \overline{m_{f1} m_{i1}^*} \delta(p_i - p_1) d^4 p_2 \delta(p_1^2 - m_1^2) = \pi \overline{m_{f1} m_{i1}^*} (s - m_1^2). \quad (5.27)$$

Таким образом, вклад в мнимую часть амплитуды, вносимый одночастичным промежуточным состоянием, пропорционален δ -функции. Отметим, что для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ величины m_{f1} и m_{i1} определяются константами взаимодействия $i \rightarrow 1$ и $f \rightarrow 1$: m_{i1} — электрическим зарядом и магнитным моментом нуклона, а m_{f1} — константой πN -взаимодействия.

Вклад двухчастичного промежуточного состояния в мнимую часть амплитуды обозначим через $\text{Im } m_{fi}^{(2)}$. Эта величина в СЦИ реакции $i \rightarrow f$ определяется, очевидно, формулой

$$\text{Im } m_{fi}^{(2)} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|p|}{\sqrt{s}} \int d\Omega m_{f2} m_{i2}^*, \quad (5.28)$$

где \mathbf{p} — импульс одной из частиц в промежуточном состоянии (в СЦИ), $d\Omega$ — элемент телесного угла, в котором лежит импульс \mathbf{p} (черта обозначает суммирование по поляризациям обеих частиц в промежуточном состоянии). Эта формула справедлива для любых состояний $|i\rangle$ и $|f\rangle$. Для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ мнимая часть амплитуды определяется в соответствии с рис. 5.6 произведением амплитуд процессов $\pi + N \rightarrow \pi + N$ и $\gamma + N \rightarrow N + \pi$.

Как указано выше, мнимая часть амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в s -канале, кроме точки $s = M^2$, отлична от нуля при $s \geq (M + m_\pi)^2$. Отсюда легко заключить, что эта амплитуда, рассматриваемая как функция комплексной переменной s , имеет точку

ветвления при $s = (M + m_\pi)^2$. Действительно, пусть $F(s)$ — некоторая реальная функция комплексной переменной s , т. е. функция, удовлетворяющая условию $F^*(s) = F(s^*)$, а мнимая часть этой функции отлична от нуля при вещественных s , превосходящих некоторое значение s_0 . Тогда при $s \geq s_0$

$$2i \operatorname{Im} F(s) = F(s + i0) - F^*(s + i0),$$

так как $F^*(s + i0) = F(s - i0)$, то

$$2i \operatorname{Im} F(s) = F(s + i0) - F(s - i0).$$

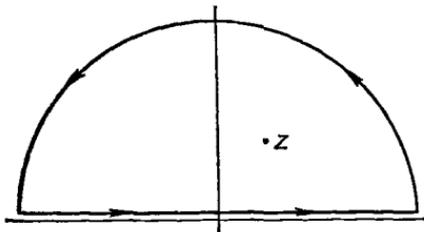


Рис. 5.9. Контур интегрирования, используемый при выводе дисперсионных соотношений.

Видим, что функция $F(s)$ неоднозначна на вещественной оси, если $\operatorname{Im} F(s) \neq 0$. Чтобы она стала однозначной, необходимо в комплексной плоскости s сделать разрез вдоль вещественной оси, начиная с $s = s_0$. Эта точка представляет собой точку ветвления функции $F(s)$. Таким образом, амплитуда процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ имеет точку ветвления при $s = (M + m_\pi)^2$, связанную с двухчастичным промежуточным состоянием.

Другие многочастичные состояния также приводят к точкам ветвления амплитуды. Их положение определяется массами частиц в промежуточном состоянии. Каждая из точек ветвления определяет порог некоторой реакции, в частности точка ветвления $s = (M + nm_\pi)^2$ определяет порог реакции $\gamma + N \rightarrow N + n\pi$.

Резюмируя, можем сказать, что положение точек ветвления амплитуд определяется условием унитарности.

1.9. Дисперсионные соотношения для инвариантных амплитуд фотообразования пионов на нуклонах. Предположим, что инвариантные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ являются аналитическими функциями s и t , особенности которых определяются из условия унитарности. Основываясь на этом предположении, можно получить важные соотношения между действительной и мнимой частями инвариантных амплитуд.

Чтобы разъяснить эти соотношения (они называются дисперсионными), рассмотрим некоторую функцию $f(z)$, аналитическую во всей комплексной плоскости z . Предположим, что все особенности этой функции лежат на вещественной оси, а сама функция $f(z)$ убывает на бесконечности быстрее, чем $1/z$. Используя формулу Коши и выбирая контур интегрирования C (рис. 5.9), получим

$$f(z) = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx' f(x')}{x' - z},$$

откуда следует, что

$$f(x + i0) = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx' f(x')}{x' - x - i0}.$$

Так как

$$\frac{1}{x' - x - i0} = P \frac{1}{x' - x} + i\pi \delta(x' - x),$$

имеем

$$f(x) = \frac{1}{i\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx' f(x')}{x' - x},$$

где P служит для обозначения главного значения интеграла.

Взяв вещественную часть от обеих частей этого равенства, получим окончательно соотношение

$$\operatorname{Re} f(x) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx' \operatorname{Im} f(x')}{x' - x}, \quad (5.29)$$

которое называется дисперсионным.

Применим дисперсионные соотношения к инвариантным амплитудам фотообразования π -мезонов на нуклонах. Инвариантные амплитуды являются функциями не одной, а двух независимых переменных: $A_i = A_i(s, t)$, $i = 1, 2, 3, 4$. Аналитические свойства этих функций по обоим переменным окончательно не выяснены. Однако при фиксированном значении t можно показать, что амплитуды $A_i(s, t)$ будут аналитическими функциями переменной s , все особенности которых определяются условием унитарности. Поэтому справедливы дисперсионные соотношения [5]

$$\operatorname{Re} A_i(s, t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} A_i(s', t) ds'}{s' - s}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (5.30)$$

Выше мы показали, что вклад одночастичного состояния в мнимую часть амплитуды пропорционален δ -функции:

$$\operatorname{Im} A_i(s, t) = \pi g_i \delta(s - M^2),$$

где g_i — произведение констант взаимодействия. Поэтому согласно (5.30) амплитуды $A_i(s, t)$ будут иметь полюсные слагаемые

$$A_i^{(1)}(s, t) = \frac{g_i}{M^2 - s}.$$

Таким образом, одночастичные промежуточные состояния соответствуют полюсам амплитуд, причем положение полюса определяет

ся массой частицы в промежуточном состоянии, а вычет в полюсе — произведением констант взаимодействия.

Многочастичные промежуточные состояния в s -канале приводят, как мы видели, к появлению точек ветвления у инвариантных амплитуд процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ при $s_n = (M + nm_\pi)^2$, т. е. в области положительных значений инвариантной переменной s .

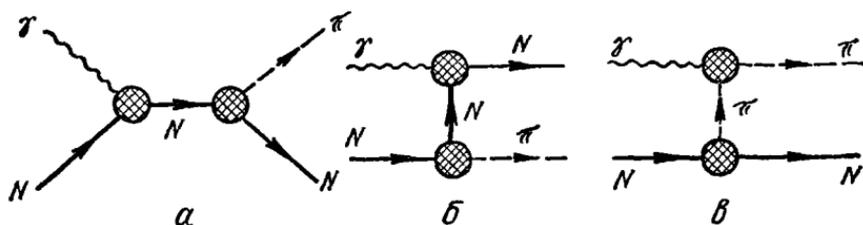


Рис. 5.10. Борновское приближение для процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах.

Область отрицательных значений s не является физической для s -канала реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. При $t < 0$ (когда справедливы дисперсионные соотношения (5.30)) отрицательные значения s соответствуют положительным значениям инвариантной переменной u , т. е. отрицательные значения s отвечают физической области u -канала реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Другими словами, если $s < 0$, то

$$\text{Im } A_i(s, t) = \text{Im } A_i(u, t), \quad u > 0 \\ (i = 1, 2, 3, 4).$$

Из условия унитарности для амплитуды реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в u -канале следует, что инвариантные амплитуды $A_i(s, t)$ должны иметь полюс при $u = M^2$ (нефизическая область u -канала) и точки ветвления при $u = u_n = (M + nm_\pi)^2$, $n = 1, 2, \dots$. Учет только полюсных слагаемых (обусловленных промежуточными состояниями с одним нуклоном в s - и u -каналах и с одним пионом в t -канале) соответствует борновскому приближению. Однонуклонным вкладом в амплитуды $A_i(s, t)$ соответствуют диаграммы Фейнмана (рис. 5.10, а, б). Легко убедиться, что только для фотообразования π^0 -мезонов на нуклонах эти вклады будут удовлетворять условию сохранения электромагнитного тока адронов. Чтобы обеспечить сохранение электромагнитного тока адронов и для фотообразования заряженных π^\pm -мезонов, необходим еще вклад однопионной диаграммы (см. рис. 5.10, в). Поэтому в дальнейшем, говоря о борновском приближении, будем иметь в виду вклад всех трех диаграмм рис. 5.10.

Вычислим теперь инвариантные амплитуды $A_i(s, t, u)$ процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в борновском приближении. Не будем рассматривать порознь амплитуды отдельных процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$,

отличающихся зарядами нуклона и π -мезона, а вычислим изотопические амплитуды $A_i^{(\pm, 0)}$, $i = 1, 2, 3, 4$. Чтобы найти их в борновском приближении, необходимо сперва установить общую структуру вершин πNN , γNN , $\gamma\pi\pi$ (см. рис. 5.10).

Из соображений релятивистской инвариантности и сохранения изотопического спина в сильном взаимодействии можно заключить, учитывая трансформационные свойства электромагнитного тока адронов при изотопических поворотах, что структуры вершин πNN , $\gamma\pi\pi$, γNN таковы:

$$g_\pi \bar{N} \gamma_5 \tau_i N \Phi_\pi^{(i)},$$

$$ie \varepsilon_{3mn} \Phi_\pi^{(m)*} \Phi_\pi^{(n)} (k_1 + k_2) e,$$

$$e \bar{N} \left[\hat{e} \frac{1 + \tau_3}{2} - \left(\kappa_p \frac{1 + \tau_3}{2} + \kappa_n \frac{1 - \tau_3}{2} \right) \frac{e_\mu \sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} \right] N$$

g_π — константа πNN -взаимодействия, κ_p , κ_n — аномальные магнитные моменты протона и нейтрона, N — восьмикомпонентный спинор нуклона). При этом мы воспользовались тем, что электрический заряд нейтрона равен нулю, а γ -квант, поглощаемый π -мезоном, является изовекторным.

Используя эти структуры, можем написать для матричного элемента m ($\gamma N \rightarrow N\pi$) следующее выражение, справедливое в борновском приближении:

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = eg_\pi \Phi_\pi^{(i)*} \bar{N}(p_2) \gamma_5 \tau_i \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \times$$

$$\times \left[\hat{e} \frac{1 + \tau_3}{2} - \left(\kappa_p \frac{1 + \tau_3}{2} + \kappa_n \frac{1 - \tau_3}{2} \right) \frac{\sigma_{\mu\nu} e_\mu q_\nu}{2M} \right] N(p_1) +$$

$$+ eg_\pi \Phi_\pi^{(i)*} \bar{N}(p_2) \left[\hat{e} \frac{1 + \tau_3}{2} - \left(\kappa_p \frac{1 + \tau_3}{2} + \kappa_n \frac{1 - \tau_3}{2} \right) \frac{\sigma_{\mu\nu} e_\mu q_\nu}{2M} \right] \times$$

$$\times \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \tau_i N(p_1) +$$

$$+ ieg_\pi \Phi_\pi^{(i)*} \bar{N}(p_2) \gamma_5 \tau_i N(p_2) \varepsilon_{3ij} \frac{e(2k - q)}{t - m_\pi^2}.$$

Матричный элемент m ($\gamma N \rightarrow N\pi$) удобно записать в виде суммы трех слагаемых:

$$m(\gamma N \rightarrow N\pi) = eg_\pi \Phi_\pi^{(i)*} \bar{N}(p_2) \left[\tau_i m^{(0)} + \delta_{i3} m^{(+)} + \frac{[\tau_i, \tau_3]}{2} m^{(-)} \right] N(p_1).$$

(5.31)

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \tau_i \left[\hat{e} \frac{1 + \tau_3}{2} - \left(\frac{\kappa_p + \kappa_n}{2} + \tau_3 \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2} \right) \frac{\sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu}{2M} \right] = \\ = \frac{1}{2} \tau_i \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p + \kappa_n}{2M} \sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu \right) + \\ + \frac{1}{2} \left(\delta_{i3} + \frac{1}{2} [\tau_i, \tau_3]_- \right) \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu \right), \\ \left[\hat{e} \frac{1 + \tau_3}{2} - \left(\frac{\kappa_p + \kappa_n}{2} + \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2} \tau_3 \right) \frac{\sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu}{2M} \right] \tau_i = \\ = \frac{\tau_i}{2} \left[\hat{e} - \frac{\kappa_p + \kappa_n}{2M} \sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu \right] + \\ + \frac{1}{2} \left(\delta_{i3} - \frac{1}{2} [\tau_i, \tau_3]_- \right) \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \sigma_{\mu\nu} \epsilon_\mu q_\nu \right), \\ i\epsilon_{3mn} \tau_n = \frac{1}{2} [\tau_3 \tau_m]_-, \end{aligned}$$

получим следующие формулы для величин $\bar{u}(p_2) m^{(\pm, 0)} u(p_1)$:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) m^{(0)} u(p_1) = \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p + \kappa_n}{2M} \right) + \right. \\ \left. + \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p + \kappa_n}{2M} \right) \frac{\hat{p}_2 - \hat{p} + M}{u + M^2} \gamma_5 \right] u(p_1), \quad (5.32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) m^{(+)} u(p_1) = \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \right) + \right. \\ \left. + \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \right) \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \right] u(p_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) m^{(-)} u(p_1) = \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \right) - \right. \\ \left. - \left(\hat{e} - \hat{e} \hat{q} \frac{\kappa_p - \kappa_p}{2M} \right) \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} + \frac{4ek}{t - m_\pi^2} \gamma_5 \right] u(p_1). \end{aligned}$$

Легко убедиться, что все три слагаемые $m^{(0)}$, $m^{(+)}$, $m^{(-)}$ в (5.31) удовлетворяют условию сохранения электромагнитного адронного тока. Действительно, делая замену $e \rightarrow q$ в (5.32), получим

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) m^{(0)}(e \rightarrow q) u(p_1) = \bar{u}(p_2) m^{(+)}(e \rightarrow q) u(p_1) = \\ = \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left(\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \hat{q} + \hat{q} \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \right) u(p_1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{(\hat{p}_1 + M) \hat{q}}{s - M^2} + \frac{\hat{q}(\hat{p}_2 + M)}{u - M^2} \gamma_5 \right] u(p_1) = 0, \\
&\quad \bar{u}(p_2) m^{(-)}(e \rightarrow q) u(p_1) = \\
&= \frac{1}{2} \bar{u}(p_2) \left(\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + M}{s - M^2} \hat{q} - \hat{q} \frac{\hat{p}_2 + M}{u - M^2} \gamma_5 + \frac{4kq}{t - m_\pi^2} \gamma_5 \right) u(p_1) = 0.
\end{aligned}$$

Поэтому каждая из величин $\bar{u}(p_2) m^{(\pm, 0)} u(p_1)$ может быть разложена по четырем независимым структурам (см. формулу (5.17)), и коэффициенты разложения будут представлять собой инвариантные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в борновском приближении.

Таким образом, инвариантные амплитуды $A_i^{(\pm, 0)}$ в борновском приближении определяются формулой [20]

$$A_i^{(\pm, 0)}(s, t, u) = \Gamma_i^{(\pm, 0)} \left(\frac{1}{s - M^2} + \xi_i^{(\pm, 0)} \frac{1}{u - M^2} \right), \quad (5.33)$$

где вычеты $\Gamma_i^{(\pm, 0)}$ равны

$$\Gamma_1^{(\pm, 0)} = \frac{e}{2} g_\pi, \quad \Gamma_2^{(\pm, 0)} = -\frac{eg_\pi}{t - m_\pi^2},$$

$$\Gamma_3^{(\pm)} = \Gamma_4^{(\pm)} = -\frac{1}{2} (\kappa_p - \kappa_n) \frac{eg_\pi}{2M},$$

$$\Gamma_3^{(0)} = \Gamma_4^{(0)} = -\frac{1}{2} (\kappa_p + \kappa_n) \frac{eg_\pi}{2M},$$

а величины $\xi_i^{(\pm, 0)}$ принимают значения ± 1 : $\xi_i^{(\pm, 0)} = \pm 1$, если $i = 1, 2, 4$; $\xi_i^{(\pm, 0)} = \mp 1$, если $i = 3$ (верхний знак относится к индексам «+» и 0, нижний — к индексу «-»).

Видим, что в борновском приближении инвариантные амплитуды $A_i^{(\pm, 0)}$ удовлетворяют следующему свойству симметрии:

$$A_i^{(\pm, 0)}(s, t, u) = \xi_i^{(\pm, 0)} A_i^{(\pm, 0)}(u, t, s). \quad (5.34)$$

Можно показать, основываясь на S -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов, что это свойство, называемое свойством перекрестной симметрии, справедливо и для полных амплитуд (независимо от используемого приближения). Для инвариантных амплитуд процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах, имеющих изотопические индексы \pm и 0, это свойство позволяет переписать дисперсионные соотношения (5.30) для амплитуд $A_i^{(\pm, 0)}$ ($i = 1, \dots, 4$) в следующем виде [16, 20, 28, 50, 61]:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re} A_i^{(\pm, 0)}(s, t, u) &= \Gamma_i^{(\pm, 0)}(t) \left(\frac{1}{s - M^2} + \xi_i^{(\pm, 0)} \frac{1}{u - M^2} \right) + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \operatorname{Im} A_i^{(\pm, 0)}(s', t) \left(\frac{1}{s' - s} + \xi_i^{(\pm, 0)} \frac{1}{s' - u} \right). \quad (5.35)
\end{aligned}$$

(Здесь предполагалось, что все инвариантные амплитуды достаточно быстро убывают на бесконечности.)

Заметим, что в дисперсионные интегралы (5.35) вносит вклад нефизическая область значений s (рис. 5.11). Для вычисления вклада в дисперсионный интеграл, вносимого этим интервалом переменной s , необходимо знать $\text{Im} A_i(s, t)$ при нефизических значениях $\cos \vartheta_\pi$, т. е. при $|\cos \vartheta_\pi| > 1$. Ясно, что нефизическая область пере-

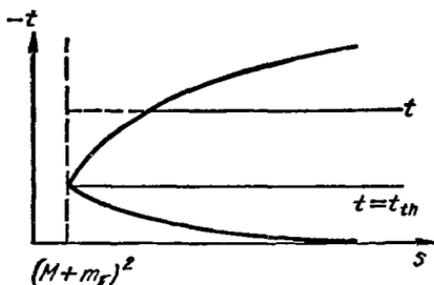


Рис. 5.11. Физическая область для процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (пунктирный участок прямой $t = \text{const}$ — нефизическая область значений s).

Гораздо удобнее пользоваться мультипольными амплитудами. Это связано с двумя обстоятельствами.

Во-первых, инвариантные амплитуды зависят от двух инвариантных переменных, мультипольные — только от одной переменной W . Казалось бы, это упрощение ничего не дает, так как число инвариантных амплитуд процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (равное четырем) значительно меньше числа мультипольных амплитуд (инвариантные амплитуды раскладываются в общем случае в бесконечные ряды по мультипольным амплитудам). Однако при фиксированной энергии γ -кванта существенными оказываются только несколько первых мультипольных амплитуд, отвечающих образованию $\pi + N$ -системы с низшими значениями орбитального момента. Это обусловлено конечным радиусом сильного взаимодействия.

Во-вторых, при энергиях γ -кванта, не превышающих порога E_{th} фотообразования двух π -мезонов $\gamma + N \rightarrow N + 2\pi$ ($E_{th} = 2m_\pi + 2\frac{m_\pi^2}{M}$), фазы мультипольных амплитуд реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ совпадают с фазами πN -рассеяния, поэтому их можно взять из данных о πN -взаимодействии и тем самым уменьшить число неизвестных величин, определяющих мультипольные амплитуды.

Рассмотрим эти вопросы подробнее. При $E_\gamma \leq 350 \text{ Мэв}$ орбитальный момент π -мезона в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ не превышает единицы. Действительно, если радиус R сильного взаимодействия (совпадающий по порядку величины с размером нуклона) ко-

менной s тем больше, чем больше $|t|$. Из рис. 5.11 видно, что нефизическая область отсутствует только в том случае, если $t = t_{th}$, где t_{th} — пороговое значение квадрата переданного импульса,

$$t_{th} = m_\pi \left(m_\pi - M - \frac{m_\pi M}{M + m_\pi} \right).$$

1.10. Дисперсионные соотношения для мультипольных амплитуд. До сих пор мы говорили о дисперсионных соотношениях для инвариантных амплитуд.

нечен, то орбитальный момент мезонов, вылетающих из нуклона с импульсом \vec{k} , должен быть ограничен неравенством $l \leq |\vec{k}| R$. Поэтому при $R \simeq 1/2m_\pi$ и $E_\gamma \leq 350$ Мэв получим $l = 0, 1$. Это означает, что в интервале энергий $E_\gamma = 150\text{—}350$ Мэв отличны от нуля только следующие четыре мультипольные амплитуды: E_{0+} (амплитуда поглощения электрического дипольного γ -кванта с образованием $\pi + N$ -системы с нулевым орбитальным моментом), M_{1+} , M_{1-} (амплитуды поглощения магнитного дипольного γ -кванта с образованием πN -системы с $l = 1$ и $j = 1/2, 3/2$) и E_{1+} (амплитуда поглощения электрического квадрупольного γ -кванта с образованием $\pi + N$ -системы с $l = 1, j = 3/2$). Если удержать вклад этих четырех мультипольных амплитуд, то скалярные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ будут определяться следующими формулами:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1(W, \cos \vartheta_\pi) &= 3 \cos \vartheta_\pi (E_{1+} + M_{1+}) + E_{0+}, \quad \mathcal{F}_2(W, \cos \vartheta_\pi) = \\ &= (2M_{1+} + M_{1-}), \quad \mathcal{F}_3(W, \cos \vartheta_\pi) = 3 (E_{1+} - M_{1+}), \\ \mathcal{F}_4(W, \cos \vartheta_\pi) &= 0. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (5.10), найдем дифференциальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$

$$\frac{|\vec{q}|}{|\vec{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma p \rightarrow p \pi^0) = a_0 + a_1 \cos \vartheta_\pi + a_2 \cos^2 \vartheta_\pi,$$

где коэффициенты a_0, a_1, a_2 определяются следующими билинейными комбинациями мультипольных амплитуд:

$$\begin{aligned} a_0 &= |E_{0+}|^2 + |M_{1-}|^2 + \frac{5}{2} |M_{1+}|^2 + \frac{9}{2} |E_{1+}|^2 + \\ &+ \operatorname{Re} M_{1+} M_{1-}^* + 3 \operatorname{Re} M_{1-} E_{1+}^* - 3 \operatorname{Re} M_{1+} E_{1+}^*, \\ a_1 &= -2 \operatorname{Re} M_{1-} E_{0+}^* + 2 \operatorname{Re} M_{1+} E_{0+}^* + 6 \operatorname{Re} E_{0+} E_{1+}^*, \\ a_2 &= -\frac{3}{2} |M_{1+}|^2 + \frac{9}{2} |E_{1+}|^2 + 9 \operatorname{Re} M_{1+} E_{1+}^* - \\ &- 9 \operatorname{Re} M_{1-} E_{1+}^* - 3 \operatorname{Re} M_{1+} M_{1-}^*. \end{aligned}$$

Отсюда видим, если ограничиться вкладом только двух значений орбитального момента пиона $l = 0$ и $l = 1$, то дифференциальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ будет полиномом второй степени относительно $\cos \vartheta_\pi$. Это подтверждено экспериментально [9]. Более того, данные по угловому распределению π^0 -мезонов в реакции $\gamma +$

+ $p \rightarrow p + \pi^0$ согласуются с зависимостью

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\pi}} (\gamma p \rightarrow p \pi^0) \simeq 5 - 3 \cos^2 \vartheta_{\pi},$$

т. е. $a_1 = 0$, $a_0/a_2 = -5/3$. Отсюда можно заключить, что для реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ в этой области энергий отлична от нуля только амплитуда M_{1+} .

Энергетическая зависимость полного сечения $\sigma_t(\gamma p \rightarrow p \pi^0)$, как следует из опыта [9], имеет резонансный характер. Такая зависимость соответствует предположению, что процесс $\gamma + p \rightarrow$

$\rightarrow p + \pi^0$ может быть описан с помощью диаграммы, представленной на рис. 5.12.

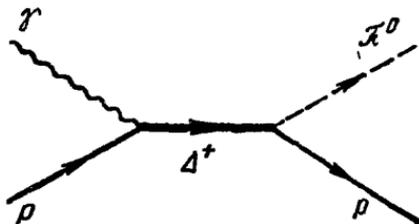


Рис. 5.12. Диаграмма, отвечающая вкладу Δ^+ -изобара в s -канале.

Можно сказать, что в области энергий γ -кванта от порога вплоть до 400—450 $Mэв$ действует следующий механизм фотообразования π^0 -мезонов: протон, поглощая γ -квант, переходит в возбужденное состояние — Δ^+ -изобару с массой около 1240 $Mэв$, спином $3/2$, положительной пространственной четностью и изотопическим спином $3/2$, а затем Δ^+ -изобара распадается на протон и π^0 -мезон.

Этот резонанс (т. е. Δ^+ -изобара) должен проявиться и в процессе $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$. При учете только резонансного механизма сечение образования π^0 -мезонов согласно (5.20) должно в два раза превышать сечение образования π^+ -мезонов. На опыте эти сечения одинаковы в резонансной области. Это означает, что наряду с резонансным вкладом в реакции $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ играет роль также механизм образования π^+ -мезонов в s -состоянии за счет поглощения электрического дипольного γ -кванта (резонансный механизм соответствует поглощению магнитного дипольного γ -кванта).

Еще одно различие реакций $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ и $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ связано с поведением дифференциального сечения процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ при малых углах образования π^+ -мезона. Присутствие однопионной диаграммы в $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ (не дающей вклада в амплитуду процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$) приводит к образованию пионов под малыми углами (так называемый фотоэлектрический механизм; название отражает сходство механизма обычного фотоэффекта с выбиванием атомного электрона и механизма взаимодействия γ -кванта большой энергии с заряженными π -мезонами, находящимися в облаке π -мезонов, окружающем нуклон).

В силу соотношения неопределенности одиночный π -мезон может удаляться на сравнительно большие расстояния от центра нуклона и после взаимодействия с γ -квантом вылетать с большими значениями орбитального момента. Этот вывод подтверждается анали-

зом зависимости от угла образования пиона ϑ_π величины $(t - m_\pi^2)^{-1}$, отвечающей однопионной диаграмме

$$(t - m_\pi^2)^{-1} = (-2kq)^{-1} = \frac{(1 - \beta_\pi \cos \vartheta_\pi)^{-1}}{-2\tilde{E}_\gamma \tilde{E}_\pi},$$

где β_π — скорость π -мезона. При $\beta_\pi \rightarrow 1$ разложение в ряд по степеням $\cos \vartheta_\pi$ (или, что то же самое, по орбитальным моментам) величины $(1 - \beta_\pi \cos \vartheta_\pi)^{-1}$ сходится плохо, что объясняется присутствием большого числа мультипольных амплитуд для однопионного механизма. Поэтому дифференциальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ описывается несколько иначе, чем дифференциальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$. Если наряду с вкладом фотоэлектрического механизма удержать вклад мультипольных амплитуд с $l = 0$ и $l = 1$, то дифференциальное сечение процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ можно представить в виде [53, 54]

$$(1 - \beta_\pi \cos \vartheta_\pi)^2 \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma p \rightarrow n \pi^+) = b_0 + b_1 \cos \vartheta_\pi + \\ + b_2 \cos^2 \vartheta_\pi + b_3 \cos^3 \vartheta_\pi + b_4 \cos^4 \vartheta_\pi,$$

где b_0, \dots, b_4 — некоторые коэффициенты, зависящие только от полной энергии W .

Мультипольные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ являются комплексными функциями, зависящими от энергии W . Покажем, что из унитарности S -матрицы вытекает связь между амплитудами процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ и $\pi + N \rightarrow \pi + N$. Для этого рассмотрим состояние $|\gamma N\rangle$ с определенными значениями полного углового момента j , пространственной четности η_p , полной энергии W и углового момента j_γ -кванта. Это состояние (обозначим его для краткости $|1\rangle$) может перейти в состояние $|\pi N\rangle$ с теми же значениями j , η_p и W . Будем характеризовать состояние $|\pi N\rangle$ (обозначим его $|2\rangle$) также значением полного изотопического спина. Возможные переходы между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ отвечают процессам

$$\left. \begin{aligned} \gamma + N \rightarrow \gamma + N, \quad \gamma + N \rightarrow \pi + N, \\ \pi + N \rightarrow \gamma + N, \quad \pi + N \rightarrow \pi + N. \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

Обозначим матричные элементы S -матрицы между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ через S_{11} , S_{12} , S_{21} , S_{22} , так что

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.37)$$

Если полная энергия W заключена в интервале $M + m_\pi \leq W \leq M + 2m_\pi$, то в низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия между состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ могут протекать только реакции (5.36) и матрица (5.37) должна быть унитарной:

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Если не учитывать электромагнитное взаимодействие, то, очевидно, получим $S_{11} = 1$, $S_{12} = S_{21} = 0$. Из условия унитарности следует, что $|S_{22}|^2 = 1$, т. е. $S_{22} = e^{2i\delta}$, где δ — некоторая функция от W , называемая фазой πN -рассеяния (в состоянии с определенными значениями полного углового момента, пространственной четности и полного изотопического спина).

При учете электромагнитного взаимодействия в первом порядке по константе e по-прежнему $S_{11} = 1$ (отличие от единицы появится во втором порядке по константе e), а величины S_{12} , S_{21} будут отличны от нуля. Условие унитарности приводит теперь к соотношению

$$S_{21}^* + S_{12}e^{-2i\delta} = 0.$$

Из T -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов следует, что $S_{12} = -S_{21}$. Записав S_{12} в виде $S_{12} = |S_{12}|e^{i\delta_\gamma}$, получим $\delta_\gamma = \delta$. Таким образом, фаза мультипольной амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ совпадает с фазой $\pi + N$ -рассеяния (этот результат носит название теоремы Ферми — Ватсона [37, 62]). Теперь можем обратиться к выводу дисперсионных соотношений для мультипольных амплитуд процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Они могут быть получены из дисперсионных соотношений (5.35) для инвариантных амплитуд, если предварительно вывести дисперсионные соотношения для скалярных амплитуд. Разлагая скалярные амплитуды по мультипольным, получим дисперсионные соотношения для мультипольных амплитуд.

Связь скалярных амплитуд \mathcal{F}_i с инвариантными амплитудами $A_i(s, t)$ согласно (5.18) может быть записана в виде

$$\tilde{\mathcal{F}} = \{C^{-1}(s)\} \{B(s, t)\} \tilde{A}(s, t), \quad (5.38)$$

где $\tilde{\mathcal{F}}$ — столбец, образованный из величины $\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_4$; $\tilde{A}(s, t)$ — столбец, образованный из величин A_1, \dots, A_4 ; $\{C\}$ — диагональная матрица, отличные от нуля элементы которой зависят только от s :

$$\{C\} = \frac{8\pi W}{(W - M) \sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)(W - M)}{|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|(W + M)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\tilde{E}_1 + M)(W - M)}{|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|(W + M)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tilde{E}_2 + M}{|\tilde{\mathbf{k}}|^2} \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

Матрица $\{B\}$ имеет следующий вид:

$$\{B\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{k \cdot q}{W - M} & W - M - \frac{k \cdot q}{W - M} \\ -1 & 0 & \frac{-k \cdot q}{W + M} & -(W + M) + \frac{k \cdot q}{W + M} \\ 0 & W - M & 1 & -1 \\ 0 & -(W + M) & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (5.40)$$

а инвариантные амплитуды $A_i(s, t)$ следующим образом выражаются через скалярные:

$$\tilde{A}(s, t) = \{B^{-1}(s, t)\} \{C(s)\} \tilde{\mathcal{F}}(W, \cos \vartheta_\pi). \quad (5.41)$$

Мультипольные разложения скалярных амплитуд \mathcal{F}_i можно записать в виде

$$\tilde{\mathcal{F}}(W, \cos \vartheta_\pi) = \sum_{l=0}^{\infty} \{G_l(\cos \vartheta_\pi)\} \tilde{m}_l(W), \quad (5.42)$$

где m_l — 4-столбец с компонентами E_{l+} , E_{l-} , M_{l+} , M_{l-} , $\{G_l(z)\}$ — матрица, элементы которой определяются производными от полиномов Лежандра $P_l(z)$,

$$\{G_l(z)\} = \begin{bmatrix} P'_{l+1}(z) & P'_{l-1}(z) & l P'_{l+1}(z) & (l+1) P'_{l-1}(z) \\ 0 & 0 & (l+1) P'_l(z) & l P'_l(z) \\ P''_{l+1}(z) & P''_{l-1}(z) & -P''_{l+1}(z) & P''_{l-1}(z) \\ -P'_l(z) & -P'_l(z) & P'_l(z) & -P'_l(z) \end{bmatrix}. \quad (5.43)$$

Наконец, мультипольные амплитуды следующим образом связаны со скалярными:

$$\tilde{m}_l(s) = \int_{-1}^{+1} dx \{D_l(x)\} \tilde{\mathcal{F}}(s, x), \quad (5.44)$$

где матрица $\{D_l(x)\}$ определяется формулой

$$\{D_l(x)\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2(l+1)} \left[P_l(x) - P_{l+1}(x) \frac{l}{2l+1} (P_{l-1}(x) - P_{l+1}(x)) \frac{l+1}{2l+3} (P_l - P_{l+2}) \right] \\ \frac{1}{2l} \left[P_l(x) - P_{l-1}(x) \frac{l+1}{2l+1} (P_{l+1}(x) - P_{l-1}(x)) \frac{l}{2l-1} (P_l - P_{l-2}) \right] \\ \frac{1}{2(l+1)} \left[P_l(x) - P_{l+1}(x) \frac{1}{2l+1} (P_{l+1}(x) - P_{l-1}(x)) \right. & 0 \\ \left. \frac{1}{2l} \left[-P_l(x) P_{l-1}(x) \frac{1}{2l+1} (P_{l-1}(x) - P_{l+1}(x)) \right. \right. & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.45)$$

Поступим теперь следующим образом. С помощью формул (5.39) и (5.44) свяжем действительные части мультипольных амплитуд с действительными частями инвариантных амплитуд:

$$\operatorname{Re} \tilde{m}_I^{(n)}(s) = \int_{-1}^{+1} \{D_I(x)\} dx \{C^{-1}(s)\} \{B(s, t)\} \operatorname{Re} \tilde{A}^I(s, t) \quad (5.46)$$

(символ I служит для обозначения изотопических амплитуд). Подставляя сюда выражения (5.35) для действительных частей инвариантных амплитуд, получим

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \tilde{m}_I^{(n)}(s) = & \int_{-1}^{+1} dx \{D_I(x)\} \{C^{-1}(s)\} \{B(s, t)\} \Gamma^{(n)}(t) \left(\frac{1}{s - M^2} + \right. \\ & \left. + \{\xi^{\pm, 0}\} \frac{1}{u - M^2} \right) + \frac{1}{\pi} P \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \int_{-1}^{+1} dx \{D_I(x)\} \{C^{-1}(s)\} \times \\ & \times \{B(s, t)\} \left(\frac{1}{s' - s} + \{\xi\} \frac{1}{s' - u} \right) \operatorname{Im} \tilde{A}^{(\pm, 0)}(s', t), \quad (5.47) \end{aligned}$$

где $\{\xi^{\pm, 0}\}$ — диагональные матрицы с элементами $\{\xi^{\pm, 0}\} = 1, 1, -1, 1$; $\{\xi^{-1}\} = -1, -1, 1, 1$.

Используя далее соотношения (5.41) и (5.42), получим связь мнимых частей инвариантных амплитуд с мнимыми частями мультипольных амплитуд

$$\operatorname{Im} \tilde{A}(s', t) = \{B^{-1}(s', t)\} \{C(s')\} \sum_{I'=0}^{\infty} \{G_I(x')\} \operatorname{Im} \tilde{m}_I(s'), \quad (5.48)$$

где

$$x' = \frac{|\tilde{k}| |\tilde{q}|}{|k'| |\tilde{q}'|} x - \frac{\tilde{E}'_y E'_\pi - E_y E_\pi}{|k'| |\tilde{q}'|}$$

(величины со штрихами отвечают значениям s').

Подставляя это выражение в (5.47), получим окончательно следующие дисперсионные соотношения для мультипольных амплитуд [22]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \tilde{m}_I^{(n)}(W) = & \tilde{m}_{I, B}^{(n)}(W) + \frac{1}{\pi} P \int_{M+m_\pi}^{\infty} dW' \frac{\operatorname{Im} \tilde{m}_I^{(n)}(W')}{W' - W} + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{M+m_\pi}^{\infty} dW' \sum_{I'} K_{II'}^{(n)}(W, W') \operatorname{Im} \tilde{m}_{I'}^{(n)}(W'), \quad (5.49) \end{aligned}$$

где $K_{II'}^{(n)}(W, W')$ — некоторые функции двух переменных W и W' , определяющие вклад в дисперсионные соотношения левого раз-

реза, т. е. отрицательных значений s' (мнимая часть амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ в u -канале).

Величины $m_{i,B}^{(l)}(E_{i\pm,B}, E_{i\mp,B}, M_{i\pm,B}^{(l)}, M_{i\mp,B}^{(l)})$ представляют собой мультипольные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, вычисленные в борновском приближении [33],

$$\begin{aligned}
 E_{i\pm,B}(W) &= \frac{1}{l+1} Z \left\{ \frac{1}{2} \delta_{i0} (\xi - 1) \left(\kappa - \frac{M}{W} \right) + \frac{1}{2} \delta_{i0} (\xi + 1) \times \right. \\
 &\times (\kappa + 1) \frac{M}{W} - \xi (\kappa + 1) \mathcal{F}_{i+} + (\xi - 1) \left[\frac{2M}{W+M} l R_i^\pi - \right. \\
 &- \frac{2M}{W-M} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|(l+1)}{\tilde{E}_2 + M} R_{i+1}^\pi \left. \right] - \xi \left(\kappa + \frac{2M}{W+M} \right) l R_i^N - \\
 &- \xi \left(\kappa - \frac{2M}{W-M} \right) \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|(l+1)}{\tilde{E}_2 + M} R_{i+1}^N \left. \right\}, \\
 E_{i\pm,B}(W) &= \frac{1}{l} Z \left\{ -\xi (1 + \kappa) \mathcal{F}_{i-} + (1 - \xi) \left[\frac{2M(l+1)}{W+M} R_i^\pi - \right. \right. \\
 &- \left. \frac{2M|\tilde{\mathbf{k}}| l R_{i-1}^\pi}{(W+M)(\tilde{E}_2 + M)} \right] + \xi \left(\kappa + \frac{2M}{W+M} \right) (l+1) R_i^N + \\
 &+ \xi \left(\kappa - \frac{2M}{W+M} \right) \frac{|\tilde{\mathbf{k}}| l}{\tilde{E}_2 + M} R_{i-1}^N \left. \right\}, \\
 M_{i\pm,B}(W) &= \frac{Z}{l+1} \left\{ -\xi (1 + \kappa) \mathcal{F}_{i+} + (1 - \xi) \frac{2M}{W+M} R_i^\pi + \right. \\
 &+ \xi \left(\kappa + \frac{2M}{W+M} \right) R_i^N \left. \right\}, \tag{5.50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{i\pm,B}(W) &= \frac{Z}{l} \left\{ \delta_{i1} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{\tilde{E}_2 + M} \left[\frac{1}{2} (\xi - 1) \left(\kappa + \frac{M}{W} \right) - \right. \right. \\
 &- \left. \frac{\xi + 1}{2} (\kappa + 1) \frac{M}{W} \right] + \xi (\kappa + 1) \mathcal{F}_{i-} + \\
 &+ (\xi - 1) \frac{2M}{W+M} R_i^\pi - \xi \left(\kappa + \frac{2M}{W+M} \right) R_i^N \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{i\pm} &= (-1)^l M |\tilde{\mathbf{q}}| \left[\frac{Q_i(\tilde{E}_2/|\tilde{\mathbf{k}}|)}{|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|} - \right. \\
 &- \left. \frac{W+M}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)(W-M)} Q_{i\pm 1} \left(\frac{\tilde{E}_2}{|\tilde{\mathbf{k}}|} \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$R_l^N = \frac{(-1)^l}{2l+1} \left[Q_{l+1} \left(\frac{\tilde{E}_2}{|\tilde{k}|} \right) - Q_{l-1} \left(\frac{\tilde{E}_2}{|\tilde{k}|} \right) \right],$$

$$R_l^\pi = \frac{1}{2l+1} \left[Q_{l+1} \left(\frac{\tilde{E}_\pi}{|\tilde{k}|} \right) - Q_{l-1} \left(\frac{\tilde{E}_\pi}{|\tilde{k}|} \right) \right],$$

$$Z = \frac{e g_\pi}{4\pi} \frac{1}{4Mm_\pi} \sqrt{\frac{\tilde{E}_2 + M}{W}}, \quad Q_l(y) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dx \frac{P_l(x)}{x-y}.$$

В формулах (5.50) опущены изотопические индексы, поэтому следует иметь в виду, что $\kappa = \kappa_p + \kappa_n$ для изоспинового индекса 0, $\kappa_p - \kappa_n = \kappa$ для изоспиновых индексов \pm , $\xi = +1$ для изоспиновых индексов $+$, 0, $\xi = -1$ для изоспинового индекса $-$.

1.11. Определение мультипольных амплитуд фотообразования π -мезонов с помощью дисперсионных соотношений. Дисперсионные соотношения (5.49) вместе с условием унитарности представляют систему интегральных уравнений для мультипольных амплитуд процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах. Если считать известными фазы πN -рассеяния и пренебречь вкладом многочастичных (с числом частиц более двух) промежуточных состояний в мнимую часть амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, то эта система будет системой линейных интегральных сингулярных уравнений для мультипольных амплитуд. Решение ее позволяет найти мультипольные амплитуды в терминах фаз πN -рассеяния и известных констант — аномальных магнитных моментов нуклонов и константы πN -взаимодействия. Фазы πN -рассеяния должны быть предварительно определены из опытов по рассеянию π -мезонов нуклонами.

Если рассматривать сравнительно небольшую область энергий γ -кванта ($E_\gamma < 400$ Мэв), то в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ играют роль несколько низших мультипольных амплитуд с $l = 0, 1$. Поэтому в суммах по l' в (5.49) можно учитывать только первые два слагаемые, соответствующие $l' = 0$ и $l' = 1$ — амплитуды только этих переходов имеют заметную мнимую часть.

Таким образом, уравнения (5.49) в области энергий γ -кванта $E_\gamma < 400$ Мэв сводятся к системе связанных сингулярных интегральных уравнений для мультипольных амплитуд фотообразования π -мезонов в s - и p -состояниях и к совокупности несвязанных сингулярных интегральных уравнений для всех других мультипольных амплитуд. При этом неоднородный член в несвязанных интегральных уравнениях представляет собой сумму вкладов борновского члена и левого разреза, определяемого мультипольными амплитудами фоторождения пионов в s - и p -состояниях. Поэтому решение несвязанных интегральных уравнений возможно только после решения системы интегральных уравнений для амплитуд s - и p -волн.

Чтобы разъяснить идею решения сингулярных интегральных

уравнений, рассмотрим простейшее уравнение вида [11, 57]

$$\operatorname{Re} M(x) = M_0(x) + \frac{1}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{dx' \operatorname{Im} M(x')}{x' - x},$$

где $M_0(x)$ — известная функция (в уравнениях (5.49) эта функция определяется суммой борновского члена и вклада от левого разреза). Так как

$$\frac{1}{x' - x \pm i0} = P \frac{1}{x' - x} \mp i\pi\delta(x' - x), \quad (5.51)$$

то это уравнение эквивалентно уравнению

$$M(x) = M_0(x) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx' \operatorname{Im} M(x')}{x' - x - i0}. \quad (5.52)$$

Мнимая часть амплитуды фоторождения π -мезонов на нуклонах согласно теореме Ферми — Ватсона определяется произведением амплитуд процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, $\pi + N \rightarrow \pi + N$. Поэтому для интересующей нас задачи $\operatorname{Im} M(x)$ следует считать пропорциональной $M(x)$, т. е.

$$\operatorname{Im} M(x) = h^*(x) M(x),$$

где $h(x)$ — известная функция. Для процесса фотообразования π -мезонов на нуклонах $h(x) = e^{i\delta(x)} \sin \delta(x)$, где $\delta(x)$ — фаза πN -рассеяния. Поэтому простейшая математическая задача, которая возникает при исследовании процесса фотообразования пионов на нуклонах, сводится к решению сингулярного интегрального уравнения вида

$$M(x) = M_0(x) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx' M(x') h^*(x')}{x' - x - i0}. \quad (5.53)$$

Вводя обозначения

$$\Phi^{\pm}(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} \frac{M(x') h^*(x') dx'}{x' - x \pm i0}$$

и используя формулу (5.51), получим

$$\left. \begin{aligned} \Phi^+(x) - \Phi^-(x) &= M(x) h^*(x), \\ \Phi^+(x) + \Phi^-(x) &= \frac{1}{i\pi} P \int_0^{\infty} \frac{M(x') h^*(x') dx'}{x' - x}. \end{aligned} \right\} \quad (5.54)$$

Перепишем далее интегральное уравнение (5.53) в виде

$$M(x) = M_0(x) + \frac{1}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{M(x') h^*(x') dx'}{x' - x} + i h^*(x) M(x).$$

Исключая отсюда $M(x)$ с помощью (5.54), получим следующее уравнение для функции $\Phi^{\pm}(x)$:

$$\Phi^+(x) (1 - 2i h^*(x)) - \Phi^-(x) = M_0(x) h^*(x). \quad (5.55)$$

Чтобы решить это уравнение, представим $\Phi^{\pm}(x)$ в виде

$$\Phi^{\pm}(x) = F^{\pm}(x) \rho^{\pm}(x),$$

где $\rho^{\pm}(x)$ выбраны так, что удовлетворяется условие

$$\frac{\rho^+(x)}{\rho^-(x)} (1 - 2i h^*(x)) = 1. \quad (5.56)$$

Уравнение (5.55) приобретает вид

$$F^+(x) - F^-(x) = \frac{M_0(x) h^*(x)}{\rho^-(x)}.$$

Так как $F^+(x)$ и $F^-(x)$ представляют значения единой аналитической функции $F(x)$ на верхнем и нижнем берегах разреза вдоль вещественной оси, то решение этого уравнения определяется формулой

$$F^{\pm}(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_0^{\infty} \frac{M_0(x') h^*(x') dx'}{\rho^-(x') (x' - x \mp i0)}.$$

Входящая сюда функция $\rho^-(x)$ может быть найдена следующим образом. Переписав условие (5.56) в виде

$$\ln \rho^+(x) - \ln \rho^-(x) = 2i\delta(x),$$

легко заключить, что

$$\ln \rho^{\pm}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx' \delta(x')}{x' - x \mp i0},$$

т. е.

$$\rho^{\pm}(x) = \exp \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx' \delta(x')}{x' - x \mp i0} \right).$$

Полученные формулы позволяют найти теперь функцию $M(x)$:

$$M(x) = M_0(x) e^{i\delta(x)} \cos \delta(x) + \frac{\rho(x) e^{i\delta(x)}}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{dx' M_0(x') \sin \delta(x')}{\rho(x') (x' - x)},$$

где

$$\rho(x) = \exp\left(\frac{1}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{dx' \delta(x')}{x' - x}\right).$$

Мы рассмотрели простейший пример одного сингулярного уравнения. Реальная задача определения мультипольных амплитуд фоторождения π -мезонов на нуклонах гораздо сложнее, так как имеется не одно уравнение, а система интегральных сингулярных уравнений. Поэтому практически эта система решается с помощью ЭВМ.

Решение этой системы упрощается благодаря следующим обстоятельствам [22]. Прежде всего, мультипольные амплитуды $\tilde{m}_l^{(0)}$ определяются из уравнений, не содержащих амплитуд $\tilde{m}_l^{(1)}$ и $\tilde{m}_l^{(3)}$, тогда как уравнения для амплитуд $\tilde{m}_l^{(1)}$ и $\tilde{m}_l^{(3)}$ не разделяются (напомним, что мультипольные амплитуды $\tilde{m}_l^{(0)}$ отвечают поглощению изоскалярного γ -кванта, а амплитуды $\tilde{m}_l^{(1)}$ и $\tilde{m}_l^{(3)}$ — поглощению изовекторного γ -кванта с образованием $\pi + N$ -системы с полным изоспином $1/2$ и $3/2$).

Наиболее простая ситуация возникает для мультипольных амплитуд $\tilde{m}_l^{(0)}$, так как в интегральные уравнения для них большая резонансная амплитуда $M_{1+}^{(3)}$ вклада не дает. Поэтому наибольший вклад от левого разреза определяется амплитудой $E_{0+}^{(0)}$. Последняя находится из решения интегрального уравнения типа (5.53), а затем используется для вычисления неоднородных частей сингулярных интегральных уравнений для всех других мультипольных амплитуд.

Несколько более сложная ситуация возникает для мультипольных амплитуд поглощения изовекторных γ -квантов $\tilde{m}_l^{(1)}$ и $\tilde{m}_l^{(3)}$. Анализ структуры соответствующих ядер K_{ll} в интегральных уравнениях показывает, что интегральное уравнение для M_{1+} нечувствительно к вкладам других возможных мультипольных амплитуд. Это означает, что возникает интегральное уравнение, содержащее одну амплитуду $M_{1+}^{(3)}$. И только амплитуды $E_{0+}^{(1)}$ и $E_{0+}^{(3)}$ определяются из системы двух интегральных уравнений.

Таким образом, если, решив интегральные уравнения, найти мультипольные амплитуды $E_{0+}^{(1)}$, $E_{0+}^{(3)}$ и $M_{1+}^{(3)}$, то вклад левого разреза, обусловленный этими мультипольными амплитудами, в интегральные уравнения для других амплитуд может быть вычислен, а эти интегральные уравнения могут быть решены так же, как и уравнение (5.53).

Дальнейшее упрощение возможно для тех мультипольных амплитуд, которые описывают образование πN -системы в состояниях с малыми значениями фаз πN -рассеяния. Для таких амплитуд можно

не решать интегральных уравнений, так как в этом случае можно пренебречь мнимыми частями. Действительные же части этих амплитуд представляют собой сумму борновского слагаемого и слагаемого, обусловленного вкладом от левого разреза (заметим, что для амплитуд $\tilde{m}_i^{(0)}$ вклад от левого разреза определяется амплитудой $E_{0+}^{(0)}$, для амплитуд $\tilde{m}_i^{(1)}$ и $\tilde{m}_i^{(3)}$ — амплитудами $M_{1+}^{(3)}$, $E_{0+}^{(1)}$ и $E_{0+}^{(3)}$).

После того как найдены (без решения интегральных уравнений) действительные части мультипольных амплитуд, мнимые части их восстанавливаются с помощью теоремы Ферми — Ватсона

$$\text{Im } \tilde{m}_l = \text{tg } \delta_l \text{Re } \tilde{m}_l.$$

В итоге дисперсионные соотношения позволяют найти мультипольные амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ как функции энергии.

Результаты расчетов, основанные на дисперсионных соотношениях, с результатами опыта можно сравнивать двумя способами. Один способ заключается в том, чтобы, используя найденные мультипольные амплитуды, вычислить наблюдаемые на опыте величины, т. е. дифференциальное сечение процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (со всеми неполяризованными частицами), поляризацию нуклонов отдачи, асимметрию углового распределения π -мезонов, обусловленную линейной поляризацией γ -кванта, а затем сравнить их с измеренными на опыте.

Другой способ заключается в том, чтобы из экспериментальных данных о сечениях, поляризациях и асимметриях определить мультипольные амплитуды процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, а затем сравнить их с вычисленными на основе дисперсионных соотношений.

Второй способ допускает более детальное сравнение теории с опытом, а также позволяет установить те мультипольные амплитуды, для которых теория и опыт не согласуются. Это облегчает поиск тех причин, которые приводят к противоречиям между теорией и опытом. В первом способе, наоборот, труднее локализовать источник расхождения теории с опытом, так как сечение, поляризации, асимметрии в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ зависят сложным способом от нескольких мультипольных амплитуд.

Отметим, однако, что второй способ проверки требует большого количества экспериментальных данных относительно реакций $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, включая измерения с поляризованными частицами. Действительно, учитывая образование π -мезона в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ только в s - и p -состояниях, необходимо определить четыре комплексные амплитуды (при каждой энергии γ -кванта) E_{0+} , M_{1-} , M_{1+} , E_{1+} . Теорема Ферми — Ватсона, устанавливающая связь между действительными и мнимыми частями этих амплитуд (через фазы πN -рассеяния), уменьшает число неизвестных

действительных величин до четырех для каждой реакции, например $\text{Re}E_{0+}$, $\text{Re}M_{1-}$, $\text{Re}M_{1+}$, $\text{Re}E_{1+}$.

Данные относительно только дифференциальных сечений с неполяризованными частицами позволяют найти коэффициенты a_0 , a_1 , a_2 , определяющие угловое распределение π^0 -мезонов в реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, а следовательно, получить три квадратных уравнения для нахождения величин $\text{Re}E_{0+}$, $\text{Re}M_{1-}$, $\text{Re}M_{1+}$ и $\text{Re}E_{1+}$. Еще одно уравнение может быть получено из измерения асимметрии или поляризации нуклонов отдачи.

В табл. 5.1 и 5.2 приведены величины мультипольных амплитуд (в $10^{-3} \frac{1}{m\pi}$) реакций $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ и $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, найденные из анализа экспериментальных данных [58].

В заключение отметим, что результаты вычисления мультипольных амплитуд реакций $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, основанные на дисперсионных соотношениях, согласуются с опытными данными (за исключением деталей поведения некоторых мультипольных амплитуд при определенных энергиях).

1.12. Сверхсходящиеся правила сумм. Если амплитуда $A(E)$ какого-либо процесса рассеяния адронов достаточно быстро (быстрее, чем $1/E$) убывает при $|E| \rightarrow \infty$, то, как мы видели, справедливо дисперсионное соотношение

$$\text{Re} A(E) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dE' \text{Im} A(E')}{E' - E}. \quad (5.57)$$

Пусть теперь $A(E)$ — аналитическая функция, убывающая при $E \rightarrow \infty$ быстрее, чем $1/E^2$. Тогда для функции $EA(E)$ также будет справедливо дисперсионное соотношение

$$\text{Re} EA(E) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE' E' \text{Im} A(E')}{E' - E}. \quad (5.58)$$

Умножая соотношение (5.57) на E и вычитая полученный результат из соотношения (5.58), получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im} A(E) dE = 0. \quad (5.59)$$

Амплитуда $A(E)$, удовлетворяющая соотношению (5.59), называется сверхсходящейся, а само соотношение — сверхсходящимся правилом сумм [10].

Рассматривая процесс $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, можно утверждать, что амплитуда $A_3^{\pm,0}(s, t)$ является сверхсходящейся, т. е. имеет

$E_{\gamma}, \text{ Мэв}$	E_{0+}		M_{1-}	
	$\text{Re } E_{0+}$	$\text{Im } E_{0+}$	$\text{Re } M_{1-}$	$\text{Im } M_{1-}$
180	$-1,87 \pm 0,42$	$2,03 \pm 0,03$	$-0,65$	$-0,0$
206	$-2,77 \pm 1,02$	$2,19 \pm 0,10$	$-1,21$	$0,01$
220	$-5,18 \pm 1,68$	$2,43 \pm 0,22$	$-0,76 \pm 0,56$	$0,02 \pm 0,01$
240	$-2,49 \pm 1,00$	$2,79 \pm 0,15$	$-1,82 \pm 0,45$	$0,07 \pm 0,01$
260	$0,64 \pm 0,48$	$3,00 \pm 0,08$	$-2,55 \pm 0,30$	$0,15 \pm 0,01$
280	$0,55 \pm 0,52$	$2,91 \pm 0,10$	$-2,77 \pm 0,63$	$0,19 \pm 0,03$
300	$-1,99 \pm 0,84$	$2,97 \pm 0,17$	$-1,46 \pm 1,02$	$0,21 \pm 0,06$
320	$-2,75 \pm 1,91$	$3,11 \pm 0,43$	$0,64 \pm 1,60$	$0,13 \pm 0,09$
350	$2,68 \pm 0,98$	$2,74 \pm 0,25$	$-3,72 \pm 0,93$	$0,20 \pm 0,09$
360	$1,63 \pm 0,65$	$2,96 \pm 0,17$	$-3,62 \pm 0,84$	$0,34 \pm 0,08$

место соотношение [19]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} ds' \text{Im } A_3^{(\pm,0)}(s', t) = 0.$$

Основанием для такого утверждения является экспериментальный факт, заключающийся в том, что дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\pi)$ при больших энергиях s и малых переданных им-

$E_{\gamma}, \text{ Мэв}$	E_{0+}		M_{1-}	
	$\text{Re } E_{0+}$	$\text{Im } E_{0+}$	$\text{Re } M_{1-}$	$\text{Im } M_{1-}$
180	$25,16 \pm 0,24$	$1,12 \pm 0,02$	$2,62$	$-0,03$
206	$21,53 \pm 0,26$	$0,76 \pm 0,03$	$3,23$	$-0,08$
220	$18,33 \pm 0,33$	$0,60 \pm 0,06$	$3,01 \pm 0,28$	$-0,08 \pm 0,01$
240	$18,21 \pm 0,11$	$0,92 \pm 0,02$	$3,69 \pm 0,22$	$-0,12 \pm 0,01$
260	$17,27 \pm 0,14$	$1,60 \pm 0,03$	$4,36 \pm 0,29$	$-0,15 \pm 0,01$
280	$16,18 \pm 0,21$	$1,21 \pm 0,04$	$3,75 \pm 0,55$	$-0,16 \pm 0,02$
300	$15,53 \pm 0,29$	$0,30 \pm 0,06$	$4,80 \pm 0,87$	$-0,18 \pm 0,03$
320	$13,80 \pm 0,38$	$0,19 \pm 0,09$	$3,97 \pm 1,17$	$-0,06 \pm 0,04$
350	$13,50 \pm 0,26$	$1,24 \pm 0,06$	$0,21 \pm 1,90$	$-0,24 \pm 0,11$
360	$13,10 \pm 0,29$	$1,17 \pm 0,07$	$2,34 \pm 2,04$	$-0,25 \pm 0,13$

Таблица 5.1

E_{1+}		M_{1+}	
Re E_{1+}	Im E_{1+}	Re M_{1+}	Im M_{1+}
$0,08 \pm 0,17$	$-0,04 \pm 0,01$	$5,94 \pm 0,41$	$0,27 \pm 0,01$
$-0,50 \pm 0,35$	$-0,22 \pm 0,04$	$8,39 \pm 0,34$	$1,16 \pm 0,03$
$-0,37 \pm 0,40$	$-0,33 \pm 0,03$	$9,15 \pm 0,46$	$2,16 \pm 0,07$
$-0,28 \pm 0,18$	$-0,53 \pm 0,04$	$12,71 \pm 0,23$	$4,57 \pm 0,06$
$0,25 \pm 0,10$	$-0,66 \pm 0,04$	$16,10 \pm 0,15$	$8,62 \pm 0,05$
$-1,46 \pm 1,02$	$0,21 \pm 0,06$	$16,48 \pm 0,19$	$14,98 \pm 0,08$
$0,67 \pm 0,21$	$-0,98 \pm 0,14$	$13,01 \pm 0,32$	$21,33 \pm 0,12$
$1,00 \pm 0,31$	$-0,45 \pm 0,15$	$6,29 \pm 0,52$	$25,68 \pm 0,13$
$-0,35 \pm 0,55$	$-0,07 \pm 0,07$	$-2,01 \pm 0,55$	$24,18 \pm 0,11$
$0,19 \pm 0,75$	$-0,00 \pm 0,11$	$-5,40 \pm 0,30$	$22,25 \pm 0,09$

пульсах t ведет себя как

$$\frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\pi) \approx \frac{1}{s^2}.$$

С другой стороны, дифференциальное сечение является квадратичной функцией инвариантных амплитуд, причем множитель при $|A_3(s, t)|^2$ содержит наибольшую степень s .

Заметим, что из-за нечетности амплитуды $A_3^{(-)}(s, t)$ при замене $s \rightarrow -s$ (перекрестная симметрия) правило сумм для амплитуды

Таблица 5.2

E_{1+}		M_{1+}	
Re E_{1+}	Im E_{1+}	Re M_{1+}	Im M_{1+}
$2,05 \pm 0,11$	$0,02 \pm 0,00$	$-4,81 \pm 0,32$	$-0,19 \pm 0,01$
$3,07 \pm 0,23$	$0,14 \pm 0,02$	$-8,95 \pm 0,24$	$-0,80 \pm 0,02$
$3,13 \pm 0,18$	$0,21 \pm 0,01$	$-11,43 \pm 0,34$	$-1,48 \pm 0,03$
$3,03 \pm 0,05$	$0,33 \pm 0,02$	$-12,67 \pm 0,15$	$-3,18 \pm 0,03$
$3,06 \pm 0,07$	$0,40 \pm 0,02$	$-13,91 \pm 0,12$	$-6,04 \pm 0,03$
$2,73 \pm 0,14$	$0,53 \pm 0,05$	$-14,44 \pm 0,17$	$-10,52 \pm 0,04$
$2,30 \pm 0,21$	$0,67 \pm 0,07$	$-11,56 \pm 0,31$	$-15,07 \pm 0,06$
$1,69 \pm 0,29$	$0,30 \pm 0,08$	$-7,62 \pm 0,52$	$-18,13 \pm 0,07$
$-0,52 \pm 0,55$	$0,09 \pm 0,05$	$2,55 \pm 0,55$	$-17,15 \pm 0,06$
$0,28 \pm 0,79$	$-0,02 \pm 0,11$	$3,89 \pm 0,30$	$-15,73 \pm 0,05$

$A_3^{(-)}(s, t)$ выполняется тождественно. Две другие амплитуды $A_3^{(+,0)}(s, t)$ приводят к нетривиальным правилам сумм, которые после выделения вклада одночастичных промежуточных состояний можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} g_\pi \frac{\kappa_p - \kappa_n}{4M} &= -\frac{1}{\pi} \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \operatorname{Im} A_3^{(+)}(s', t), \\ g_\pi \frac{\kappa_p + \kappa_n}{4M} &= -\frac{1}{\pi} \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \operatorname{Im} A_3^{(0)}(s', t). \end{aligned} \right\} \quad (5.60)$$

Интересные результаты могут быть получены, если в этих интегралах учитывать вклады только от нуклонных резонансов $\Delta(1240)$, $N^*(1520)$, $N^*(1688)$, ... Так как функция $A_3^{(\pm,0)}(s, t)$ достаточно быстро убывает с ростом s , то можно ограничиться учетом вкладов только от нескольких первых резонансов. Сечение процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ наиболее велико в области первого резонанса, поэтому практически можно ограничиться учетом вклада одного резонанса $\Delta(1240)$.

Так как амплитуда $A_3^{(0)}(s, t)$ описывает поглощение изоскалярного γ -кванта, то резонанс $\Delta(1240)$ не дает вклада в эту амплитуду и, следовательно, должно выполняться следующее соотношение между аномальными магнитными моментами протона и нейтрона: $\kappa_p + \kappa_n = 0$. На самом деле $\kappa_p + \kappa_n = 1,79 - 1,91 = -0,12$, т. е. сумма аномальных магнитных моментов протона и нейтрона действительно близка к нулю.

Если пренебречь шириной Δ -изобары, т. е. считать, что $\operatorname{Im} A^+(s, t) \simeq \delta(s - M_\Delta^2)$, то первое правило сумм в (5.60) примет вид

$$\begin{aligned} g_\pi \frac{\kappa_p - \kappa_n}{4M} &= -\frac{4}{M_\Delta^2 - M^2} \sqrt{\frac{2M_\Delta}{(\tilde{E}_2 + M)^2 (\tilde{E}_2 - M)}} \left\{ 3E_{1+}(M_\Delta + \right. \\ &+ M + \tilde{E}_\pi) - (\tilde{E}_2 + M) M_{1+} + \frac{3}{2} \frac{t - m_\pi^2}{M_\Delta^2 - M^2} [(3M_\Delta + M) E_{1+} + \\ &\left. + (M_\Delta - M) M_{1+}] \right\}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Так как правая часть этого соотношения зависит, а левая не зависит от t , то должно выполняться соотношение

$$\frac{E_{1+}}{M_{1+}} = -\frac{M_\Delta - M}{3M_\Delta + M} = -0,06.$$

Для мультипольных амплитуд E_{1+} и M_{1+} для Δ -резонанса оно хорошо согласуется по величине и по знаку с измеренным на опыте отношением.

Не зависящая от t часть соотношения (5.61) позволяет связать амплитуду M_{1+} (или, что то же самое, величину магнитного момента перехода $\Delta^+ \rightarrow p + \gamma$) с величиной изовекторного момента нуклонов [10].

Аналогичная связь возникает и в SU_6 -симметрии.

1.13. Алгебра токов. С помощью дисперсионных соотношений можно в принципе получить амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, если известны фазы πN -рассеяния. Они представляют собой сумму борновского слагаемого, которое можно вычислить точно, и слагаемых, отвечающих вкладу дисперсионных интегралов (которые содержат мнимые части амплитуд). Эти интегралы могут быть вычислены на основе определенных предположений. Например, используя теорему Ферми — Ватсона, мнимую часть амплитуд процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ можно связать с фазами πN -рассеяния.

Покажем, что из общих соображений можно получить точное выражение для амплитуд процессов $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, справедливое в околороговой области энергий. Для этого воспользуемся алгеброй токов и так называемой гипотезой РСАС. Разъясним сперва модель алгебры токов.

В гл. 3 был введен слабый лептонный ток $I_\alpha^{(w)}$ для описания слабого взаимодействия лептонов. Однако в процессах слабого взаимодействия участвуют и адроны. Поэтому следует ввести также адронный слабый ток $J_\alpha^{(w)}$. Это соответствует предположению, что лагранжиан $\mathcal{L}^{(w)}$ слабого взаимодействия лептона с адронами можно представить в виде

$$\mathcal{L}^{(w)} = \frac{G}{\sqrt{2}} I_\alpha^{(w)} J_\alpha^{(w)}.$$

(Ниже ограничимся рассмотрением только слабых заряженных токов адронов.)

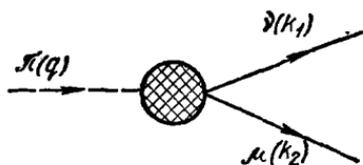
Так как в слабом взаимодействии адронов не сохраняется пространственная четность, то ток $J_\alpha^{(w)}$ можно представить в виде суммы векторной (V_α) и аксиальной частей (A_α):

$$J_\alpha^{(w)} = V_\alpha + A_\alpha.$$

Векторная часть слабого тока адронов, или просто векторный слабый ток, описывает слабые процессы без изменения странности адронов, при которых электрический заряд адронов изменяется на единицу. Он преобразуется при изотопических вращениях как комбинация компонент $I_1 \pm iI_2$ изотопического вектора.

Электромагнитный ток адронов при изотопических вращениях преобразуется как сумма изотопического скаляра S и третьей

компоненты I_3 изотопического вектора. Так как в сильном взаимодействии изотопический спин сохраняется, то векторный слабый ток адронов без изменения странности и изотопически векторная часть электромагнитного тока адронов могут рассматриваться как компоненты одного изотопического вектора $V_\alpha^{(i)}$. Но электромагнитный ток сохраняется, поэтому должна сохраняться и векторная часть слабого тока адронов, т. е.



$$\frac{\partial V_\alpha^{(i)}}{\partial x_\alpha} = 0$$

Рис. 5.13. Распад $\pi \rightarrow \mu + \nu$.

($i = 1, 2, 3$ — изотопический индекс).

Это предположение называется гипотезой сохранения изотопически векторного слабого тока [6, 38].

Аксиальная часть слабого тока (или просто аксиальный слабый ток) не сохраняется. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим матричный элемент $\langle N(p_2) | A_\alpha | N(p_1) \rangle$ аксиального слабого тока между состояниями нуклона с 4-импульсами p_1 и p_2 . Из соображений релятивистской инвариантности ясно, что этот матричный элемент должен иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned} \langle N(p_2) | A_\alpha | N(p_1) \rangle = \\ = \bar{u}(p_2) \gamma_5 \left[F_A(q^2) \gamma_\alpha + F_P(q^2) q_\alpha + F_T(q^2) \frac{\sigma_{\alpha\beta} q_\beta}{2M} \right] u(p_1), \end{aligned} \quad (5.62)$$

где $q = p_1 - p_2$, F_A , F_P , F_T — некоторые величины, зависящие от q^2 . Они называются аксиально-векторными формфакторами нуклона ($F_A(q^2)$ — аксиальным, $F_P(q^2)$ — индуцированным псевдоскалярным и $F_T(q^2)$ — индуцированным псевдотензорным). 4-дивергенция матричного элемента $\langle N(p_2) | A_\alpha | N(p_1) \rangle$ равна

$$q_\alpha \langle N(p_2) | A_\alpha | N(p_1) \rangle = \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) [2MF_A(q^2) + q^2 F_P(q^2)],$$

т. е. отлична от нуля.

Несохранение аксиального слабого тока адронов связано с возможностью распада $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. Действительно, матричный элемент этого распада (рис. 5.13) можно записать в виде

$$m(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu) = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\nu(k_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\mu(k_2) \langle 0 | J_\alpha^{(w)} | \pi^+ \rangle, \quad (5.63)$$

где $|0\rangle$ обозначает состояние вакуума. В силу псевдоскалярности π -мезона в матричный элемент слабого тока $J_\alpha^{(w)}$ не вносит вклада векторный слабый ток, т. е.

$$\langle 0 | J_\alpha^{(w)} | \pi^+ \rangle = \langle 0 | A_\alpha | \pi^+ \rangle.$$

Но эта величина представляет собой 4-вектор, который должен быть пропорциональным $q\vec{\alpha}$:

$$\langle 0 | A_\alpha | \pi \rangle = q_\alpha f_\pi(q^2). \quad (5.64)$$

Так как $q^2 = m_\pi^2$, то $f_\pi(q^2) = f_\pi(m_\pi^2)$, т. е. $f_\pi(q^2)$ представляет собой константу, имеющую размерность массы. Она называется константой слабого распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$.

Таким образом, матричный элемент распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$ определяется только аксиальным слабым током, причем

$$q_\alpha \langle 0 | J_\alpha^{(w)} | \pi \rangle = q^2 f_\pi(q^2) = m_\pi^2 f_\pi(m_\pi^2).$$

Видим, что аксимальный ток сохраняется только при условии, что $f_\pi(m_\pi^2) = 0$. Это означает, что вероятность распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$ равна нулю. На самом деле такой распад наблюдается, поэтому $f_\pi(m_\pi^2) \neq 0$, и, следовательно, аксиальный ток не сохраняется.

С помощью выражения (5.63) для матричного элемента распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$ легко вычислить вероятность распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$, просуммированную по поляризациям конечных лептонов [12],

$$W(\pi \rightarrow \mu\nu) = \frac{G^2 f_\pi^2}{8\pi} m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2.$$

Подставляя сюда известную из опыта величину вероятности распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$, получим $f_\pi(m_\pi^2) \simeq m_\pi$.

Покажем теперь, что величину $f_\pi(q^2)$ можно связать с формфактором $F_P(q^2)$. Рассмотрим для этого слабый процесс рассеяния мюонного нейтрино на нуклоне $\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$. Часть матричного элемента этого процесса, связанную с аксиальным током нуклона, можно записать в виде

$$m_A(\nu n \rightarrow p\mu) = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\mu(k_2) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\nu(k_1) \langle p | A_\alpha | n \rangle.$$

Если учитывать только простейшую диаграмму Фейнмана с одним промежуточным π -мезоном (рис. 5.14), то матричный элемент процесса $\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$ будет определяться формулой

$$\begin{aligned} m(\nu n \rightarrow p\mu) &= \\ &= \frac{G}{\sqrt{2}} f_\pi(q^2) \bar{u}_\mu(k_2) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\nu(k_1) q_\alpha \frac{V\sqrt{2} q_\pi(q^2)}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1), \end{aligned} \quad (5.65)$$

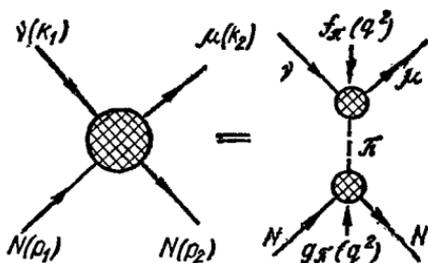


Рис. 5.14. Пионный полюс для процесса $\nu + N \rightarrow \mu + N$.

где величина $g_\pi(q^2)$ соответствует вершине πN -взаимодействия, причем $g_\pi(m_\pi^2) \equiv g_\pi$ (g_π — константа πN -взаимодействия), $\sqrt{2}$ учитывает здесь изотопическую инвариантность сильного πN -взаимодействия. Это выражение для $\pi(\nu n \rightarrow \rho\mu^-)$ является приближенным, так как, вообще говоря, необходимо учесть диаграммы с обменом 3, 5, ... π -мезонами. Однако при $q^2 = m_\pi^2$, т. е. вблизи пионного полюса, оно становится точным, поэтому вклад диаграмм, соответствующих обмену тремя и большим числом π -мезонов, при $q^2 \simeq 0$ мал по сравнению с вкладом однопионной диаграммы.

Сравнение формул (5.62) и (5.65) позволяет получить следующее соотношение между формфактором индуцированного псевдоскаляра $F_P(q^2)$ нуклона и величинами $f_\pi(q^2)$ и $g_\pi(q^2)$, отвечающими вершинам $(\rho\mu\nu)$ - и (πN) -взаимодействий:

$$F_P(q^2) = \sqrt{2} g_\pi(q^2) \frac{f_\pi(q^2)}{q^2 - m_\pi^2}. \quad (5.65')$$

Величины $f_\pi(q^2)$ и $g_\pi(q^2)$ называются формфакторами вершин $(\rho\mu\nu)$ и $(NN\pi)$ с виртуальным пионом, квадрат 4-импульса которого равен q^2 . Видим, что формфактор $F_P(q^2)$ имеет полюс при $q^2 = m_\pi^2$.

Из (5.64) следует, что аксиальный ток π -мезона сохраняется при $m_\pi = 0$. В действительности масса π -мезона отлична от нуля, хотя и мала по сравнению с массами других адронов. Поэтому можно говорить о приближенном сохранении аксиального тока с точностью до m_π .

Если бы для нуклонов аксиальный ток сохранялся, то это означало бы, что

$$2MF_A(q^2) + q^2F_P(q^2) = 0,$$

т. е.

$$F_P(q^2) = -\frac{2M}{q^2} F_A(q^2), \quad (5.66)$$

а формфактор $F_P(q^2)$ имел бы полюс при $q^2 = 0$. В действительности, как мы только что видели, формфактор $F_P(q^2)$ имеет полюс при $q^2 = m_\pi^2$. Поэтому формула (5.66) должна быть заменена формулой

$$F_P(q^2) = -\frac{2M}{q^2 - m_\pi^2} F_A(q^2). \quad (5.67)$$

Подставляя сюда выражение (5.65') для формфактора $F_P(q^2)$, получим

$$\sqrt{2} f_\pi(q^2) \frac{g_\pi(q^2)}{q^2 - m_\pi^2} = -\frac{2M}{q^2 - m_\pi^2} F_A(q^2),$$

откуда следует соотношение

$$f_\pi(0) g_\pi(0) = -\sqrt{2} M F_A(0), \quad (5.68)$$

связывающее константы слабого и сильного взаимодействий. Называется оно соотношением Гольдбергера — Треймана [42].

Считая, что значения констант $f_\pi(0)$ и $g_\pi(0)$ мало отличаются от величин $f_\pi(m_\pi^2)$ и $g_\pi(m_\pi^2)$, измеряемых на опыте, можно убедиться, что соотношение Гольдбергера — Треймана не противоречит экспериментальным данным.

Соотношение (5.67) между формфакторами $F_A(q^2)$ и $F_P(q^2)$ соответствует так называемой гипотезе частичного сохранения аксиального тока, или PCAC (partial conservation of axial current). Чтобы сформулировать эту гипотезу, заметим, что при изотопических вращениях аксиальный слабый ток преобразуется так же, как и векторный слабый ток, т. е. как комбинация $I_1 \pm iI_2$ компонент изотопического вектора. Иными словами, мы должны считать, что аксиальный ток является компонентой изотопического вектора. Обозначим компоненты этого вектора через $A_\alpha^{(i)}$, где $i = 1, 2, 3$ — изотопический индекс.

Пионное поле $\varphi_\pi^{(k)}(x)$ также является изотопическим вектором, и гипотеза PCAC может быть представлена в виде следующего соотношения, связывающего 4-дивергенцию аксиального тока с пионным полем [17, 56]:

$$\frac{\partial A_\alpha^{(k)}(x)}{\partial x_\alpha} = \frac{i}{\sqrt{2}} c_\pi \varphi_\pi^{(k)}(x), \quad (5.69)$$

где c_π — некоторая константа. Заметим, что величина $\partial A_\mu^{(k)}/\partial x_\mu$ представляет собой псевдоскаляр с отрицательной G -честностью. Такими же квантовыми числами обладает и пионное поле.

Необходимо, однако, иметь в виду, что соотношение (5.69) не является точным, так как в правую его часть могли бы входить в принципе как другие комбинации пионного поля, так и вообще другие поля.

Чтобы найти константу c_π , рассмотрим матричные элементы от обеих частей (5.69) между состоянием вакуума $|0\rangle$ и однопионным состоянием $|\pi\rangle$. Так как

$$\langle 0 | \varphi_\pi^{(k)}(x) | \pi \rangle = e^{-iqx} \langle 0 | \varphi_\pi^{(k)}(0) | \pi \rangle$$

и

$$\langle 0 | \frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu^{(k)}(x) | \pi \rangle = -iq_\mu \langle 0 | A_\mu^{(k)} | \pi \rangle,$$

то, учитывая (5.64), найдем

$$\langle 0 | \frac{\partial A_\alpha^{(k)}(x)}{\partial x_\alpha} | \pi \rangle = -iq^2 f_\pi(q^2) e^{-iqx} \varphi_\pi^{(k)}(0),$$

откуда

$$c_\pi = -m_\pi^2 f_\pi(m_\pi^2). \quad (5.70)$$

Видим, что константа c_π пропорциональна m_π^2 , поэтому согласно гипотезе РСАС аксиальный ток сохраняется только при $m_\pi = 0$.

Легко убедиться, что из (5.69) следует соотношение Гольдбергера — Треймана. Возьмем для этого от обеих частей соотношения (5.69) матричные элементы между нуклонными состояниями с 4-импульсами p_1 и p_2

$$\langle N(p_2) \left| \frac{\partial A_\mu^{(+)}}{\partial x_\mu} \right| N(p_1) \rangle = ic_\pi \langle N(p_2) | \varphi_\pi^{(+)}(x) | N(p_1) \rangle.$$

Замечая, что

$$\langle N(p_2) \left| \frac{\partial A_\mu^{(+)}}{\partial x_\mu} \right| N(p_1) \rangle = iq_\mu e^{iqx} \langle N(p_2) | A_\mu^{(+)}(0) | N(p_1) \rangle,$$

$$\langle N(p_2) | \varphi_\pi^{(+)}(x) | N(p_1) \rangle = \sqrt{2} e^{iqx} g_\pi(q^2) \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) \frac{1}{m_\pi^2 - q^2}$$

и учитывая (5.62), найдем

$$2MF_A(q^2) + q^2 F_p(q^2) = \sqrt{2} q_\pi(q^2) c_\pi / (m_\pi^2 - q^2).$$

Полагая здесь $q^2 = 0$ и подставляя $c_\pi = -m_\pi^2 f_\pi(0)$, получим соотношение Гольдбергера — Треймана (5.68).

Таким образом, аксиальный слабый ток в отличие от электромагнитного не сохраняется, но дивергенция аксиального тока согласно гипотезе РСАС известна.

В гл. 3 показано, что изотопическая инвариантность сильного взаимодействия приводит к существованию трех сохраняющихся токов $V_\mu^{(k)}$, которым соответствуют три независимых от времени заряда

$$Q^{(k)} = \int d^3x V_0^{(k)}(x, x_0).$$

Как мы видели, заряды $Q^{(k)}$ удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[Q^{(k)}, Q^{(l)}]_- = i\epsilon_{klm} Q^{(m)}. \quad (5.71)$$

Аксиальные токи $A_\mu^{(k)}(x)$ не сохраняются, но им также можно сопоставить три заряда

$$\tilde{Q}^{(k)}(x_0) = \int d^3x A_0^{(k)}(x, x_0).$$

Эти заряды, называемые аксиальными, зависят, однако, от времени.

Установим теперь перестановочные соотношения для триплета аксиальных зарядов $\tilde{Q}^{(k)}(x_0)$. Для этого необходимо иметь выражения для компонент $A_0^{(k)}(x, x_0)$ аксиального слабого тока, которые нам не известны. Поэтому мы поступим следующим образом: построим модель аксиальных токов, вычислим для нее аксиальные заряды, а потом обобщим полученный модельный результат.

Будем исходить из триплета аксиальных токов нуклона

$$A_{\alpha}^{(i)}(x) = \bar{N}(x) \gamma_5 \gamma_{\alpha} \frac{\tau^{(i)}}{2} N(x), \quad (5.72)$$

где $N(x)$ — 8-компонентный спинор нуклона, и триплета векторных токов

$$V_{\alpha}^{(i)}(x) = \bar{N}(x) \gamma_{\alpha} \frac{\tau^{(i)}}{2} N(x). \quad (5.72')$$

Легко убедиться, что при таком определении $A_{\alpha}^{(k)}(x)$ и $V_{\alpha}^{(k)}(x)$ будут справедливы следующие перестановочные соотношения для аксиальных векторных зарядов $\tilde{Q}^{(k)}$, $Q^{(k)}$:

$$\left. \begin{aligned} [\tilde{Q}^{(k)}, \tilde{Q}^{(j)}]_{-} &= i e_{kjl} Q^{(l)}, \\ [Q^{(k)}, \tilde{Q}^{(j)}]_{-} &= i e_{kjl} \tilde{Q}^{(l)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.71')$$

Предположим теперь, что эти перестановочные соотношения между аксиальными и векторными зарядами справедливы всегда независимо от специальной модельной структуры векторных и аксиальных токов.

Отметим, что если образовать комбинации векторных и аксиальных зарядов

$$Q_{\pm}^{(i)} = \frac{1}{2} [Q^{(i)} \pm \tilde{Q}^{(i)}],$$

то из (5.71) и (5.71') будут вытекать следующие коммутационные соотношения:

$$\begin{aligned} [Q_{+}^{(i)}, Q_{+}^{(j)}]_{-} &= i e_{ijk} Q_{+}^{(k)}, \quad [Q_{-}^{(i)}, Q_{-}^{(j)}]_{-} = i e_{ijk} Q_{-}^{(k)}, \\ [Q_{+}^{(i)}, Q_{-}^{(j)}]_{-} &= 0. \end{aligned}$$

Заметим, что эти перестановочные соотношения соответствуют алгебре $SU_2 \otimes SU_2$ [1].

Возникает теперь вопрос о перестановочных соотношениях для самих векторных и аксиальных токов. Если воспользоваться модельными выражениями для векторного тока нуклона (5.72') и аксиального тока нуклона (5.72), то придем к следующим перестановочным соотношениям для временных компонент токов, относящихся к одному и тому же моменту времени:

$$\begin{aligned} [V_0^{(k)}(x, x_0), V_0^{(l)}(y, x_0)]_{-} &= i e_{klm} V_0^{(m)}(x, x_0) \delta(x - y), \\ [V_0^{(k)}(x, x_0), A_0^{(l)}(y, x_0)]_{-} &= i e_{klm} A_0^{(m)}(x, x_0) \delta(x - y), \\ [A_0^{(k)}(x, x_0), A_0^{(l)}(y, x_0)]_{-} &= i e_{klm} V_0^{(m)}(x, x_0) \delta(x - y). \end{aligned} \quad (5.73)$$

Проинтегрировав эти выражения по x и y , получим перестановочные соотношения для аксиальных и векторных зарядов.

Аналогичным способом можно получить перестановочные соотношения для пространственных и временных компонент векторных и аксиальных токов [1]:

$$\left. \begin{aligned} [V_0^{(k)}(x, x_0), V_r^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} V_r^{(m)}(x, x_0) \delta(x-y) + S, \\ [V_0^{(k)}(x, x_0), A_r^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} A_r^{(m)}(x, x_0) \delta(x-y) + S, \\ [A_0^{(k)}(x, x_0), A_r^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} V_r^{(m)}(x, x_0) \delta(x-y) + S, \\ [V_r^{(k)}(x, x_0), V_s^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} V_0^{(m)}(x, x_0) \delta_{rs}(x-y) + S, \\ [V_r^{(k)}(x, x_0), A_s^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} A_0^{(m)}(x, x_0) \delta_{rs}(x-y) + S, \\ [A_r^{(k)}(x, x_0), A_s^{(l)}(y, x_0)]_- &= i\epsilon_{klm} V_0^{(m)}(x, x_0) \delta_{rs}(x-y) + S, \end{aligned} \right\} (5.73')$$

где S служит для обозначения слагаемых, содержащих производные от δ -функции (эти слагаемые носят название швингеровских членов [60]).

Подчеркнем еще раз, что перестановочные соотношения (5.71') и (5.73') мы получили исходя из некоторой модельной структуры аксиальных и векторных токов. Но можно предположить, что эти перестановочные соотношения не зависят от используемой модели токов.

Перестановочные соотношения (5.73) и (5.73') образуют алгебру, которая называется алгеброй токов.

1.14. Редукционные формулы. Алгебра токов и гипотеза PCAC позволяют получить ряд важных следствий относительно фотообразования π -мезонов на нуклонах.

Переходя к их рассмотрению, напомним, что до сих пор при конструировании амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ мы пользовались главным образом соображениями релятивистской инвариантности и законом сохранения электромагнитного тока адронов (исключение составляет пункт 1.11, где были использованы аналитические свойства амплитуд фотообразования пионов на нуклонах). Между тем в квантовой электродинамике для исследования процесса фотообразования пар электрон — позитрон, аналогичного процессу фотообразования π -мезонов на нуклонах, пользуются формализмом S -матрицы, который отражает динамику электромагнитного взаимодействия. Поэтому естественно желание и при исследовании фотообразования пионов на нуклонах использовать формализм S -матрицы. Этому препятствует то, что мы не имеем теории сильного взаимодействия, аналогичной квантовой электродинамике. Можно формализму S -матрицы придать более общий характер, а именно: связать S -матрицу с полевыми операторами взаимодействующих частиц с помощью так называемой редукционной техники [15].

Разъясним эту технику на простейшем примере процесса поглощения π -мезона адроном $\pi + A \rightarrow B$, где A и B — некоторые адроны. Покажем, что

$$\langle B | \pi(k) A \rangle = i \int d^4x e^{-ikx} (\square_x + m_\pi^2) \langle B | \varphi_\pi(x) | A \rangle, \quad (5.74)$$

где $\varphi_\pi(x)$ — пионное поле, k — 4-импульс π -мезона. Чтобы доказать это соотношение, заметим, что матричный элемент $\langle B | \pi(k) A \rangle$ можно записать в виде

$$\langle B | \pi(k) A \rangle = \langle B | a_{in}^\dagger(\mathbf{k}) | A \rangle, \quad (5.74')$$

где $a_{in}^\dagger(\mathbf{k})$ — оператор рождения пиона с 3-импульсом \mathbf{k} в начальном состоянии (индекс «in» служит для обозначения состояний при $x_0 \rightarrow -\infty$, индекс «out» — для обозначения состояний при $x_0 \rightarrow +\infty$).

Операторы $a_{in}(\mathbf{k})$ и $a_{in}^\dagger(\mathbf{k})$ определяют Фурье-разложение пионного поля $\varphi_{in}(x)$:

$$\varphi_{in}(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2E_\pi} [a_{in}(\mathbf{k}) f_k(x) + a_{in}^\dagger(\mathbf{k}) f_k^*(x)], \quad (5.75)$$

где $f_k(x) = \exp(-ikx)$. Аналогично можно написать разложение для поля $\varphi_{out}(x)$:

$$\varphi_{out}(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2E_\pi} [a_{out}(\mathbf{k}) f_k(x) + a_{out}^\dagger(\mathbf{k}) f_k^*(x)].$$

Видим, что поля $\varphi_{in}(x)$ и $\varphi_{out}(x)$ соответствуют свободным пионам и удовлетворяют уравнению Клейна — Гордона

$$(\square_x + m_\pi^2) \varphi_{in,out}(x) = 0.$$

Используя условие ортогональности функций $f_k(x)$

$$i \int d^3x f_{k'}^*(x) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x) = 2E_\pi \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') (2\pi)^3,$$

где

$$g(x) \frac{\partial}{\partial x_0} f(x) \equiv g(x) \frac{\partial}{\partial x_0} f(x) - \frac{\partial g(x)}{\partial x_0} f(x),$$

получим, основываясь на разложениях (5.75), следующие выражения для операторов $a_{in}(\mathbf{k})$ и $a_{in}^\dagger(\mathbf{k})$:

$$\left. \begin{aligned} a_{in}^\dagger(\mathbf{k}) &= i \int d^3x \varphi_{in}(x) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x), \\ a_{in}(\mathbf{k}) &= i \int d^3x f_k^*(x) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} \varphi_{in}(x). \end{aligned} \right\} \quad (5.76)$$

Подставляя выражение для $a_{in}^{\dagger}(k)$ в формулу (5.74'), найдем матричный элемент процесса $\pi + A \rightarrow B$

$$\langle B | \pi(k) A \rangle = i \int d^3x \langle B | \varphi_{in}(x) | A \rangle \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x).$$

Так как матричные элементы $\langle B | \varphi_{in,out}(x) | A \rangle$ представляют собой предельные значения матричного элемента $\langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle$ оператора поля $\varphi_{\pi}(x)$ при $x_0 \rightarrow \mp \infty$, т. е.

$$\lim_{x_0 \rightarrow \pm \infty} \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle = \langle B | \varphi_{in}(x) | A \rangle,$$

то матричный элемент $\langle B | \pi(k) A \rangle$ можно представить в виде

$$\langle B | \pi(k) A \rangle = i \lim_{x_0 \rightarrow -\infty} \int d^3x \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x).$$

Перепишем это выражение, воспользовавшись теоремой Гаусса,

$$\begin{aligned} \langle B | \pi(k) A \rangle &= i \lim_{x_0 \rightarrow \infty} \int d^3x \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x) - \\ &- i \int d^4x \frac{\partial}{\partial x_0} \left[\langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} f_k(x) \right]. \end{aligned} \quad (5.77)$$

Первое слагаемое здесь равно матричному элементу $\langle B | a_{out}^{\dagger}(k) | A \rangle = \langle \bar{B} \pi(k) | A \rangle$ ($\bar{\pi}(k)$ обозначает π -мезон, зарядово-сопряженный мезону $\pi(k)$) и поэтому отлично от нуля только для упругого рассеяния вперед. Следовательно, всегда (кроме этого случая) им можно пренебречь. Выполняя необходимые дифференцирования в (5.77), запишем $\langle B | \pi(k) A \rangle$ в виде

$$\begin{aligned} \langle B | \pi(k) A \rangle &= -i \int d^4x \left[\langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} f_k(x) - \right. \\ &\left. - \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle f_k(x) \right]. \end{aligned} \quad (5.78)$$

В силу уравнения Клейна — Гордона для $f_k(x)$ первое слагаемое здесь равно

$$\int d^4x \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} f_k(x) = \int d^4x \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - m_{\pi}^2 \right) f_k(x).$$

Двукратным применением теоремы Гаусса можно перенести производную $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ на матричный элемент $\langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle$, поэтому

$$\int d^4x \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} f_k(x) = \int d^4x \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - m_{\pi}^2 \right) \langle B | \varphi_{\pi}(x) | A \rangle f_k(x).$$

Подставляя это в (5.78), получим окончательно

$$\begin{aligned} \langle B | \pi(k) A \rangle &= -i \int d^4x f_k(x) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - m_\pi^2 \right] \langle B | \varphi_\pi(x) | A \rangle = \\ &= i \int d^4x e^{-ikx} (\square_x + m_\pi^2) \langle B | \varphi_\pi(x) | A \rangle, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Аналогично можно показать, что матричный элемент процесса испускания π -мезона $B \rightarrow A + \pi$ имеет вид

$$\langle A\pi(k) | B \rangle = i \int d^4x e^{ikx} (\square_x + m_\pi^2) \langle A | \varphi_\pi(x) | B \rangle. \quad (5.79)$$

Соотношения (5.74) и (5.79) носят название редукционных формул.

Если рассматривать рассеяние π -мезона с 4-импульсом k на адроне A $\pi(k) + A \rightarrow \pi(k') + B$ с образованием π -мезона с 4-импульсом k' и адрона B в конечном состоянии, то матричный элемент этого процесса можно представить в виде

$$\begin{aligned} \langle B\pi(k') | \pi(k) A \rangle &= i^2 \int d^4x d^4y e^{ik'y - ikx} (\square_y + m_\pi^2) (\square_x + m_\pi^2) \times \\ &\times \langle B | T(\varphi_\pi(y) \varphi_\pi(x)) | A \rangle, \end{aligned} \quad (5.80)$$

где T обозначает T -произведение операторов $\varphi_\pi(y)$ и $\varphi_\pi(x)$. Воспользовавшись свойством локальности операторов $\varphi_\pi(y)$, $\varphi_\pi(x)$ или, что то же самое, свойством причинности [5] $[\varphi_\pi(y), \varphi_\pi(x)]_- = 0$, если $(x - y)^2 < 0$, полученное выражение для матричного элемента πA -рассеяния можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle B\pi(k') | \pi(k) A \rangle &= i^2 \int d^4y d^4x e^{ik'y - ikx} (\square_y + m_\pi^2) (\square_x + m_\pi^2) \times \\ &\times \theta(y_0 - x_0) \langle B | [\varphi_\pi(y), \varphi_\pi(x)]_- | A \rangle, \end{aligned} \quad (5.81)$$

где

$$\theta(x_0) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_0 \geq 0, \\ 0, & \text{если } x_0 \leq 0. \end{cases}$$

Несмотря на то что функция $\theta(y_0 - x_0)$ является явно нековариантной величиной, произведение ее на коммутатор полевых операторов, удовлетворяющий условию причинности, будет тем не менее лоренц-инвариантной величиной. Дело в том, что в (5.81) ступенчатая функция $\theta(y_0 - x_0)$ устанавливает различие между будущим и прошлым внутри светового конуса, а это различие лоренц-инвариантно.

Чтобы убедиться в справедливости формулы (5.80), представим согласно (5.74) матричный элемент $\langle B\pi(k') | \pi(k) A \rangle$ в виде

$$\langle B\pi(k') | \pi(k) A \rangle = i \int d^4x e^{-ikx} (\square_x + m_\pi^2) \langle B\pi(k') | \varphi_\pi(x) | A \rangle.$$

Так как $\langle B\pi(k') | \varphi_\pi(x) | A \rangle = \langle B | a_{\text{out}}(k') \varphi_\pi(x) | A \rangle$, то

$$\begin{aligned} \langle B\pi(k') | \varphi_\pi(x) | A \rangle &= i \int d^3y f_{k'}^*(y) \frac{\vec{\partial}}{\partial y_0} \langle B | \varphi_{\text{out}}(y) \varphi_\pi(x) | A \rangle = \\ &= i \lim_{y_0 \rightarrow \infty} \int d^3y f_{k'}^*(y) \frac{\vec{\partial}}{\partial y_0} T \langle B | \varphi_\pi(y) \varphi_\pi(x) | A \rangle \end{aligned}$$

(здесь можно ввести T -произведение, так как всегда $y_0 > x_0$).

Воспользовавшись снова теоремой Гаусса, получим

$$\begin{aligned} \langle B\pi(k') | \varphi_\pi(x) | A \rangle &= i \lim_{y_0 \rightarrow -\infty} \int d^3y f_{k'}^*(y) \frac{\vec{\partial}}{\partial y_0} \langle B | \varphi_\pi(x) \varphi_\pi(y) | A \rangle + \\ &+ i \int d^4y \frac{\partial}{\partial y_0} \left[f_{k'}^*(y) \frac{\vec{\partial}}{\partial y_0} \langle B | T(\varphi_\pi(y) \varphi_\pi(x)) | A \rangle \right]. \quad (5.82) \end{aligned}$$

Если состояние A не содержит π -мезона с 4-импульсом k' , то первое слагаемое обращается в нуль. Второе слагаемое, используя уравнение Клейна — Гордона для функции $f_{k'}(y)$, может быть преобразовано к виду

$$\begin{aligned} \langle B\pi(k') | \varphi_\pi(x) | A \rangle &= i \int d^4y e^{ik'y} (\square_y + m_\pi^2) \times \\ &\times \langle B | T(\varphi_\pi(y) \varphi_\pi(x)) | A \rangle. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (5.82), получим редукционную формулу (5.80) для амплитуды процесса $\pi + A \rightarrow \pi + B$.

1.15. Применение редукционной техники к фоторождению пионов на нуклонах. Рассмотрим теперь процесс фотообразования пионов на нуклонах $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. С помощью редукционной техники можно получить следующее выражение для матричного элемента процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$:

$$\begin{aligned} (2\pi)^4 \delta(k + p_2 - q - p_1) m(\gamma N \rightarrow N\pi) &= e_\mu H_\mu^{(i)}, \\ H_\mu^{(i)} &= -i(m_\pi^2 - k^2) \int d^4x d^4y e^{-i(qx - ky)} \theta(-x_0 + y_0) \times \\ &\times \langle N(p_2) | [\varphi_\pi^{(i)}(y), J_\mu(x)] - | N(p_1) \rangle, \end{aligned}$$

где $J_\mu(x)$ — электромагнитный ток адронов, k, q — 4-импульсы π -мезона и γ -кванта, $|N(p)\rangle$ — состояние нуклона с 4-импульсом p , e_μ — 4-вектор поляризации γ -кванта, $\varphi_\pi^{(i)}(x)$ — пионное поле ($i = 1, 2, 3$ — изотопический индекс). Мы воспользовались при

этом соотношением

$$\square A_\mu(x) = J_\mu(x).$$

Формула PCAC позволяет поле $\varphi_\pi^{(i)}(y)$ выразить через дивергенцию аксиального тока

$$\begin{aligned} [\varphi_\pi^{(i)}(y), J_\mu(x)]_- &= \frac{\sqrt{2}}{ic_\pi} \left[\frac{\partial}{\partial y_\nu} A_\nu^{(i)}(y), J_\mu(x) \right]_- = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{ic_\pi} \frac{\partial}{\partial y_\nu} [A_\nu^{(i)}(y), J_\mu(x)]_- \end{aligned}$$

Используя теорему Гаусса, получим

$$H_\mu^{(i)} = H_{1,\mu}^{(i)} + H_{2,\mu}^{(i)},$$

$$\left. \begin{aligned} H_{1,\mu}^{(i)} &= \frac{\sqrt{2}}{c_\pi} (m_\pi^2 - k^2) \int d^4x d^4y e^{-i(qx - ky)} \times \\ &\times \left[-\frac{\partial}{\partial y_\nu} \theta(-x_0 + y_0) \langle N(p_2) | [J_\mu(x), A_\nu^{(i)}(y)]_- | N(p_1) \rangle, \right. \\ H_{2,\mu}^{(i)} &= i \frac{\sqrt{2}}{c_\pi} (m_\pi^2 - k^2) k_\nu \int d^4x d^4y e^{-i(qx - ky)} \theta(-x_0 + y_0) \times \\ &\times \langle N(p_2) | [J_\mu(x), A_\nu^{(i)}(y)]_- | N(p_1) \rangle. \end{aligned} \right\} (5.83)$$

Производная от $\theta(x_0)$ равна δ -функции

$$\frac{\partial}{\partial y_\nu} \theta(x_0 - y_0) = \delta_{\nu 0} \delta(x_0 - y_0),$$

поэтому $H_{1,\mu}^{(i)}$ в (5.83) определяется одновременным коммутатором $A_0^{(i)}(y)$ и электромагнитного тока адронов $J_\mu(x)$. Заметим, что изоскалярная часть электромагнитного тока коммутирует с $A_0^{(i)}(y)$ и, следовательно, не дает вклада в $H_{1,\mu}^{(i)}$. Коммутатор же изовекторной части электромагнитного тока с $A_0^{(i)}(y)$ согласно (5.73) определяется компонентой аксиального тока, и, следовательно, $H_{1,\mu}^{(i)}$ приводится к виду

$$\begin{aligned} H_{1,\mu}^{(i)} &= -i \frac{\sqrt{2}}{c_\pi} \int d^4x d^4y e^{-i(qx - ky)} \delta(x - \\ &- y) \varepsilon_{3im} \langle N(p_2) | A_\mu^{(m)}(x) | N(p_1) \rangle (m_\pi^2 - k^2) = \\ &= i \frac{\sqrt{2}}{c_\pi} \varepsilon_{3im} \langle N(p_2) | A_\mu^{(m)}(0) | N(p_1) \rangle (m_\pi^2 - k^2) \int d^4x e^{-i(q+p_1-k-p_2)x}. \end{aligned}$$

Слагаемое $H_{2,\mu}^{(i)}$ в (5.83) пропорционально k_ν и может быть точно вычислено в пределе $k_\nu \rightarrow 0$, который соответствует предельному случаю нулевой массы образующегося пиона. Легко видеть, что

в этом случае отличный от нуля вклад в $H_{2,\mu}^{(i)}$ вносят только однонуклонные промежуточные состояния. Действительно, вклады нуклонов в s - и u -каналах в амплитуду процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ пропорциональны множителям $\frac{1}{s-M^2}$, $\frac{1}{u-M^2}$, которые расходятся в пределе $k \rightarrow 0$:

$$\frac{1}{s-M^2} = \frac{1}{k^2 + 2kp_2} \simeq \frac{1}{k}, \quad \frac{1}{u-M^2} = \frac{1}{k^2 - 2kp_1} \simeq \frac{1}{k},$$

т. е. только однонуклонные вклады «выживают» в амплитуде $H_{2,\mu}^{(i)}$ в пределе $k \rightarrow 0$.

Так как

$$\langle N(p_2) | A_\mu(0) | N(p_1) \rangle = F_A((p_1 - p_2)^2) \bar{u}(p_2) \gamma_\mu \gamma_5 u(p_1) + O((p_2 - p_1)),$$

то для однонуклонной части матричного элемента $H_{2,\mu}^{(i)}$ процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ легко получить выражение

$$e_\mu H_{2,\mu}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \frac{i}{c_\pi} F_A m_\pi^2 \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \hat{k} \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p}{2M} \hat{e} \hat{q} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\kappa_n}{2M} \hat{e} \hat{q} \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \hat{k} \right] u(p_1) \delta(q + p_1 - k - p_2) (2\pi)^4. \quad (5.84)$$

Рассмотрим теперь слагаемое $H_{1,\mu}^{(i)}$ в (5.83). Используя соотношение (5.67) между формфакторами $F_p(q^2)$ и $F_A(q^2)$, имеем

$$e_\mu H_{1,\mu}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \\ = \frac{-1}{c_\pi} F_A((k - q)^2) \bar{u}(p_2) \gamma_5 \left(\hat{e} - 2 \frac{ekM}{t - m_\pi^2} \right) u(p_1) (m_\pi^2 - k^2) (2\pi)^4 \times \\ \times \delta(k + p_2 - q - p_1). \quad (5.85)$$

Складывая (5.84) и (5.85) и учитывая соотношение Гольдбергера — Треймана, получим окончательно следующее выражение для амплитуды процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$:

$$m(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \frac{g_\pi(0)}{\sqrt{2}M} \bar{u}(p_2) \left[-\gamma_5 \left(\hat{e} + \frac{2M}{kq} ek \right) + \right. \\ \left. + \gamma_5 \hat{k} \frac{\hat{q} + \hat{p}_1 + M}{2qp_1} \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p}{2M} \hat{e} \hat{q} \right) + \frac{\kappa_n}{2M} \hat{e} \hat{q} \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{2qp_2} \gamma_5 \hat{k} \right] u(p_1). \quad (5.86)$$

Выражение (5.86) для амплитуды $m(\gamma p \rightarrow n\pi^+)$ совпадает с амплитудой процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, вычисленной в борновском приближении в случае так называемого псевдовекторного варианта πN -взаимодействия. Напомним, что вершине πN -взаимодействия

можно сопоставить две структуры:

$$g_{\pi} \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1), \quad \frac{g_{\pi}}{2M} \bar{u}(p_2) \gamma_5 \gamma_{\mu} u(p_1) k_{\mu}.$$

Первая структура отвечает псевдоскалярному, вторая — псевдовекторному πN -взаимодействию. Из этих выражений видно, что оба варианта описания πN -взаимодействия дают одинаковые результаты, если оба нуклона свободны. Если же хотя бы один из нуклонов является виртуальным, то эти варианты взаимодействия приводят к разным результатам.

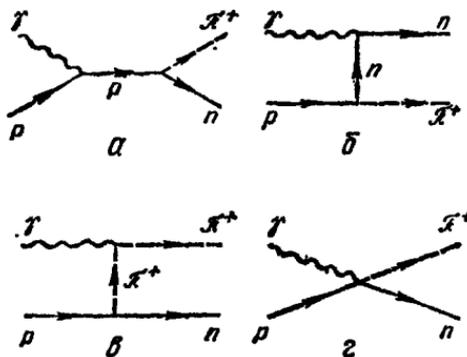


Рис. 5.15. Борновское приближение для процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия.

В отличие от борновского приближения для процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ с псевдоскалярным вариантом πN -взаимодействия, которому соответствуют три диаграммы Фейнмана (см. рис. 5.10), борновское приближение для процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ с псевдовекторным вариантом взаимодействия (рис. 5.15) описывается четырьмя диаграммами Фейнмана. Появление диаграммы (см. рис. 5.15, г), описывающей взаимодействие четырех частиц в одной точке (она называется катастрофической), легко понять из следующих соображений. Как известно, минимальное взаимодействие заряженной частицы с электромагнитным полем вводится с помощью замены $\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - ieA_{\mu}$. При этом псевдовекторный вариант.

πN -взаимодействия приводит к взаимодействию следующего типа: $\bar{u}(p_2) \gamma_5 \gamma_{\mu} u(p_1) k_{\mu} \rightarrow \bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{e} u(p_1)$ — оно совпадает с матричным элементом, отвечающим катастрофической диаграмме. Легко убедиться, что в борновском приближении с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия только суммарный вклад всех четырех диаграмм удовлетворяет условию сохранения электромагнитного тока адронов.

Катастрофическая диаграмма вносит вклад только в матричный элемент фотообразования заряженных пионов и не вносит вклада в матричный элемент процесса фотообразования нейтрального пиона.

Чтобы выяснить, чем отличаются друг от друга матричные элементы процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, вычисленные в борновском приближении для псевдовекторного и псевдоскалярного вариантов

πN -взаимодействия, перепишем матричный элемент (5.86) в виде [41]

$$-m(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \sqrt{2} g_\pi(0) \bar{u}(p_2) \left[\left(\frac{ke}{kq} - \frac{p_1 e}{p_1 q} + \frac{\hat{e} \hat{q}}{2q p_1} - \frac{\kappa_p}{2M} \frac{\hat{k} \hat{e} \hat{q}}{2q p_1} + \frac{\kappa_n}{2M} \frac{\hat{e} \hat{q} \hat{k}}{2q p_2} \right) + \frac{\kappa_p + \kappa_n}{4M^2} \hat{e} \hat{q} \right] \gamma_5 u(p_1). \quad (5.87)$$

Выражение в круглых скобках совпадает с выражением для матричного элемента процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, полученным в борновском приближении с псевдоскалярным вариантом πN -взаимодействия. Дополнительное слагаемое в (5.87) пропорционально сумме аномальных магнитных моментов протона и нейтрона $\kappa_p + \kappa_n$. Так как знаки κ_p и κ_n противоположны, то сумма их величин мала.

Таким образом, применение редукционной техники с алгеброй токов приводит в пределе нулевой массы пиона для процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ к матричному элементу, совпадающему с матричным элементом этого же процесса, вычисленным в борновском приближении с псевдоскалярным вариантом πN -взаимодействия.

Пренебрегая малым вкладом аномальных магнитных моментов в $m(\gamma p \rightarrow n\pi^+)$, получим согласно (5.87) следующее выражение для дифференциального сечения процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, усредненного по поляризациям частиц в начальном состоянии и просуммированного по поляризациям частиц в конечном состоянии:

$$\frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \frac{e^2}{4\pi} \frac{g_\pi^2}{4\pi} \frac{1}{2W^2} \left[\frac{q p_2}{q p_1} + \frac{m_\pi^2}{2} \left(\frac{p_{1\mu}}{q p_1} - \frac{k_\mu}{kq} \right)^2 \right], \quad (5.88)$$

где g_π — константа πN -взаимодействия. Используя для константы g_π значение $g_\pi^2/4\pi = 14,4$, найденное из опытов по πN - и NN -рассеянию, получим сечение процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ при $\tilde{k} \rightarrow 0$

$$\lim_{\tilde{k} \rightarrow 0} \frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = 15,5 \text{ мкбарн/стер},$$

что согласуется с экспериментальным значением этой величины, равным $15,6 \pm 0,6$ мкбарн/стер [41].

Отметим, что, полагая массу π -мезона равной нулю, получим из (5.88) следующее выражение для дифференциального сечения процесса $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$:

$$\frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow n\pi^+) = \frac{e^2}{4\pi} \frac{g_\pi^2}{4\pi} \frac{1}{2M^2} \simeq 23,1 \text{ мкбарн/стер}.$$

(Этот результат известен под названием теоремы Кролла — Рудермана [45].)

Мы рассмотрели процесс $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$. Аналогично можно рассмотреть и другие процессы фотообразования пионов на нуклонах. Так, процессу $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$ на основе PCAC и алгебры токов следует сопоставить 4-диаграммы (рис. 5.16), которым соответствует матричный элемент

$$\begin{aligned}
 m(\gamma n \rightarrow p \pi^-) &= \frac{g_\pi(0)}{\sqrt{2}M} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \left(\hat{e} + \frac{2M}{kq} ek \right) - \right. \\
 &- \left. \gamma_5 \hat{k} \frac{\hat{q} + \hat{p}_1 + M}{2qp_1} \hat{e} \hat{q} \frac{x_n}{2M} - \left(\hat{e} - \frac{x_p}{2M} \hat{e} \hat{q} \right) \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{2qp_2} \gamma_5 \hat{k} \right] u(p_1).
 \end{aligned}
 \tag{5.89}$$

После простых преобразований это выражение можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
 -m(\gamma n \rightarrow p \pi^-) &= \sqrt{2} g_\pi(0) \bar{u}(p_2) \gamma_5 \left[\left(\frac{ep_2}{qp_2} - \frac{ek}{qk} \right) - \frac{\hat{e} \hat{q}}{2qp_2} + \right. \\
 &+ \left. \frac{x_n}{2M} \frac{\hat{k} \hat{e} \hat{q}}{2qp_1} - \frac{x_p}{2M} \frac{\hat{e} \hat{q} \hat{k}}{2qp_2} \right] + \frac{x_n + x_p}{4M^2} \hat{e} \hat{q} u(p_1).
 \end{aligned}
 \tag{5.90}$$

Этот матричный элемент отличается на малую величину от матричного элемента процесса $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$ в борновском приближении в случае псевдоскалярного πN -взаимодействия.

Зная выражения для матричных элементов процессов $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$ и $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$, можно вычислить отношение дифференциальных сечений этих процессов на пороге

$$\begin{aligned}
 R_\pi &= \frac{d\sigma/d\Omega_\pi(\gamma n \rightarrow p \pi^-)}{d\sigma/d\Omega_\pi(\gamma p \rightarrow n \pi^+)} = \\
 &= \left(1 + \frac{m_\pi}{M} \right)^2 \approx 1,3.
 \end{aligned}
 \tag{5.91}$$

Это отношение хорошо согласуется с экспериментальным значением отношения сечений $R_{\pi, \text{экс}} = 1,265 \pm 0,075$. Отметим, что в пределе нулевой массы пиона $R = 1$.

Выпишем, наконец, матричный элемент процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ в борновском приближении для псевдовекторного варианта

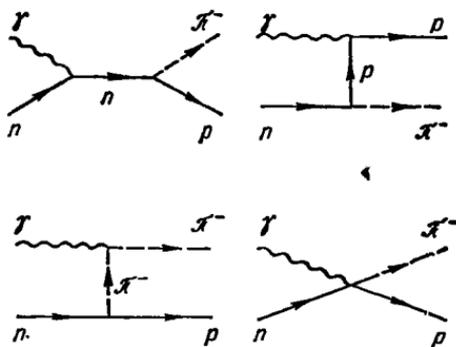


Рис. 5.16. Борновское приближение для процесса $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$ с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия.

πN -взаимодействия

$$m(\gamma p \rightarrow p\pi^0) = \frac{g_\pi(0)}{2M} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \hat{k} \frac{\hat{q} + \hat{p}_1 + M}{2q\rho_1} \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p}{2M} \hat{e} \hat{q} \right) + \right. \\ \left. + \left(\hat{e} - \frac{\kappa_p}{2M} \hat{e} \hat{q} \right) \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{-2q\rho_2} \gamma_5 \hat{k} \right] u(p_1). \quad (5.92)$$

После несложных преобразований этот матричный элемент можно привести к виду

$$m(\gamma p \rightarrow p\pi^0) = m(\gamma p \rightarrow p\pi^0)_{PS} - g_\pi \frac{2\kappa_p}{4M^2} \bar{u}(p_2) \gamma_5 \hat{e} \hat{q} u(p_1), \quad (5.93)$$

где $m(\gamma p \rightarrow p\pi^0)_{PS}$ — матричный элемент, вычисленный в борновском приближении для псевдоскалярного варианта πN -взаимодействия. Видим, что для реакций фотообразования нейтрального пиона различные матричные элементы $m(\gamma p \rightarrow p\pi^0)$ и $m(\gamma p \rightarrow p\pi^0)_{PS}$ значительно (в отличие от процессов фотообразования заряженных пионов на нуклонах). Чтобы проиллюстрировать это различие, найдем амплитуду E_{0+} поглощения электрического дипольного γ -кванта для двух вариантов πN -взаимодействия (речь идет о процессе $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$):

$$E_{0+}(PS) = eg_\pi \left[-\frac{m_\pi}{M} (1 + \kappa_p) + \frac{m_\pi^2}{2M^2} (1 + \kappa_p) \right] \frac{1}{8\pi(M + m_\pi)}, \\ E_{0+}(PV) = eg_\pi \left[-\frac{m_\pi}{M} + \frac{m_\pi^2}{2M^2} (1 + \kappa_p) \right] \frac{1}{8\pi(M + m_\pi)}.$$

Сравнение этих формул дает

$$|E_{0+}(PS)/E_{0+}(PV)|^2 \simeq (1 + \kappa_p)^{-2} \simeq \frac{1}{8},$$

т. е. сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$, вычисленное для псевдоскалярного варианта, почти на порядок превышает сечение, вычисленное для псевдовекторного варианта πN -взаимодействия.

Экспериментальные данные относительно реакции $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ согласуются с расчетами в борновском приближении для псевдовекторного варианта, согласно которым

$$\lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi}(\gamma p \rightarrow \pi^0 p) = \frac{e^2}{4\pi} \frac{g_\pi^2}{4\pi} \frac{1}{4M^2} \left(\frac{m_\pi}{M} \right)^2 = 0,24 \text{ мкбарн/стер.}$$

Видим, что сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ мало и обращается в нуль, если $m_\pi = 0$.

Полученные результаты для сечений фотообразования π -мезонов на нуклонах на пороге допускают простую физическую интерпретацию, основанную на том, что на пороге реакций $\gamma + N \rightarrow$

$\rightarrow N + \pi$ поглощается электрический дипольный γ -квант. Такой γ -квант взаимодействует с дипольным моментом системы $\pi + N$ (рис. 5.17) в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Поэтому амплитуда процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ пропорциональна величине этого дипольного момента. Если расстояние от центра тяжести системы до нуклона принять равным единице, то расстояние от центра тяжести до π -мезона будет равно M/m_π . Дипольные моменты системы $\pi + N$ будут поэтому пропорциональны величинам

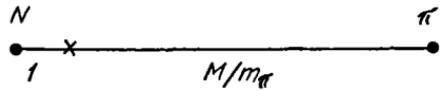


Рис. 5.17. Дипольный момент πN -системы (X — центр тяжести системы).

$$\gamma + p \rightarrow n + \pi^+, d_{N\pi} = e \frac{M}{m_\pi}, \quad \gamma + p \rightarrow p + \pi^0, d_{N\pi} = e,$$

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^-, d_{N\pi} = e \left(1 + \frac{M}{m_\pi} \right).$$

Так как $E_{0+} \simeq d_{N\pi}$ и $\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma N \rightarrow N\pi) \simeq |E_{0+}|^2$, то

$$\frac{d\sigma(\gamma p \rightarrow p\pi^0)}{d\sigma(\gamma p \rightarrow n\pi^+)} = \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi}{M} \right)^2, \quad \frac{d\sigma(\gamma n \rightarrow p\pi^-)}{d\sigma(\gamma p \rightarrow n\pi^+)} = \left(1 + \frac{m_\pi}{M} \right)^2.$$

Этот результат согласуется с результатом, полученным в теории с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия (он возникает из алгебры токов и гипотезы PCAC).

§ 2. ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ π -МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ

2.1. Дифференциальное сечение электророждения пионов. В предыдущем параграфе показано, что изучение фотообразования π -мезонов на нуклонах позволяет получить важную информацию о взаимодействии реальных γ -квантов с адронами. Изучение электрообразования π -мезонов на нуклонах позволяет существенно расширить информацию об электромагнитной структуре адронов. Дело в том, что в отличие от фотообразования π -мезонов на нуклонах, где амплитуды процесса определяются только в точке $q^2 = 0$ (q — 4-импульс γ -кванта), при исследовании электрообразования пионов амплитуда процесса определяется при $q^2 \neq 0$ (q — 4-импульс виртуального γ -кванта). В частности, изучение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ позволяет исследовать зависимость от q^2 неупругих формфакторов возбуждения нуклонных резонансов, а также зависимость от q^2 электромагнитного формфактора π -мезона.

Изучим теперь процесс электрообразования π -мезонов на нуклонах, основываясь на однофотонном приближении.

Диаграмма Фейнмана, соответствующая процессу $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$, изображена на рис. 5.18 (нижняя вершина соответствует поглощению виртуального γ -кванта нуклоном). Матричный элемент этого процесса, соответствующий этой диаграмме, может быть записан в виде

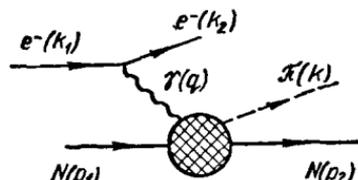


Рис. 5.18. Общая диаграмма для процесса электророждения π -мезонов на нуклонах.

$$m(e^-N \rightarrow e^-N\pi) = \frac{e^2}{q^2} l_\mu \langle N\pi | J_\mu | N \rangle, \quad (5.94)$$

где $\langle N\pi | J_\mu | N \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между состояниями нуклона и системы $N + \pi$, l_μ — 4-вектор электронного тока,

$$l_\mu = \bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1).$$

Дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ связано с матричным элементом $m(e^-N \rightarrow e^-N\pi)$ соотношением

$$d\sigma(eN \rightarrow eN\pi) = \frac{|m(eN \rightarrow eN\pi)|^2}{4k_1 p_1} (2\pi)^4 \delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2 - k) \times \\ \times \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2e_2} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2E_\pi}, \quad (5.95)$$

где k_2 , e_2 , k , E_π , p_2 , E_2 — 3-импульсы и энергии электрона, π -мезона и нуклона в конечном состоянии.

Рассмотрим сперва взаимодействие неполяризованных электронов с неполяризованными нуклонами (частицы в конечном состоянии также неполяризованы). Тогда выражение для $|m|^2$ должно быть усреднено по поляризациям частиц в начальном состоянии и просуммировано по поляризациям частиц в конечном состоянии процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$. Усредненный квадрат модуля матричного элемента запишем в виде

$$|m(e^-N \rightarrow e^-N\pi)|^2 = \frac{e^4}{q^4} l_{\mu\nu} T_{\mu\nu},$$

$$l_{\mu\nu} = \bar{l}_\mu \bar{l}_\nu^*, \quad T_{\mu\nu} = \overline{\langle N\pi | J_\mu | N \rangle \langle N\pi | J_\nu | N \rangle^*},$$

черта в выражении для $l_{\mu\nu}$ означает усреднение по поляризациям начального и суммирование по поляризациям конечного электронов, а в выражении для $T_{\mu\nu}$ — усреднение по поляризациям начального и суммирование по поляризациям конечного нуклонов в процессе $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$.

Будем характеризовать электрон в конечном состоянии энергией e_2 и углом ϑ между импульсами электронов в начальном и конечном

состояниях. Легко видеть, что, если пренебречь массой электрона, то

$$\frac{d^3k_2}{e_2} = e_2 d\epsilon_2 d\Omega_{e_2},$$

где $d\Omega_{e_2}$ — элемент телесного угла электрона в конечном состоянии. Образующиеся адроны N и π удобно рассматривать в их СЦИ. При этом, очевидно,

$$\int \delta(q + p_1 - k - p_2) \frac{d^3k}{E_\pi} \frac{d^3p_2}{E_2} = d\Omega_\pi \frac{|\tilde{k}|}{W},$$

где $d\Omega_\pi$ — элемент телесного угла π -мезона в конечном состоянии, W — полная энергия системы $\pi + N$.

Используя эти формулы, а также формулу (5.95), можно записать дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ в виде

$$\frac{d\sigma(eN \rightarrow eN\pi)}{d\epsilon_2 d\Omega_{e_2} d\Omega_\pi} = \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \frac{e_2}{e_1} \frac{l_{\mu\nu} T_{\mu\nu}}{q^4} \frac{|\tilde{k}|}{WM}. \quad (5.96)$$

Подчеркнем, что в этой формуле величины, относящиеся к электрону в конечном состоянии, определены в лабораторной системе, а величины, относящиеся к адронам в конечном состоянии, — в их СЦИ.

Произведение $l_{\mu\nu} T_{\mu\nu}$ удобно выразить через величины в СЦИ. Согласно (4.20) тензор $l_{\mu\nu}$ равен

$$l_{\mu\nu} = 2k_{1\mu}k_{2\nu} + 2k_{1\nu}k_{2\mu} + g_{\mu\nu}q^2,$$

поэтому компоненты тензора $l_{\mu\nu}$ в СЦИ образующихся адронов согласно формуле (4.11) имеют вид

$$\tilde{l}_{11} = 4\tilde{\epsilon}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 \cos^2 \varphi - q^2,$$

$$\tilde{l}_{22} = 4\tilde{\epsilon}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 \sin^2 \varphi - q^2,$$

$$\tilde{l}_{12} = \tilde{l}_{21} = 4\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 \sin \tilde{\vartheta}_1 \sin \tilde{\vartheta}_2 \cos \varphi \sin \varphi = 4\tilde{\epsilon}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 \cos \varphi \sin \varphi,$$

$$\tilde{l}_{33} = 4\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 \cos \tilde{\vartheta}_2 \cos \tilde{\vartheta}_2 - q^2,$$

$$\tilde{l}_{00} = 4\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 + q^2,$$

$$\tilde{l}_{01} = \tilde{l}_{10} = 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 (\sin \tilde{\vartheta}_1 + \sin \tilde{\vartheta}_2) \cos \varphi,$$

$$\tilde{l}_{02} = \tilde{l}_{20} = 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 (\sin \tilde{\vartheta}_1 + \sin \tilde{\vartheta}_2) \sin \varphi,$$

$$\tilde{l}_{03} = \tilde{l}_{30} = 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 (\cos \tilde{\vartheta}_1 + \cos \tilde{\vartheta}_2),$$

$$\tilde{l}_{13} = \tilde{l}_{31} = 2\tilde{\epsilon}_1 \tilde{\epsilon}_2 (\sin \tilde{\vartheta}_1 \cos \tilde{\vartheta}_1 + \cos \tilde{\vartheta}_2 \cos \varphi),$$

где тильда служит для обозначения кинематических переменных электрона в начальном и конечном состояниях в СЦИ системы $\pi + N$, образующейся в процессе $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ (здесь использованы те же обозначения, что и в (4.11)).

Учитывая сохранение электронного и адронного токов

$$l_\mu q_\mu = 0, \quad \langle N\pi | J_\mu | N \rangle q_\mu = 0,$$

имеем

$$l_\mu \langle N\pi | J_\mu | N \rangle = -\tilde{l}_1 \langle N\pi | \tilde{J}_1 | N \rangle - \tilde{l}_2 \times \\ \times \langle N\pi | \tilde{J}_2 | N \rangle - \frac{q^2}{\tilde{q}_0^2} \tilde{l}_3 \langle N\pi | \tilde{J}_3 | N \rangle.$$

(Нами использована система координат с осью z , направленной вдоль импульса виртуального γ -кванта \tilde{q} , причем плоскость xz совпадает с плоскостью, образованной векторами \tilde{k} и \tilde{q} (рис. 5.19).) Поэтому

$$l_{\mu\nu} T_{\mu\nu} = \tilde{l}_{11} \tilde{T}_{11} + \tilde{l}_{22} \tilde{T}_{22} + \left(\frac{q^2}{\tilde{q}_0^2} \right)^2 \tilde{l}_{33} \tilde{T}_{33} + \tilde{l}_{12} \tilde{T}_{12} + \tilde{l}_{21} \tilde{T}_{21} + \\ + \frac{q^2}{\tilde{q}_0^2} (\tilde{l}_{13} \tilde{T}_{13} + \tilde{l}_{31} \tilde{T}_{31} + \tilde{l}_{23} \tilde{T}_{23} + \tilde{l}_{32} \tilde{T}_{32}),$$

где \tilde{q}_0 — энергия виртуального γ -кванта в СЦИ.

Выясним теперь общую структуру тензора $T_{\mu\nu}$. Так как мы рассматриваем реакции $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ с неполяризованными нуклонами в начальном и конечном состояниях, то тензор $T_{\mu\nu}$ может быть построен только с помощью 4-векторов k , q и p_1 , поэтому он должен иметь следующую структуру:

$$T_{\mu\nu} = q_\mu q_\nu T_1 + q_\mu q_\nu T_2 + k_\mu k_\nu T_3 + p_{1\mu} p_{1\nu} T_4 +$$

$$+ (q_\mu p_{1\nu} + q_\nu p_{1\mu}) T_5 + (k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu) T_6 + (k_\mu p_{1\nu} + k_\nu p_{1\mu}) T_7 +$$

$$+ (q_\mu p_{1\nu} - q_\nu p_{1\mu}) T_8 + (k_\mu q_\nu - k_\nu q_\mu) T_9 + (k_\mu p_{1\nu} - k_\nu p_{1\mu}) T_{10}, \quad (5.97)$$

где T_i , $i = 1, 2, \dots, 10$, — некоторые функции от инвариантных переменных s , t и q^2 ($s = (p_1 + q)^2 = (k + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_2)^2 = (k - q)^2$).

Из сохранения адронного тока следует, что $T_{\mu\nu} q_\nu = T_{\mu\nu} q_\mu = 0$. Поэтому справедливы следующие соотношения между функциями T :

$$T_1 + q^2 T_2 + q \cdot p_1 T_5 + k \cdot q T_6 = 0,$$

$$k \cdot q T_3 + q^2 T_6 + q \cdot p_1 T_7 = q \cdot p_1 T_4 + q^2 T_5 + k \cdot q T_7 = 0, \\ q^2 T_8 + k \cdot q T_{10} = 0, \quad q^2 T_9 + q \cdot p_1 T_{10} = 0$$

и, следовательно, число независимых функций T_i уменьшается до пяти. В результате для тензора $T_{\mu\nu}$ получается выражение

$$T_{\mu\nu} = \mathcal{A}_1(s, t, q^2) (q_\mu q_\nu - q_{\mu\nu} q^2) + \mathcal{A}_2(s, t, q^2) \left(k_\mu - q_\mu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \times \\ \times \left(k_\nu - q_\nu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) + \mathcal{A}_3(s, t, q^2) \left(p_{1\mu} - q_\mu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \left(p_{1\nu} - q_\nu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) + \\ + \mathcal{A}_4(s, t, q^2) \left[\left(k_\mu - q_\mu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \left(p_{1\nu} - q_\nu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) + \right. \\ \left. + \left(k_\nu - q_\nu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \left(p_{1\mu} - q_\mu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \right] + \mathcal{A}_5(s, t, q^2) \left[\left(k_\mu - q_\mu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(p_{1\nu} - q_\nu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) - \left(k_\nu - q_\nu \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \left(p_{1\mu} - q_\mu \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right) \right], \quad (5.98)$$

где $\mathcal{A}_i(s, t, q^2)$, $i = 1, \dots, 5$, — некоторые функции s, t, q^2 , связанные с функциями T_i соотношениями

$$\mathcal{A}_1(s, t, q^2) = T_2 + \frac{1}{q^2} (k \cdot q T_6 + q p_1 T_5),$$

$$\mathcal{A}_2(s, t, q^2) = -\frac{q^2}{k \cdot q} T_6 - \frac{p_1 \cdot q}{k \cdot q} T_7, \quad \mathcal{A}_3(s, t, q^2) = -\frac{q^2 T_5 + k \cdot q T_7}{q \cdot p_1},$$

$$\mathcal{A}_4(s, t, q^2) = T_7, \quad \mathcal{A}_5(s, t, q^2) = T_{10}.$$

Из условия эрмитовости тензора $T_{\nu\mu}$ ($T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}^*$) следует, что функции $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_4$, определяющие симметричную часть тензора $T_{\mu\nu}$, должны быть вещественными, а функция \mathcal{A}_5 , определяющая антисимметричную часть $T_{\mu\nu}$, чисто мнимой. На первый взгляд кажется, что тензор $T_{\mu\nu}$ имеет особенность при $q^2 = 0$. Легко, однако, видеть, что члены, пропорциональные $1/q^2$ и $1/q^4$, сокращаются.

Из (5.98) следует, что в системе координат, изображенной на рис. 5.19, справедливо соотношение $\tilde{T}_{12} = \tilde{T}_{23} = 0$. Поэтому произведение тензоров $l_{\mu\nu}$ и $T_{\mu\nu}$ в СЦИ адронов может быть переписано в виде

$$l_{\mu\nu} T_{\mu\nu} = (2\tilde{e}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 - q^2) (\tilde{T}_{11} + \tilde{T}_{22}) + 2\tilde{e}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 \cos 2\varphi (\tilde{T}_{11} - \tilde{T}_{22}) + \\ + \left(\frac{q^2}{\tilde{q}_0^2} \right)^2 (4\tilde{e}_1 \tilde{e}_2 \cos \tilde{\vartheta}_1 \cos \tilde{\vartheta}_2 - q^2) \tilde{T}_{33} + \\ + 2 \cos \varphi \tilde{e}_1 \tilde{e}_2 (\sin \tilde{\vartheta}_1 \cos \tilde{\vartheta}_2 + \sin \tilde{\vartheta}_2 \cos \tilde{\vartheta}_1) (\tilde{T}_{13} + \tilde{T}_{31}) \frac{q^2}{\tilde{q}_0^2}.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} 2\tilde{e}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 - q^2 &= \frac{(-q^2)}{1-\kappa_\nu}, \quad 2\tilde{e}_1^2 \sin^2 \tilde{\vartheta}_1 = -q^2 \frac{\kappa_\nu}{1-\kappa_\nu}, \\ 4\tilde{e}_1 \tilde{e}_2 \cos \tilde{\vartheta}_1 \cos \tilde{\vartheta}_2 - q^2 &= \frac{1}{\tilde{q}^2} (\tilde{e}_1^2 - \tilde{e}_2^2 + \tilde{q}^2) (\tilde{e}_1^2 - \tilde{e}_2^2 - \tilde{q}^2) - q^2 = \\ &= \tilde{q}_0^2 \left[\frac{(\tilde{e}_1 + \tilde{e}_2)^2}{\tilde{q}^2} - 1 \right] = \tilde{q}_0^2 \frac{(-q^2)}{\tilde{q}^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}} = \tilde{q}_0^2 \frac{2\kappa_\nu}{1-\kappa_\nu}, \end{aligned}$$

$$\tilde{e}_2 \cos \tilde{\vartheta}_2 + \tilde{e}_1 \cos \tilde{\vartheta}_1 = q_0 \sqrt{\frac{1+\kappa_\nu}{1-\kappa_\nu}}, \quad 2\tilde{e}_1 \sin \tilde{\vartheta}_1 = \sqrt{-2q^2 \frac{\kappa_\nu}{1-\kappa_\nu}},$$

где

$$\kappa_\nu^{-1} = 1 - 2 \frac{\tilde{q}^2}{q^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2},$$

получим

$$\begin{aligned} l_{\mu\nu} W_{\mu\nu} &= \frac{(-q^2)}{1-\kappa_\nu} \left[\tilde{T}_{11} + \tilde{T}_{22} + \kappa_\nu \cos 2\varphi (\tilde{T}_{11} - \tilde{T}_{22}) - \right. \\ &\left. - 2\kappa_\nu \frac{q^2}{q_0} \tilde{T}_{33} - \cos \varphi \sqrt{2\kappa_\nu (1+\kappa_\nu)} \frac{(-q^2)}{q_0} (\tilde{T}_{13} + \tilde{T}_{31}) \right]. \quad (5.99) \end{aligned}$$

Входящие сюда компоненты тензора $T_{\mu\nu}$ связаны с функциями \mathcal{A}_i соотношениями

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{11} &= q^2 \mathcal{A}_1(s, t, q^2) + \tilde{\mathbf{k}}^2 \sin^2 \vartheta_\pi \mathcal{A}_2(s, t, q^2), \quad \tilde{T}_{22} = q^2 \mathcal{A}_1(s, t, q^2), \\ \tilde{T}_{33} &= \tilde{q}_0^2 \mathcal{A}_1(s, t, q^2) + \left[\tilde{\mathbf{k}}^2 \cos^2 \vartheta_\pi - 2\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \frac{k \cdot q}{q^2} + \tilde{\mathbf{q}}^2 \left(\frac{k \cdot q}{q^2} \right)^2 \right] \times \\ &\quad \times \mathcal{A}_2(s, t, q^2) + \tilde{\mathbf{q}}^2 \left(1 + \frac{q \cdot p_1}{q^2} \right)^2 \mathcal{A}_3(s, t, q^2) + \\ &\quad + 2 \left(-\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}}^2 \frac{k \cdot q}{q^2} \right) \left(1 + \frac{p_1 q}{q^2} \right) \mathcal{A}_4(s, t, q^2), \\ \tilde{T}_{13} + \tilde{T}_{31} &= -2|\tilde{\mathbf{k}} \times \mathbf{q}| \left[\frac{-\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{q}}^2 k \cdot q / q^2}{\tilde{\mathbf{q}}^2} \mathcal{A}_2(s, t, q^2) + \right. \\ &\quad \left. + \left(1 + \frac{p_1 \cdot q}{q^2} \right) \mathcal{A}_4(s, t, q^2) \right]. \end{aligned}$$

Заметим, что из условия положительности квадратичной формы $T_{\mu\nu} a_\mu a_\nu^*$ (a_μ — произвольный 4-вектор) вытекают следующие

неравенства для структурных функций \mathcal{A}_i :

$$q^2 \mathcal{A}_1(s, t, q^2) \geq 0,$$

$$q^2 \mathcal{A}_1(s, t, q^2) + \tilde{\mathbf{k}}^2 \sin^2 \vartheta_\pi \mathcal{A}_2(s, t, q^2) \geq 0,$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}_1(s, t, q^2) \tilde{q}_0^2 + \mathcal{A}_2(s, t, q^2) \left[\tilde{\mathbf{k}}^2 \cos^2 \vartheta_\pi - 2\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{q^2} + \tilde{q}^2 \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right)^2 \right] + \\ & + \mathcal{A}_3(s, t, q^2) \tilde{q}^2 \left(1 + \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{p}_1}{q^2} \right)^2 + 2\mathcal{A}_4(s, t, q^2) \left(-\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \tilde{q}^2 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \times \\ & \times \left(1 + \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{p}_1}{q^2} \right) \geq 0. \end{aligned}$$

2.2. Дифференциальное сечение поглощения виртуальных γ -квантов нуклонами с образованием π -мезонов. Процесс электрообразования π -мезонов на нуклонах (см. рис. 5.18) можно интерпретировать в однофотонном приближении как процесс образования π -мезонов при поглощении нуклоном виртуального γ -кванта. Рассмотрим подробнее процесс $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ (γ^* — виртуальный γ -квант).

Матричный элемент $m(\gamma^* N \rightarrow N\pi)$ процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ равен, очевидно,

$$m(\gamma^* N \rightarrow N\pi) = e e_\mu \langle N\pi | J_\mu | N \rangle,$$

где e_μ — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта, q — его 4-импульс. Дифференциальное сечение процесса определяется формулой

$$\begin{aligned} d\sigma(\gamma^* N \rightarrow N\pi) &= e^2 \frac{e_\mu e_\nu^* T_{\mu\nu}}{4\sqrt{(q \cdot p_1)^2 - q^2 M^2}} (2\pi)^4 \delta(q + p_1 - p_2 - k) \times \\ &\times \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2E_\pi}, \end{aligned}$$

где $4\sqrt{(q \cdot p_1)^2 - q^2 M^2}$ представляет собой плотность потока частиц в начальном состоянии реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ (нуклоны в начальном и конечном состояниях этой реакции предполагаются неполяризованными).

В СЦИ частиц N и π эта формула упрощается:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \frac{\alpha}{16\pi W^2} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} e_\mu e_\nu^* T_{\mu\nu}.$$

Вводя продольную и поперечные поляризации виртуального γ -кванта (относительно его 3-импульса $\tilde{\mathbf{q}}$ в СЦИ), можно определить сечения образования π -мезонов поперечными и продольными

виртуальными γ -квантами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} &\equiv \frac{\alpha}{32\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (\tilde{T}_{11} + \tilde{T}_{22}), \\ \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} &\equiv \frac{\alpha}{16\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \tilde{T}_{33} \frac{(-q^2)}{\tilde{q}_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.100)$$

Рассмотрим теперь величину $l_{\mu\nu} T_{\mu\nu}$, определяющую дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$. Согласно формулам (5.99) и (5.100) ее можно связать с величинами $\frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi}$ и $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi}$ [31, 44, 63]:

$$\begin{aligned} l_{\mu\nu} T_{\mu\nu} = & \frac{(-q^2)}{1-\kappa_\gamma} \frac{32\pi}{\alpha} W^2 \frac{|\tilde{q}|}{|\tilde{k}|} \left[\frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} + \kappa_\gamma \cos 2\varphi \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi} + \right. \\ & \left. + \kappa_\gamma \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} - \cos \varphi \sqrt{\frac{\kappa_\gamma(1+\kappa_\gamma)}{2}} \frac{d\sigma_I}{d\Omega_\pi} \right], \end{aligned} \quad (5.101)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi} &= \frac{\alpha}{32\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (\tilde{T}_{11} - \tilde{T}_{22}), \\ \frac{d\sigma_I}{d\Omega_\pi} &= \frac{\alpha}{16\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (\tilde{T}_{13} + \tilde{T}_{31}) \sqrt{\frac{-q^2}{2\tilde{q}_0^2}}. \end{aligned}$$

Величина $d\sigma_U/d\Omega_\pi$ определяет дифференциальное сечение поглощения неполяризованных поперечных виртуальных γ -квантов неполяризованными нуклонами с образованием системы, состоящей из π -мезона и неполяризованного нуклона. Величина $d\sigma_L/d\Omega_\pi$ определяет дифференциальное сечение поглощения продольных виртуальных γ -квантов неполяризованными нуклонами с образованием системы из π -мезона и неполяризованного нуклона. Величина $d\sigma_T/d\Omega_\pi$ определяет асимметрию углового распределения π -мезонов в реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$, обусловленную линейной поляризацией виртуального γ -кванта (нуклоны в начальном и конечном состояниях реакции неполяризованы). Наконец, величина $d\sigma_I/d\Omega_\pi$ обусловлена интерференцией амплитуд поглощения поперечных и продольных виртуальных γ -квантов в процессе $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ (нуклоны в начальном и конечном состояниях реакции неполяризованы).

Подставляя выражение (5.101) в формулу (5.96), получим

$$\frac{d\sigma(eN \rightarrow eN\pi)}{d\Omega_e d\varepsilon_2 d\Omega_\pi} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{|\mathbf{q}|}{1-\kappa_\gamma} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{1}{(-q^2)} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi), \quad (5.102)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi) &= \frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} + \kappa_\gamma \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} + \cos 2\varphi \kappa_\gamma \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi} - \\ &- \cos \varphi \sqrt{\frac{\kappa_\gamma}{2} (1 + \kappa_\gamma)} \frac{d\sigma_I}{d\Omega_\pi}. \end{aligned} \quad (5.103)$$

Эта формула связывает дифференциальное сечение процесса электрообразования π -мезонов на нуклонах с сечением поглощения виртуальных γ -квантов нуклонами (нуклоны в начальном и конечном состояниях неполяризованы).

Сечение (5.102) можно переписать в виде

$$\frac{d\sigma (eN \rightarrow eN\pi)}{d\Omega_e d\varepsilon_2 d\Omega_\pi} = N_{\gamma^*} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi).$$

Очевидно, величину $N_{\gamma^*} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{|\mathbf{q}|}{1 - \kappa_\gamma} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{1}{(-q^2)}$ (\mathbf{q} — 3-импульс виртуального γ -кванта в лабораторной системе процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$) можно интерпретировать как число виртуальных γ -квантов, испущенных электроном при неупругом $e^- + N$ -рассеянии.

Как видно из формулы (5.103), при $q^2 \rightarrow 0$ вклады в сечение $\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi)$, пропорциональные $\frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi}$ и $\frac{d\sigma_I}{d\Omega_\pi}$, обращаются в нуль. Поэтому, если $q^2 \rightarrow 0$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi) = \frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} + \kappa_\gamma \cos 2\varphi \frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi}.$$

Отсюда следует, что при $q^2 \rightarrow 0$ изучение процесса образования π -мезонов на нуклонах неполяризованными электронами дает ту же информацию о процессе фотообразования π -мезонов на нуклонах, что и исследование процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ с реальными линейно-поляризованными γ -квантами.

Если в формуле (5.103) выполнить интегрирование по азимутальному углу φ , то получим

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N \rightarrow N\pi) d\varphi &= \int_0^{2\pi} \left(\frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} + \kappa_\gamma \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} \right) d\varphi = \\ &= 2\pi \left(\frac{d\sigma_U}{d \cos \vartheta_\pi} + \kappa_\gamma \frac{d\sigma_L}{d \cos \vartheta_\pi} \right). \end{aligned}$$

Если, далее, проинтегрировать последнюю формулу по углу образования пионов ϑ_π , то получим дифференциальное сечение процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ с регистрацией в конечном состоянии

только электрона

$$\frac{d^2\sigma(e^-N \rightarrow e^-N\pi)}{d\Omega_e d\Omega_\pi} = N_{\gamma^*} [\sigma_U(\gamma^*N \rightarrow N\pi) + \kappa_\gamma \sigma_L(\gamma^*N \rightarrow N\pi)], \quad (5.104)$$

где величины

$$\sigma_U(\gamma^*N \rightarrow N\pi) \equiv \int \frac{d\sigma_U}{d\Omega_\pi} d\Omega_\pi, \quad \sigma_L(\gamma^*N \rightarrow N\pi) \equiv \int \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} d\Omega_\pi$$

представляют собой полные сечения образования пионов на нуклонах при поглощении продольного и поперечных виртуальных γ -квантов нуклонами.

Формула (5.104) совпадает с общей формулой для дифференциального сечения неупругого рассеяния электронов адронами с регистрацией только рассеянного электрона в конечном состоянии.

2.3. Инвариантные и скалярные амплитуды электроорождения пионов на нуклонах. Выше мы установили общую структуру дифференциального сечения процесса электрообразования пионов $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ в случае, когда все частицы, участвующие в реакции, неполяризованы. Установим теперь структуру матричного элемента $m(eN \rightarrow eN\pi)$ процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ в случае поляризованных частиц.

Вводя обозначение

$$e_\mu(\gamma^*) = e \frac{\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1)}{q^2},$$

запишем матричный элемент $m(eN \rightarrow eN\pi)$ в виде

$$m(eN \rightarrow eN\pi) = ee_\mu(\gamma^*) \langle N\pi | J_\mu | N \rangle.$$

Так как в силу сохранения электронного тока $e_\mu(\gamma^*) q_\mu = 0$, то $m(eN \rightarrow eN\pi)$ можно рассматривать как матричный элемент $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$ поглощения нуклоном виртуального γ -кванта с 4-вектором поляризации $e_\mu(\gamma^*)$.

Учитывая сохранение пространственной четности в электромагнитном взаимодействии адронов, матричный элемент $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$ можно представить в виде

$$m(\gamma^*N \rightarrow N\pi) = \varphi_\pi^+ \bar{u}(p_2) \gamma_5 [\hat{e}(\gamma^*) \hat{q} U_1(s, t, q^2) + e(\gamma^*) p U_2(s, t, q^2) + e(\gamma^*) k U_3(s, t, q^2) + e(\gamma^*) q U_4(s, t, q^2) + \hat{e}(\gamma^*) U_5(s, t, q^2) + \hat{q} e(\gamma^*) \cdot p U_6(s, t, q^2) + \hat{q} e(\gamma^*) k U_7(s, t, q^2) + \hat{q} e(\gamma^*) q U_8(s, t, q^2)] u(p_1), \quad (5.105)$$

где $u(p_1)$ — биспинор нуклона с 4-импульсом p_1 , φ_π — волновая функция π -мезона, $U_i(s, t, q^2)$, $i = 1, \dots, 8$, — некоторые комплексные функции s, t, q^2 .

Так как $e(\gamma^*)q = 0$, то функции U_4 и U_8 не вносят вклада в $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$. Тем не менее мы удерживаем их в выражении для $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$, так как в условии сохранения адронного тока при $q^2 \neq 0$ входят величины U_4 и U_8 . Действительно, из условия $q_\mu \langle N\pi | J_\mu | N \rangle = 0$ следует, что

$$\bar{u}(p_2) \gamma_5 [q^2 U_1 + q \cdot p U_2 + k \cdot q U_3 + q^2 U_4 + \widehat{q}(U_5 + q \cdot p U_6 + k \cdot q U_7 + q^2 U_8)] u(p_1) = 0,$$

откуда вытекают два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} q^2 U_1 + q \cdot p U_2 + k \cdot q U_3 + q^2 U_4 &= 0, \\ U_5 + q \cdot p U_6 + k \cdot q U_7 + q^2 U_8 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.106)$$

содержащие функции U_4 и U_8 . С помощью этих уравнений можно исключить две функции, так что число независимых функций в (5.105) будет равно шести. Заметим, что исключение с помощью первого из уравнений (5.106) любой из величин U_i ($i = 1, 2, 3, 4$) вносит особенность типа $1/q^2$, $1/k \cdot q$ (они называются кинематическими). Мы исключим величины U_3 и U_5 и запишем матричный элемент $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$ в виде [18]

$$m(\gamma^*N \rightarrow N\pi) = \sum_{i=1}^6 \varphi_i^+ \bar{u}(p_2) m_{i\mu}(p_1) A_i(s, t, q^2),$$

где $A_i(s, t, q^2)$, $i = 1, \dots, 6$, — некоторые комплексные функции s, t, q^2 ,

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{2} \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu}, \quad m_2 = \gamma_5 p_\mu k_\nu F_{\mu\nu}, \quad m_3 = \gamma_5 \gamma_\mu k_\nu F_{\mu\nu}, \\ m_4 &= \gamma_5 \gamma_\mu p_\nu F_{\mu\nu} - 2M \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu}, \quad m_5 = \gamma_5 q_\mu k_\nu F_{\mu\nu}, \quad m_6 = \gamma_5 q_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} \end{aligned} \right\} \quad (5.107)$$

$$F_{\mu\nu} = e_\mu(\gamma^*)q_\nu - e_\nu(\gamma^*)q_\mu, \quad p = p_1 + p_2.$$

Величины $A_i(s, t, q^2)$ ($i = 1, \dots, 6$), называемые инвариантными амплитудами процесса электророждения π -мезонов на нуклонах, следующим образом связаны с величинами $U_i(s, t, q^2)$ ($i = 1, \dots, 8$):

$$\begin{aligned} A_1(s, t, q^2) &= U_1 - 2MU_6, \quad A_2(s, t, q^2) = U_2 \frac{1}{k \cdot q}, \\ A_3(s, t, q^2) &= -U_7, \quad A_4(s, t, q^2) = -U_6, \\ A_5(s, t, q^2) &= \frac{U_1 + U_4}{k \cdot q}, \quad A_6(s, t, q^2) = U_8. \end{aligned}$$

Видим, что только амплитуды A_2 и A_5 имеют кинематические особенности в точке $k \cdot q = 0$.

Выясним теперь, каким условиям должны удовлетворять амплитуды A_2 и A_5 , чтобы в матричном элементе $m(\gamma^*N \rightarrow N\pi)$

не содержалась особенность в точке $k \cdot q = 0$. Перепишем для этого часть матричного элемента, определяемую амплитудами A_2 и A_5 , в виде

$$\begin{aligned} & \gamma_5 [e(\gamma^*) p k q - e(\gamma^*) k q p] A_2 + \gamma_5 [e(\gamma^*) q k q - e(\gamma^*) k q^2] A_5 = \\ & = \gamma_5 k \cdot q [A_2 p \cdot e(\gamma^*) + A_5 e(\gamma^*) \cdot q] - \gamma_5 k \cdot e(\gamma^*) (A_2 q \cdot p + A_5 q^2). \end{aligned}$$

Первое слагаемое здесь пропорционально $k \cdot q$, поэтому не содержит особенности при $k \cdot q = 0$. В силу этого должно выполняться условие $A_2 q \cdot p + A_5 q^2 = 0$ при $k \cdot q = 0$. Как мы убедимся далее, это условие удовлетворяется в борновском приближении для амплитуды $m(\gamma^* N \rightarrow N\pi)$.

Запишем теперь матричный элемент $m(\gamma^* N \rightarrow N\pi)$ в СЦИ реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ и перейдем от биспиноров $u(p)$ к двухкомпонентным спинорам χ нуклонов. Воспользуемся для этого формулами

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{e}\hat{q} - e \cdot q) u(p_1) = & -N_1 N_2 \chi_2^+ \left[\sigma \cdot \bar{e} (W - M) - \right. \\ & - \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \frac{W + M}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)} - \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \mathbf{e} \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{\tilde{E}_1 + M} + \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \mathbf{e} \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{\tilde{E}_2 + M} \\ & \left. - \tilde{e}_0 \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \frac{\tilde{E}_1 - M}{\tilde{E}_2 + M} - \tilde{e}_0 \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \right] \chi_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) (e \cdot p k \cdot q - e \cdot k q \cdot p) = & N_1 N_2 \chi_2^+ \left(\frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{\tilde{E}_1 + M} - \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}}}{\tilde{E}_2 + M} \right) \chi_1 \times \\ & \times [\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{q} + \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} (k \cdot q + q \cdot p) + \tilde{e}_0 (k \cdot q (\tilde{E}_1 + \tilde{E}_2) - E_{\pi} q \cdot p)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{e}\hat{k} \cdot q - \hat{q}\hat{e} \cdot k) u(p_1) = & \\ = -N_1 N_2 \chi_2^+ \left\{ \left[\sigma \cdot \bar{\mathbf{e}} + \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)} \right] k \cdot q + \right. \\ & + \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} \frac{W + M}{\tilde{E}_1 + M} + \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}} \frac{W - M}{\tilde{E}_2 + M} + \\ & \left. + \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_1 + M} [k \cdot q - E_{\pi} (W + M)] + \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_2 + M} [k \cdot q - \tilde{E}_{\pi} (W - M)] \right\} \chi_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{e}\hat{q} \cdot p - \hat{q}\hat{e} \cdot p) u(p_1) = & \\ = -N_1 N_2 \chi_2^+ \left\{ \left[\sigma \cdot \bar{\mathbf{e}} + \frac{\sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{e}} \sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}}}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)} \right] q \cdot p - \right. \\ & \left. - \left(\sigma \cdot \tilde{\mathbf{q}} \frac{W + M}{\tilde{E}_1 + M} + \sigma \cdot \tilde{\mathbf{k}} \frac{W - M}{\tilde{E}_2 + M} \right) (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{k}}) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sigma \cdot \tilde{q} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_1 + M} [q \cdot p - (\tilde{E}_1 + \tilde{E}_2)(W + M)] + \\
& + \frac{\sigma \cdot \tilde{k} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_2 + M} [q \cdot p - (\tilde{E}_1 + \tilde{E}_2)(W - M)] \chi_1, \\
\bar{u}(p_2) \gamma_5 (\hat{q} e \cdot \hat{q} - e q^2) u(p_1) = & N_1 N_2 \chi_2^+ \left\{ q^2 \left[\sigma \cdot \tilde{e} + \frac{\sigma \cdot \tilde{k} \sigma \cdot \tilde{e} \sigma \cdot \tilde{q}}{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)} \right] + \right. \\
& + \tilde{e} \cdot \tilde{q} \left(\sigma \cdot \tilde{q} \frac{W + M}{\tilde{E}_1 + M} + \sigma \cdot \tilde{k} \frac{W - M}{\tilde{E}_2 + M} \right) + \\
& \left. + \frac{\sigma \cdot \tilde{q} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_1 + M} [q^2 - \tilde{q}_0(W + M)] + \frac{\sigma \cdot \tilde{k} \tilde{e}_0}{\tilde{E}_2 + M} [q^2 - \tilde{q}_0(W - M)] \right\} \chi_1
\end{aligned}$$

(здесь и далее e_μ (γ^*) обозначено через e_μ).

Введем амплитуду \mathcal{F}_{γ^*} процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$, связанную с m ($\gamma^* N \rightarrow N\pi$) в СЦИ соотношением

$$\mathcal{F}_{\gamma^*} = \frac{1}{8\pi W} m(\gamma^* N \rightarrow N\pi).$$

Она может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\gamma^*} = & \chi_2^+ (\sigma \cdot \tilde{e} \mathcal{F}_1 + \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \sigma \cdot \tilde{e} \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_2 + \\
& + \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{e} \cdot \mathbf{n}_2 \mathcal{F}_3 + \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{e} \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_4 + \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{e} \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_5 + \\
& + \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{e} \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_6 + \tilde{e}_0 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_7 + \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{e}_0 \mathcal{F}_8) \chi_1, \quad (5.108)
\end{aligned}$$

где \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 — единичные векторы вдоль импульсов $\tilde{\mathbf{q}}$ и $\tilde{\mathbf{k}}$, \mathcal{F}_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, — некоторые функции полной энергии W и угла ϑ_π между векторами $\tilde{\mathbf{k}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$ в СЦИ реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$. Величины \mathcal{F}_i (W , $\cos \vartheta_\pi$) называются скалярными амплитудами электророжждения пионов на нуклонах. Они связаны с инвариантными амплитудами соотношениями [18]

$$\mathcal{F}_1 = \frac{V(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}{8\pi W} [-(W - M) A_1 - k \cdot q (A_3 - A_4) - \\ - (W - M)^2 A_4 + q^2 A_6],$$

$$\mathcal{F}_2 = \frac{V(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}{8\pi W} [(W + M) A_1 - k \cdot q (A_3 - A_4) - \\ - (W + M)^2 A_4 + q^2 A_6],$$

$$\mathcal{F}_3 = (\tilde{E}_2 + M) \frac{V(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}{8\pi W} [(W^2 - M^2) A_2 - \\ - (W + M)(A_3 - A_4) + q^2 A_6],$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_4 &= (\tilde{E}_2 - M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} [- (W^2 - M^2) A_2 - \\
&\quad - (W - M) (A_3 - A_4) - q^2 A_5], \\
\mathcal{F}_5 &= (\tilde{E}_1 - M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} [A_1 + k \cdot q (A_2 - A_5) + \\
&\quad + (W - M) A_4 + (W + M) A_6], \quad (5.109) \\
\mathcal{F}_6 &= (\tilde{E}_1 + M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}}{8\pi W} [- A_1 - k \cdot q (A_2 - A_5) + \\
&\quad + (W + M) A_4 + (W - M) A_6], \\
\mathcal{F}_7 &= \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} [(\tilde{E}_1 + M) A_1 + A_2 (k \cdot q (W + \tilde{E}_1) - \\
&\quad - \tilde{E}_\pi (W^2 - M^2)) - (\tilde{E}_\pi (W + M) - k \cdot q) (A_4 - A_3) - \\
&\quad - (\tilde{E}_1 + M) (W - M) A_4 + \\
&\quad + A_5 (\tilde{q}_0 k \cdot q - \tilde{E}_\pi q^2) - A_6 (\tilde{E}_1 + M) (W - M)], \\
\mathcal{F}_8 &= \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 - M)}}{8\pi W} [- (\tilde{E}_1 - M) A_1 - (k \cdot q (W + \tilde{E}_1) - \\
&\quad - \tilde{E}_\pi (W^2 - M^2)) A_2 - (\tilde{E}_\pi (W - M) - k \cdot q) (A_4 - A_3) - \\
&\quad - (\tilde{E}_1 - M) (W + M) A_4 - \\
&\quad - A_5 (\tilde{q}_0 k \cdot q - \tilde{E}_\pi q^2) - A_6 (\tilde{E}_1 - M) (W + M)].
\end{aligned}$$

Отметим, что скалярные амплитуды удовлетворяют следующим отношениям:

$$\left. \begin{aligned}
\mathcal{F}_1(-W) &= -\mathcal{F}_2(W), & \mathcal{F}_3(-W) &= -\mathcal{F}_4(W), \\
\mathcal{F}_5(-W) &= -\mathcal{F}_6(W), & \mathcal{F}_7(-W) &= -\mathcal{F}_8(W).
\end{aligned} \right\} \quad (5.110)$$

Не все скалярные амплитуды являются независимыми. Действительно, условие сохранения электромагнитного тока адронов можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\sigma \cdot \tilde{q} \mathcal{F}_1 + \sigma \cdot n_2 |\tilde{q}| \mathcal{F}_2 + \cos \vartheta_\pi \sigma \cdot \tilde{q} \mathcal{F}_3 + \cos \vartheta_\pi |\tilde{q}| \sigma \cdot n_2 \mathcal{F}_4 + \\
+ \sigma \cdot \tilde{q} \mathcal{F}_5 + \sigma \cdot n_2 |\tilde{q}| \mathcal{F}_6 + \sigma \cdot n_1 \tilde{q}_0 \mathcal{F}_7 + \sigma \cdot n_2 \tilde{q}_0 \mathcal{F}_8 = 0,
\end{aligned}$$

откуда вытекают уравнения

$$\left. \begin{aligned}
\mathcal{F}_1 + \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_5 + \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \mathcal{F}_7 = 0, \\
\mathcal{F}_2 + \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_6 + \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \mathcal{F}_8 = 0.
\end{aligned} \right\} \quad (5.111)$$

Исключив с помощью этих уравнений амплитуды \mathcal{F}_5 и \mathcal{F}_6 , получим для \mathcal{F}_{γ^*} выражение

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\gamma^*} = & \chi_2^+ [\mathcal{F}_1 (\sigma \cdot \tilde{e} - \sigma \cdot n_1 \tilde{e} \cdot n_1) + \mathcal{F}_2 (\sigma \cdot n_2 \sigma \cdot \tilde{e} \sigma \cdot n_1 - \sigma \cdot n_2 \tilde{e} \cdot n_1) + \\ & + \mathcal{F}_3 (\sigma \cdot n_1 \tilde{e} \cdot n_2 - \cos \vartheta_{\pi} \sigma \cdot n_1 \tilde{e} \cdot n_1) + \mathcal{F}_4 \sigma \cdot n_2 (\tilde{e} \cdot n_2 - \cos \vartheta_{\pi} \tilde{e} \cdot n_1) + \\ & + \mathcal{F}_7 \sigma \cdot n_1 \left(\tilde{e}_0 - \tilde{e} \cdot n_1 \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \right) + \mathcal{F}_8 \sigma \cdot n_2 \left(\tilde{e}_0 - \tilde{e} \cdot n_1 \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \right)] \chi_1. \end{aligned} \quad (5.112)$$

Видим, что в \mathcal{F}_{γ^*} вектор поляризации виртуального γ -кванта входит в виде

$$e_{\mu} - \tilde{e} \cdot n_1 \frac{q_{\mu}}{|\tilde{q}|} \equiv a_{\mu},$$

причем $\tilde{a} \cdot \tilde{q} = 0$.

Можно сказать, что представление амплитуды \mathcal{F}_{γ^*} в виде (5.112) соответствует введению скалярной поляризации виртуального γ -кванта ($a_0 \neq 0$) и двух состояний поперечной поляризации виртуального γ -кванта.

Очевидно, амплитуды \mathcal{F}_i , $i = 1, 2, 3, 4$, отвечают поглощению поперечных виртуальных γ -квантов, а амплитуды \mathcal{F}_7 и \mathcal{F}_8 — скалярных виртуальных γ -квантов.

С помощью уравнений (5.111) можно исключить амплитуды \mathcal{F}_7 и \mathcal{F}_8 и представить \mathcal{F}_{γ^*} в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\gamma^*} = & \chi_2^+ \left[\mathcal{F}_1 \left(\sigma \cdot \tilde{e} - \sigma \cdot n_1 \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) + \mathcal{F}_2 \sigma \cdot n_2 \left(\sigma \cdot \tilde{e} \sigma \cdot n_1 - \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) + \right. \\ & + \mathcal{F}_3 \sigma \cdot n_1 \left(\tilde{e} \cdot n_2 - \cos \vartheta_{\pi} \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) + \mathcal{F}_4 \sigma \cdot n_2 \left(\tilde{e} \cdot n_2 - \cos \vartheta_{\pi} \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) + \\ & \left. + \mathcal{F}_5 \sigma \cdot n_1 \left(\tilde{e} \cdot n_1 - \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) + \mathcal{F}_6 \sigma \cdot n_2 \left(\tilde{e} \cdot n_1 - \tilde{e}_0 \frac{|\tilde{q}|}{q_0} \right) \right] \chi_1. \end{aligned} \quad (5.112')$$

В этой формуле поляризационные состояния виртуального γ -кванта характеризуются 4-вектором $b_{\mu} = e_{\mu} - \tilde{e}_0 \frac{q_{\mu}}{q_0}$. Так как $b_0 = 0$,

то состояния поляризации виртуального γ -кванта характеризуются двумя поперечными и одной продольной поляризацией, скалярные же γ -кванты отсутствуют.

Выразим величины, входящие в формулу (5.103) для дифференциального сечения процесса электророжения π -мезонов на нуклонах, через скалярные амплитуды:

$$\frac{d\sigma_U}{d\Omega_{\pi}} = \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \left(|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 - 2 \cos \vartheta_{\pi} \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2^* + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi \left[|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* + \right. \\
& \quad \left. + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^* \right], \\
\frac{d\sigma_T}{d\Omega_\pi} &= \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta_\pi \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \left(|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2 + 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_3 \mathcal{F}_4^* + \right. \\
& \quad \left. + 2 \operatorname{Re} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^* - 2 \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_3^* \right), \\
\frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \left(|\mathcal{F}_7|^2 + |\mathcal{F}_8|^2 + \cos \vartheta_\pi \operatorname{Re} \mathcal{F}_7 \mathcal{F}_8^* \right) \frac{-q^2}{\tilde{q}^2}, \\
\frac{d\sigma_J}{d\Omega_\pi} &= -\sin \vartheta_\pi \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \operatorname{Re} \left[\mathcal{F}_1 \mathcal{F}_8^* + \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_7^* + \right. \\
& \quad \left. + \mathcal{F}_3 (\mathcal{F}_7 + \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_8)^* + \mathcal{F}_4 (\mathcal{F}_8 + \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_7)^* \right] \sqrt{\frac{-q^2}{2\tilde{q}^2}}. \quad (5.113)
\end{aligned}$$

2.4. Мультипольные амплитуды поглощения виртуальных γ -квантов нуклонами с образованием π -мезонов. Введем мультипольные амплитуды процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$. Поглощение поперечных виртуальных γ -квантов по-прежнему описывается четырьмя мультипольными амплитудами $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$, введенными выше. Поглощение скалярных виртуальных γ -квантов с $e_0 \neq 0$ описывается двумя амплитудами, которые обозначим через $S_{l\pm}$ и которые определяют образование системы $\pi + N$ с орбитальным моментом l и полным угловым моментом $j = l \pm 1/2$. Так как пространственная четность скалярного γ -кванта с полным моментом j_γ равна $(-1)^{j_\gamma}$, то амплитуды $S_{l\pm}$ описывают поглощение скалярного γ -кванта с $j_\gamma = l \pm 1$.

Как и в случае образования пионов реальными γ -квантами, скалярные амплитуды $\mathcal{F}_{1,2,3,4}(s, q^2, \cos \vartheta_\pi)$ процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ раскладываются в ряды только по амплитудам $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$, причем разложения амплитуд \mathcal{F}_i , $i = 1, 2, 3, 4$, определяются теми же формулами (5.23), что и разложения амплитуд процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ с реальным γ -квантом. Амплитуды \mathcal{F}_7 и \mathcal{F}_8 раскладываются только по амплитудам $S_{l\pm}$:

$$\left. \begin{aligned}
\mathcal{F}_7(W, \cos \vartheta_\pi) &= \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) S_{l+}(W) P'_{l+1}(\cos \vartheta_\pi) - \sum_{l=2}^{\infty} l S_{l-}(W) P'_{l-1}(\cos \vartheta_\pi), \\
\mathcal{F}_8(W, \cos \vartheta_\pi) &= \sum_{l=1}^{\infty} [l S_{l-}(W) - (l+1) S_{l+}(W)] P'_l(\cos \vartheta_\pi).
\end{aligned} \right\}$$

Эти разложения можно получить следующим образом. Замечая, что $j = l/2 \sigma + 1$, имеем $\sigma \cdot l = j^2 - \frac{3}{4} - l^2$ и, следовательно,

$$\begin{aligned}\sigma \cdot l |l, j = l + \frac{1}{2}\rangle &= l |l, j = l + \frac{1}{2}\rangle, \\ \sigma \cdot l |l, j = l - \frac{1}{2}\rangle &= -(l + 1) |l, j = l - \frac{1}{2}\rangle,\end{aligned}$$

где $|l, j\rangle$ — вектор состояния πN -системы с орбитальным моментом l и полным угловым моментом. Поэтому, вводя операторы проектирования $\mathcal{P}(j = l \pm \frac{1}{2})$ состояний $|l, j\rangle$ системы $\pi + N$

$$\mathcal{P}(j = l + \frac{1}{2}) = \frac{l + 1 + \sigma \cdot l_k}{2l + 1}, \quad \mathcal{P}(j = l - \frac{1}{2}) = \frac{l - \sigma \cdot l_k}{2l + 1}$$

($l_k = -i \tilde{\mathbf{k}} \times \frac{d}{d\mathbf{k}}$ — оператор орбитального момента в импульсном представлении), можно записать амплитуду поглощения скалярных γ -квантов

$$\mathcal{F}_0 \equiv \chi_2^+ (\mathcal{F}_7 \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 + \mathcal{F}_8 \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2) \chi_1$$

в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_0 &= \chi_2^+ \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \left[(l + 1) S_{l+1-}(W) \mathcal{P}(j = l + \frac{1}{2}) + \right. \\ &\quad \left. + l S_{l-1+}(W) \mathcal{P}(j = l - \frac{1}{2}) \right] P_l \chi_L \quad (5.115)\end{aligned}$$

(величина $\sigma \cdot \mathbf{n}_2$ введена здесь для того, чтобы учесть псевдоскалярность π -мезона).

Формула (5.115) представляет собой обобщение известного разложения [7] амплитуды рассеяния бесспиновых частиц в ряд по орбитальным моментам на случай частиц со спином. Подставляя в (5.115) явный вид операторов проектирования $\mathcal{P}(j = l \pm \frac{1}{2})$ и учитывая, что

$\sigma \cdot l_k P_l(\cos \vartheta_\pi) = \sigma \cdot \mathbf{L}_k P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) = P_l'(\cos \vartheta_\pi) (\sigma \cdot \mathbf{n}_1 \sigma \cdot \mathbf{n}_2 - \cos \vartheta_\pi)$, найдем

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_0 &= \chi_2^+ \left\{ -\sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \sum_{l=1}^{\infty} [(l + 1) S_{l+1-} - l S_{l-1+}] P_l' + \right. \\ &\quad \left. + \sigma \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \sum_{l=0}^{\infty} [(l + 1) S_{l+1-} [(l + 1) P_l + \cos \vartheta_\pi P_l'] + \right. \\ &\quad \left. + l S_{l-1+} (l P_l - P_l')] \right\} \chi_1.\end{aligned}$$

Воспользовавшись далее рекуррентными формулами

$$l P_l(z) = z P'_l(z) - P'_{l-1}(z), \quad (l+1) P_l(z) + z P'_l(z) = P'_{l+1}(z),$$

получим разложение (5.114).

Аналогичным образом можно получить разложения амплитуд $\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_4$ по мультипольным амплитудам $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$. При этом следует учесть, что состояние γ -кванта, характеризующееся вектором поляризации \mathbf{e} и угловым моментом j_γ , описывается шаровым вектором $Y_{j_\gamma m}$ [3]. В качестве независимых можно выбрать следующие шаровые векторы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{i} \left[\tilde{\mathbf{q}} \times \frac{d}{d\tilde{\mathbf{q}}} \right] Y_{j_\gamma m} &\equiv I_q Y_{j_\gamma m} \equiv Y_{j_\gamma m}^{(0)} \sqrt{j_\gamma(j_\gamma+1)}, \\ i \mathbf{n}_1 \times I_q Y_{j_\gamma m} &\equiv Y_{j_\gamma m}^{(+1)} \sqrt{j_\gamma(j_\gamma+1)}, \\ \frac{\tilde{\mathbf{q}}}{|\tilde{\mathbf{q}}|} Y_{j_\gamma m} &\equiv Y_{j_\gamma m}^{(-1)}, \end{aligned} \right\} \quad (5.116)$$

ортогональные друг другу (Y_{jm} — сферическая функция).

Шаровые векторы $Y_{j_\gamma m}^{(0)}$ и $Y_{j_\gamma m}^{(+1)}$ ортогональны импульсу γ -кванта $\tilde{\mathbf{q}}$, поэтому они описывают состояния поперечных γ -квантов, причем шаровой вектор $Y_{j_\gamma m}^{(0)}$ отвечает, по определению, γ -кванту магнитного типа, а шаровой вектор $Y_{j_\gamma m}^{(+1)}$ — γ -кванту электрического типа. Шаровой вектор $Y_{j_\gamma m}^{(-1)}$ описывает состояние виртуального γ -кванта с продольной поляризацией.

Учитывая формулы (5.116), для части амплитуды \mathcal{F}_T , описывающей поглощение поперечных γ -квантов, можно написать следующее разложение:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_T &\equiv \mathcal{F}_1(\boldsymbol{\sigma} \cdot \tilde{\mathbf{e}} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1) - i \mathcal{F}_2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_1 \times \tilde{\mathbf{e}} + \\ &+ \mathcal{F}_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_1 (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 - \cos \vartheta_\pi \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1) + \mathcal{F}_4 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_2 (\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_2 - \cos \vartheta_\pi \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1) = \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} \left[(-M_{l+} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{l}_q + i E_{l+1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{l}_q) \frac{l+1+\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}_k}{2l+1} - \right. \\ &\left. - (M_{l-} \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{l}_q + i E_{l-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_2 \tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{l}_q) \frac{l-\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}_k}{2l+1} \right] (2l+1) P_l(\cos \vartheta_\pi). \end{aligned} \quad (5.117)$$

В этой формуле комбинация $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \times \frac{d}{d\tilde{\mathbf{q}}}$ описывает поглощение γ -кванта магнитного типа, комбинация $\tilde{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{l}_q$ — поглощение γ -кванта электрического типа. Формула (5.117) учитывает сохране-

ние пространственной четности в процессе $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ и свойства состояний γ -кванта с определенными значениями j_γ . Подставляя в эту формулу выражения для I_k и I_q , получим разложения (5.23).

Выразим теперь мультипольные амплитуды через скалярные. Рассмотрим сначала амплитуды поглощения скалярных виртуальных γ -квантов $S_{l\pm}$. Используя (5.114), найдем

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}_7(W, \cos \vartheta_\pi) + \mathcal{F}_8(W, \cos \vartheta_\pi) \cos \vartheta_\pi = \\ & = \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) S_{l+}(W) (P'_{l+1} - zP'_l) + \sum_{l=1}^{\infty} l S_{l-}(W) (zP'_l - P'_{l-1}). \end{aligned}$$

Учитывая рекуррентные формулы для полиномов Лежандра, перепишем это выражение в виде

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}_7(W, \cos \vartheta_\pi) + \cos \vartheta_\pi \mathcal{F}_8(W, \cos \vartheta_\pi) = \\ & = \sum_{l=0}^{\infty} [(l+1)^2 S_{l+}(W) P_l(z) + l^2 S_{l-}(W) P_l(z)]. \end{aligned}$$

В силу ортогональности полиномов Лежандра отсюда следует уравнение

$$(l+1)^2 S_{l+}(W) + l^2 S_{l-}(W) = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} dz P_l(z) [\mathcal{F}_7(W, z) + z \mathcal{F}_8(W, z)].$$

Еще одно уравнение для мультипольных амплитуд $S_{l\pm}$ можно получить, умножая обе части разложения амплитуды \mathcal{F}_8 согласно (5.114) на $P_{l-1} - P_{l+1}$ и выполняя интегрирование по z :

$$l S_{l-}(W) - (l+1) S_{l+}(W) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dz \mathcal{F}_8(W, z) [P_{l-1}(z) - P_{l+1}(z)].$$

Здесь воспользовались следующим свойством полиномов Лежандра:

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dz P'_l(z) [P_{l-1}(z) - P_{l+1}(z)] = \delta_{ll}.$$

Из этих двух уравнений находим

$$\begin{aligned} l S_{l-}(W) & = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dz P_l(z) [\mathcal{F}_7(W, z) + z \mathcal{F}_8(W, z)] + \\ & + \frac{l+1}{2(2l+1)} \int_{-1}^{+1} dz [P_{l-1}(z) - P_{l+1}(z)] \mathcal{F}_8(W, z), \\ (l+1) S_{l+}(W) & = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} dz P_l(z) [\mathcal{F}_7(W, z) + z \mathcal{F}_8(W, z)] - \\ & - \frac{l}{2(2l+1)} \int_{-1}^{+1} dz [P_{l-1}(z) - P_{l+1}(z)] \mathcal{F}_8(W, z), \end{aligned}$$

Так как

$$zP_l(z) = \frac{l}{2l+1} P_{l-1}(z) + \frac{l+1}{2l+1} P_{l+1}(z),$$

получим следующие формулы, выражающие мультипольные амплитуды $S_{l\pm}$ через скалярные амплитуды \mathcal{F}_7 и \mathcal{F}_8 :

$$\left. \begin{aligned} S_{l+}(W) &= \frac{1}{2(l+1)} \int_{-1}^{+1} dz [\mathcal{F}_7(W, z) P_l(z) + \mathcal{F}_8(W, z) P_{l+1}(z)], \\ S_{l-}(W) &= \frac{1}{2l} \int_{-1}^{+1} dz [\mathcal{F}_7(W, z) P_l(z) + \mathcal{F}_8(W, z) P_{l-1}(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (5.118a)$$

Аналогичным способом могут быть получены соотношения между мультипольными амплитудами $E_{l\pm}$ и $M_{l\pm}$ и скалярными амплитудами $\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_4$ [9]:

$$\begin{aligned} M_{l+}(W) &= \frac{1}{2(l+1)} \int_{-1}^{+1} dz \left[\mathcal{F}_1(W, z) P_l(z) - \mathcal{F}_2(W, z) P_{l+1}(z) - \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{F}_3(W, z) \frac{1-z^2}{l(l+1)} P'_l(z) \right], \\ E_{l+}(W) &= \frac{1}{2(l+1)} \int_{-1}^{+1} dz \left[\mathcal{F}_1(W, z) P_l(z) - \mathcal{F}_2(W, z) P_{l+1}(z) + \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{F}_3(W, z) (1-z^2) \frac{P'_l(z)}{l+1} + \mathcal{F}_4(W, z) \frac{1-z^2}{l+2} P'_{l+1}(z) \right], \\ M_{l-}(W) &= \frac{1}{2l} \int_{-1}^{+1} dz \left[-\mathcal{F}_1(W, z) P_l(z) + \mathcal{F}_2(W, z) P_{l-1}(z) + \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{F}_3(W, z) \frac{1-z^2}{l(l+1)} P'_l(z) \right], \\ E_{l-}(W) &= \frac{1}{2l} \int_{-1}^{+1} dz \left[\mathcal{F}_1(W, z) P_l(z) - \mathcal{F}_2(W, z) P_{l-1}(z) - \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{F}_3(W, z) \frac{1-z^2}{l} P'_l(z) - \mathcal{F}_4(W, z) \frac{1-z^2}{l-1} P'_{l-1}(z) \right]. \end{aligned} \quad (5.118b)$$

Из формул (5.118a) и (5.118b) и свойств симметрии скалярных амплитуд $\mathcal{F}_i(W)$ при замене $W \rightarrow -W$ можно получить следующие соотношения для мультипольных амплитуд:

$$\begin{aligned} -(l+1) M_{l+}(-W) &= E_{l+1-}(W) + (l+2) M_{l+1-}(W), \\ -(l+1) E_{l+}(-W) &= M_{l+1-}(W) - l E_{l+1-}(W), \\ S_{l+}(-W) &= -S_{l+1-}(W). \end{aligned}$$

Выясним теперь пороговое поведение мультипольных амплитуд процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$, т. е. поведение их при $\vec{k} \rightarrow 0$ и $\vec{q} \rightarrow 0$. Для этого воспользуемся формулами (5.118а) и (5.118б) для мультипольных амплитуд и разложим величины $\mathcal{F}_l(W, z)$ в ряд по степеням $z = \cos \vartheta_\pi$.

Из формул (5.109) видно, что зависимость скалярных амплитуд $\mathcal{F}_l(W, z)$ от z возникает только из величины kq , равной $\tilde{E}_\pi \tilde{q}_0 - |\vec{k} \parallel \vec{q}| \cos \vartheta_\pi$. Поэтому разложение амплитуд $\mathcal{F}_l(W, z)$ в ряд по степеням $z = \cos \vartheta_\pi$ имеет вид

$$F_l(W, \cos \vartheta_\pi) = \sum_l a_{l,l} (|\vec{k}| |\vec{q}| \cos \vartheta_\pi)^l.$$

Учитывая далее, что $\tilde{E}_1 - M \simeq \tilde{q}^2$, $\tilde{q} \rightarrow 0$, $\tilde{E}_2 - M \simeq \tilde{k}^2$, $\tilde{k} \rightarrow 0$, интеграл $\int_{-1}^{+1} dz z^l P_l(z)$ исчезает при $l' < l$, получим следующие формулы для мультипольных амплитуд при $\vec{k} \rightarrow 0$, $\vec{q} \rightarrow 0$ [24]:

$$E_{l+} \simeq |\tilde{q}|^l |\tilde{k}|^l, \quad E_{l-} \simeq |\tilde{q}|^{l-2} |\tilde{k}|^l,$$

$$M_{l+} \simeq |\tilde{q}| |\tilde{k}|^l, \quad M_{l-} \simeq |\tilde{q}|^l |\tilde{k}|^l,$$

$$S_{l+} \simeq |\tilde{q}|^l |\tilde{k}|^l, \quad S_{l-} \simeq |\tilde{q}| |\tilde{k}|, \quad S_{l-} \simeq |\tilde{q}|^{l-2} |\tilde{k}|^l, \quad l > 1.$$

Отметим, что при $\vec{k} \rightarrow 0$, $\vec{q} \rightarrow 0$ должны выполняться следующие соотношения:

$$\frac{S_{l-}}{E_{l-}} = \frac{l-1}{l}, \quad \frac{S_{l+}}{E_{l+}} = \frac{q^2}{\tilde{q}_0^2}.$$

2.5. Поляризационные эффекты. До сих пор мы считали электрон и нуклон в начальном состоянии процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ неполяризованными. Рассмотрим теперь образование π -мезонов при рассеянии поляризованных электронов поляризованными нуклонами.

Если электрон продольно поляризован, т. е. обладает определенной спиральностью, то в выражении (5.96) для дифференциального сечения процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ необходимо сделать замену $l_{\mu\nu} \rightarrow l_{\mu\nu} + l_{\mu\nu}(\lambda)$, где $l_{\mu\nu}(\lambda) = 2i\lambda \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_{1\rho} k_{2\sigma}$, причем если направления вектора поляризации электрона и его импульса совпадают, то $\lambda = +1$, если они противоположны, то $\lambda = -1$.

Для учета поляризации нуклона в начальном состоянии следует ввести матрицу плотности нуклона

$$\rho_N = \frac{1}{2} (1 + \sigma \cdot \mathbf{P}),$$

где \mathbf{P} — вектор поляризации нуклона в начальном состоянии. Тогда дифференциальное сечение рассеяния продольно-поляризованных электронов на поляризованных нуклонах с образованием пиона, просуммированное по поляризациям частиц в конечном состоянии реакции $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$, будет иметь вид

$$\frac{d^2\sigma(eN \rightarrow eN\pi)}{d\Omega_e d\epsilon_2 d\Omega_\pi} = \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{1}{q^4} \frac{|\tilde{\mathbf{q}}|}{WM} [L_{\mu\nu} + l_{\mu\nu}(\lambda)] \times \\ \times \sum_{\lambda_1 \lambda_1' \lambda_2} \langle N(\lambda_2) \pi | J_\mu | N(\lambda_1) \rangle (\rho_N)_{\lambda_1 \lambda_1'} \langle N(\lambda_2) \pi | J_\nu | N(\lambda_1') \rangle^*, \quad (5.119)$$

где λ_1, λ_2 — спиральности нуклона в начальном и конечном состояниях, $\langle N(\lambda_2) \pi | J_\mu | N(\lambda_1) \rangle$ — матричный элемент оператора электромагнитного тока между состоянием нуклона со спиральностью λ_1 и состоянием системы $\pi + N$, в которой нуклон имеет спиральность λ_2 .

Введем спиральные амплитуды процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$

$$f_{\lambda, \lambda_1 \lambda_2} = e_\mu(\lambda_\gamma) \langle N(\lambda_2) \pi | J_\mu | N(\lambda_1) \rangle,$$

где $e_\mu(\lambda_\gamma)$ — 4-вектор поляризации виртуального γ -кванта со спиральностью λ_γ . Из P -инвариантности электромагнитного взаимодействия адронов следует, что процесс $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ описывается шестью независимыми спиральными амплитудами, в качестве которых выберем следующие: $f_{+,++}, f_{-,-+}, f_{+,-+}, f_{-,-+}, f_{+,-+}, f_{+,-+}, f_{+,-0}, f_{+,-0}$ (здесь обозначено $f_{+,++} = f_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots}, f_{+,-0} = f_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0}$).

Используя далее введенную в гл. 4 матрицу плотности для виртуального γ -кванта, получим следующую формулу для дифференциального сечения процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$:

$$\frac{d\sigma(e^-N \rightarrow e^-N\pi)}{d\Omega_e d\epsilon_2 d\Omega_\pi} = \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{1}{(-q^2)} \frac{1}{1-\kappa_\gamma} \frac{|\tilde{\mathbf{q}}|}{WM} \times \\ \times \sum_{\lambda} f_{\lambda, \lambda_1 \lambda_2} f_{\lambda, \lambda_1' \lambda_2'}^* (\rho_\gamma)_{\lambda_\gamma \lambda_\gamma'} (\rho_N)_{\lambda_1 \lambda_1'},$$

где ρ_γ — матрица плотности виртуального γ -кванта,

$$(\rho_\gamma)_{\lambda_\gamma \lambda_\gamma'} = [L_{\mu\nu} + l_{\mu\nu}(\lambda)] e_\mu(\lambda_\gamma) e_\nu^*(\lambda_\gamma') \frac{1-\kappa_\gamma}{(-q^2)}.$$

Вводя сечение процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ в случае поляризованной нуклонной мишени, получим

$$\frac{d\sigma(eN \rightarrow eN\pi)}{d\Omega_e d\epsilon_2 d\Omega_\pi} = N_\gamma \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N_p \rightarrow N\pi), \\ \frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N_p \rightarrow N\pi) = \frac{\alpha}{32\pi W^2} \frac{|\tilde{\mathbf{k}}|}{|\tilde{\mathbf{q}}|} \sum_{\lambda} f_{\lambda, \lambda_1 \lambda_2} f_{\lambda, \lambda_1' \lambda_2'}^* (\rho_\gamma)_{\lambda_\gamma \lambda_\gamma'} (\rho_N)_{\lambda_1 \lambda_1'},$$

где $\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N_p \rightarrow N\pi)$ представляет собой дифференциальное сечение поглощения виртуальных γ -квантов, поляризационные состояния которых характеризуются матрицей плотности ρ_γ и поляризованными нуклонами, N_{γ^*} обозначает число виртуальных γ -квантов, испущенных электроном при неупругом рассеянии.

Сечение $d\sigma/d\Omega_\pi (\gamma^* N_p \rightarrow N\pi)$ можно представить в виде [21]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} (\gamma^* N_p \rightarrow N\pi) \equiv \frac{d\sigma_0}{d\Omega_\pi} + \frac{d\sigma_e(\lambda)}{d\Omega_\pi} + \frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi} + \frac{d\sigma_{et}}{d\Omega_\pi},$$

где $d\sigma_0/d\Omega_\pi$ — дифференциальное сечение, отвечающее рассеянию неполяризованных электронов неполяризованной нуклонной мишенью, $d\sigma_e(\lambda)/d\Omega_\pi$ — дифференциальное сечение, отвечающее рассеянию продольно-поляризованных электронов неполяризованной нуклонной мишенью, $d\sigma_t/d\Omega_\pi$ — сечение, отвечающее рассеянию неполяризованных электронов поляризованной нуклонной мишенью, $d\sigma_{et}/d\Omega_\pi$ — сечение, отвечающее рассеянию поляризованных электронов поляризованной нуклонной мишенью.

Отметим, что величина $d\sigma_e(\lambda)/d\Omega_\pi$ пропорциональна спиральности электрона $\lambda/2$, величина $d\sigma_t/d\Omega_\pi$ пропорциональна вектору поляризации \mathbf{P} нуклона в начальном состоянии, а величина $d\sigma_{et}/d\Omega_\pi$ пропорциональна произведению $\lambda\mathbf{P}$.

Свяжем теперь эти величины со спиральными амплитудами $f_{\lambda_e\lambda_N\lambda_\gamma}$. Удобно с этой целью ввести следующие комбинации спиральных амплитуд:

$$h_0^N \equiv f_{+,+0}, \quad h_0^F \equiv f_{+,-0},$$

$$h_\pm^N = \frac{1}{\sqrt{2}} (f_{+,++} \pm f_{-,-+}), \quad h_\pm^F = \frac{1}{\sqrt{2}} (f_{+,-+} \mp f_{-,+}).$$

Амплитуды $h_\pm^{N,F}$ описывают поглощение поперечных виртуальных γ -квантов, вектор поляризации которых ортогонален плоскости реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$, а амплитуды $h_\pm^{N,F}$ — поглощение поперечных виртуальных γ -квантов, вектор поляризации которых параллелен плоскости реакции (индекс F или N обозначает, что спин нуклона переворачивается или не переворачивается в результате реакции).

Согласно формуле (5.103) сечение $d\sigma_0/d\Omega_\pi$ можно представить в виде суммы четырех слагаемых:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega_\pi} = \sigma_U + \kappa_\gamma \sigma_L + \cos 2\varphi \kappa_\gamma \sigma_T + \sqrt{\frac{\kappa_\gamma}{2} (1 + \kappa_\gamma)} \cos \varphi \sigma_I$$

(здесь и далее для сокращения записи обозначено $d\sigma_U/d\Omega_\pi \equiv \sigma_U, \dots, d\sigma_I/d\Omega_\pi \equiv \sigma_I$). Отдельные слагаемые следующим образом

связаны со спиральными амплитудами $h_{\pm,0}^{N,F}$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_U &= \frac{\alpha}{32\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (|h_+^N|^2 + |h_+^F|^2 + |h_-^N|^2 + |h_-^F|^2), \\ \sigma_T &= \frac{\alpha}{32\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (|h_-^N|^2 + |h_-^F|^2 - |h_+^N|^2 - |h_+^F|^2), \\ \sigma_L &= \frac{\alpha}{16\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} (|h_0^N|^2 + |h_0^F|^2), \\ \sigma_I &= \frac{\alpha}{8\pi W^2} \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \operatorname{Re} (h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}). \end{aligned} \right\} (5.120)$$

Сечение $d\sigma_e(\lambda)/d\Omega_\pi$ рассеяния поляризованных электронов на неполяризованной нуклонной мишени имеет вид

$$\frac{d\sigma_e(\lambda)}{d\Omega_\pi} = -\lambda \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \frac{\alpha}{16\pi W^2} \sqrt{2\kappa_\gamma(1-\kappa_\gamma)} \sin\varphi \operatorname{Im} (h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}). \quad (5.121)$$

Сравнивая (5.120) и (5.121), видим, что величина σ_I определяется действительной частью комбинации амплитуд $h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}$, а величина $\sigma_e(\lambda)$ — мнимой частью этой же комбинации.

Определим асимметрию L рассеяния продольно-поляризованных электронов:

$$L = \frac{d\sigma_e(\lambda=1)/d\Omega_\pi - d\sigma_e(\lambda=-1)/d\Omega_\pi}{d\sigma_e(\lambda=1)/d\Omega_\pi + d\sigma_e(\lambda=-1)/d\Omega_\pi}.$$

Подставляя сюда величины, определяемые формулами (5.120) и (5.121), получим

$$L = -2 \sqrt{2\kappa_\gamma(1-\kappa_\gamma)} \operatorname{Im} (h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}) / N(90),$$

$$N(90) = N_0 - \kappa_\gamma (|h_-^N|^2 + |h_-^F|^2 - |h_+^N|^2 - |h_+^F|^2),$$

где

$$N_0 = |h_+^N|^2 + |h_+^F|^2 + |h_-^N|^2 + |h_-^F|^2 + 2\kappa_\gamma (|h_0^N|^2 + |h_0^F|^2).$$

Таким образом, измерение асимметрии L сводится к измерению дифференциального сечения процесса $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ при $\varphi = 90^\circ$ и двух ориентациях спина электрона — по и против его импульса.

Сечение $d\sigma_I/d\Omega_\pi$, отвечающее рассеянию неполяризованных электронов поляризованной нуклонной мишенью, имеет вид

$$\frac{d\sigma_I}{d\Omega_\pi} = \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} \frac{\alpha}{16\pi W^2} \{P_x [-\sin\varphi \sqrt{2\kappa_\gamma(1+\kappa_\gamma)} \operatorname{Im} X_1 - \sin 2\varphi \kappa_\gamma \operatorname{Im} X_2] -$$

$$\begin{aligned}
& -P_y [\text{Im } Y_1 + \cos 2\varphi \kappa_\gamma \text{Im } Y_2 + 2\kappa_\gamma \text{Im } Y_3 + \\
& \quad + \sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \cos \varphi \text{Im } Y_4] + \\
& + P_z [\sin 2\varphi \kappa_\gamma \text{Im } Z_2 + \sin \varphi \sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } Z_1], \quad (5.122)
\end{aligned}$$

где P_x, P_y, P_z — проекции вектора поляризации \mathbf{P} в системе координат с осью z , направленной вдоль $\tilde{\mathbf{q}}$, координатная плоскость xz совпадает с плоскостью реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ (см. рис. 5.19), а величины $X_{1,2}, Y_1, \dots, Y_4, Z_1, Z_2$ следующим образом связаны с квадратичными комбинациями спиральных амплитуд $h_{\pm,0}^{N,F}$:

$$\begin{aligned}
X_1 &= h_0^F h_+^{N*} + h_0^N h_+^{F*}, \quad X_2 = h_-^F h_+^{N*} + h_-^N h_+^{F*}, \\
Y_1 &= h_+^N h_+^{F*} + h_-^N h_-^{F*}, \quad Y_2 = h_-^N h_-^{F*} - h_+^N h_+^{F*}, \\
Y_3 &= h_0^N h_0^{F*}, \quad Y_4 = h_0^N h_-^{F*} - h_0^F h_-^{N*}, \\
Z_1 &= h_0^N h_+^{N*} - h_0^F h_+^{F*}, \quad Z_2 = h_-^N h_+^{N*} - h_-^F h_+^{F*}.
\end{aligned}$$

Обсудим теперь различные частные случаи, которые вытекают из общей формулы (5.122).

Нуклон поляризован в направлении y . Если выполнить интегрирование сечения по азимутальному углу φ , то асимметрия углового распределения π -мезонов, обусловленная поляризацией начального нуклона, будет отлична от нуля только в том случае, если нуклон поляризован в направлении y . Она определяется следующим выражением:

$$T_y^{(1)} = \frac{\langle \sigma(P_y = 1) \rangle - \langle \sigma(P_y = -1) \rangle}{\langle \sigma(P_y = 1) \rangle + \langle \sigma(P_y = -1) \rangle} = -2 (\text{Im } Y_1 + 2\kappa_\gamma \text{Im } Y_3) / N_0$$

($\langle \rangle$ обозначает интегрирование по углу φ).

Если выполнить измерения асимметрии $T_y^{(1)}$ при различных значениях κ_γ , то можно разделить вклады комбинаций $\text{Im } Y_1$ и $\text{Im } Y_3$. Если не интегрировать сечение по азимутальному углу φ , то получаемая из измерения асимметрии рассеяния электронов на поляризованной мишени информация увеличивается. Так, при $\varphi = 90^\circ$ асимметрия равна

$$\begin{aligned}
T_y^{(2)} &= \frac{d\sigma_t(P_y = 1)/d\Omega_\pi - d\sigma_t(P_y = -1)/d\Omega_\pi}{d\sigma(P_y = 1)/d\Omega_\pi + d\sigma(P_y = -1)/d\Omega_\pi} = \\
&= -2 (\text{Im } Y_1 + 2\kappa_\gamma \text{Im } Y_3 - \kappa_\gamma \text{Im } Y_2) / N \quad (90).
\end{aligned}$$

Первые два слагаемых здесь, т. е. величина $\text{Im } Y_1 + 2\kappa_\gamma \text{Im } Y_3$, и определяют асимметрию $T_y^{(1)}$.

Отметим, что величина $\text{Im } Y_2$ в пределе $q^2 \rightarrow 0$ пропорциональна поляризации нуклонов отдачи в реакции $\gamma + N \rightarrow N + \pi$. Если $\varphi = 45^\circ$, то асимметрия рассеяния на поляризованных нукло-

нах определяется выражением

$$T_y^{(3)} = -2 (\text{Im } Y_1 + 2\kappa_\gamma \text{Im } Y_3 + \sqrt{\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } Y_4)/N \quad (45),$$

$$N(45) = N_0 + 2\sqrt{\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Re}(h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}).$$

Нуклон поляризован в направлении x. В этом случае можно определить асимметрию углового распределения π -мезонов под азимутальными углами $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 45^\circ$:

$$T_x^{(1)} = \frac{d\sigma_t(P_x = 1)/d\Omega_\pi - d\sigma_t(P_x = -1)/d\Omega_\pi}{d\sigma(P_x = 1)/d\Omega_\pi + d\sigma(P_x = -1)/d\Omega_\pi} \Big|_{\varphi=90^\circ} =$$

$$= -2\sqrt{\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } X_1/N \quad (90),$$

$$T_x^{(2)} = \frac{d\sigma_t(P_x = 1)/d\Omega_\pi - d\sigma_t(P_x = -1)/d\Omega_\pi}{d\sigma(P_x = 1)/d\Omega_\pi + d\sigma(P_x = -1)/d\Omega_\pi} \Big|_{\varphi=45^\circ} =$$

$$= -2(\sqrt{\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } X_1 + \kappa_\gamma \text{Im } X_2)/N \quad (45).$$

Нуклон поляризован в направлении z. Вклад в сечение $d\sigma_t/d\Omega_\pi$, пропорциональный компоненте P_z вектора поляризации нуклона, определяется двумя комбинациями амплитуд $\text{Im } Z_1$ и $\text{Im } Z_2$, которые могут быть определены из измерений асимметрий углового распределения π -мезонов в реакции $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$ при двух значениях азимутального угла φ ($\varphi = 90^\circ$, $\varphi = 45^\circ$):

$$T_z^{(1)} = \frac{d\sigma_t(P_z = 1)/d\Omega_\pi - d\sigma_t(P_z = -1)/d\Omega_\pi}{d\sigma(P_z = 1)/d\Omega_\pi + d\sigma(P_z = -1)/d\Omega_\pi} \Big|_{\varphi=90^\circ} =$$

$$= 2\sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } Z_1/N \quad (90),$$

$$T_z^{(2)} = \frac{d\sigma_t(P_z = 1)/d\Omega_\pi - d\sigma_t(P_z = -1)/d\Omega_\pi}{d\sigma(P_z = 1)/d\Omega_\pi + d\sigma(P_z = -1)/d\Omega_\pi} \Big|_{\varphi=45^\circ} =$$

$$= 2(\sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \text{Im } Z_1 + \kappa_\gamma \text{Im } Z_2)/N \quad (45).$$

Сечение $d\sigma_{et}/d\Omega_\pi$, отвечающее рассеянию продольно-поляризованных электронов поляризованными нуклонами и пропорциональное произведению λP , определяется формулой

$$\frac{d\sigma_{et}}{d\Omega_\pi} \equiv \sigma(P, \lambda) = -\lambda \frac{\alpha}{16\pi W^2} \frac{|\vec{k}|}{|\vec{q}|} \{-P_x [V\sqrt{2\kappa_\gamma(1 - \kappa_\gamma)} \cos \varphi \text{Re } X_1 +$$

$$+ \sqrt{1 - \kappa_\gamma^2} \text{Im } X_2] + P_y \sin \varphi \sqrt{2\kappa_\gamma(1 - \kappa_\gamma)} \text{Re } Y_4 +$$

$$+ P_z [\sqrt{1 - \kappa_\gamma^2} \text{Re } Z_2 + \sqrt{2\kappa_\gamma(1 + \kappa_\gamma)} \cos \varphi \text{Re } Z_1]\}. \quad (5.123)$$

Сравнивая (5.122) и (5.123), видим, что величина $d\sigma_t/d\Omega_\pi$ (электроны неполяризованы) определяется мнимыми частями про-

изведений спиральных амплитуд, тогда как величина $d\sigma_{el}/d\Omega_{\pi}$ (электроны поляризованы) определяется действительными частями этих произведений.

Рассмотрим теперь различные частные случаи, вытекающие из формулы (5.123).

Если начальный нуклон поляризован в направлении оси y , то единственная входящая в $\sigma(P_y, \lambda)$ комбинация амплитуд $\text{Re } Y_4$ может быть найдена из величины асимметрии углового распределения π -мезонов, образованных при рассеянии поляризованных электронов на поляризованных нуклонах,

$$L_y = \frac{\sigma(P_y = +1, \lambda = 1) - \sigma(P_y = -1, \lambda = 1) - \sigma(P_y = 1, \lambda = -1) + \sigma(P_y = -1, \lambda = -1)}{d\sigma_0/d\Omega_{\pi}}.$$

При $\varphi = 90^\circ$ величина L_y определяется формулой

$$L_y = -2\sqrt{\kappa_{\gamma}(1 - \kappa_{\gamma})} \text{Re } Y_4/N (90).$$

Если нуклоны поляризованы в направлении осей x или z , то сечение рассеяния поляризованных электронов $d\sigma_{el}/d\Omega_{\pi}$ определяется двумя комбинациями амплитуд (X_1, X_2) и (Z_1, Z_2) , для нахождения которых можно использовать величины асимметрии при $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 0$.

1. Нуклон поляризован в направлении x :

$$L_x(\varphi = 90^\circ) = 2\sqrt{1 - \kappa_{\gamma}^2} \text{Re } X_2/N (90),$$

$$L_x(\varphi = 0) = 2(\sqrt{1 - \kappa_{\gamma}^2} \text{Re } X_2 + \sqrt{2\kappa_{\gamma}(1 - \kappa_{\gamma})} \text{Re } X_1)/N (0),$$

$$N(0) = N_0 + \kappa_{\gamma}(|h_-^N|^2 + |h_-^F|^2 - |h_+^N|^2 - |h_+^F|^2) + 2\sqrt{2\kappa_{\gamma}(1 + \kappa_{\gamma})} \text{Re}(h_0^N h_-^{N*} + h_0^F h_-^{F*}).$$

2. Нуклон поляризован в направлении z :

$$L_z(\varphi = 90^\circ) = -2\sqrt{1 - \kappa_{\gamma}^2} \text{Re } Z_2/N (90),$$

$$L_z(\varphi = 0) = -2(\sqrt{2\kappa_{\gamma}(1 - \kappa_{\gamma})} \text{Re } Z_1 + \sqrt{1 - \kappa_{\gamma}^2} \text{Re } Z_2)/N (0).$$

Таким образом, измерение дифференциального сечения рассеяния поляризованных электронов поляризованными нуклонами позволяет определить большое число комбинаций амплитуд процесса $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$.

2.6. Борновское приближение. Чтобы установить зависимость амплитуды электророжения π -мезонов на нуклонах от инвариантных переменных, необходима динамическая теория электромагнитного взаимодействия адронов. Однако вблизи порога реакций $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$, а также при больших энергиях виртуального γ -кванта и малых переданных импульсах t для процессов электро-

образования пионов на нуклонах справедливо борновское приближение. В этом приближении амплитуды процессов $e^- + N \rightarrow e^- + N + \pi$ зависят только от электромагнитных формфакторов нуклона и π -мезона.

Рассмотрим здесь борновское приближение для процессов электроорождения пионов на нуклонах. Изучим сперва процесс $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^0$. Матричный элемент этого процесса, отвечающий

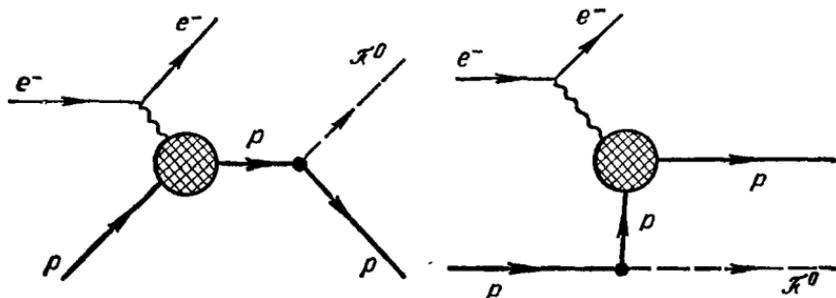


Рис. 5.20. Борновское приближение для процесса $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^0$.

первым двум диаграммам Фейнмана (рис. 5.20), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 m(e^- p \rightarrow e^- p \pi^0) = & g_\pi \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(k_2) \gamma_\mu \bar{u}(k_1) u(p_2) \left\{ \gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \times \right. \\
 & \times \left[\gamma_\mu F_{1p}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} F_{2p}(q^2) \right] + \\
 & \left. + \left[\gamma_\mu F_{1p}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} F_{2p}(q^2) \right] \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \right\} u(p_1), \quad (5.124)
 \end{aligned}$$

где F_{1p} , F_{2p} — дираковский и паулевский электромагнитные формфакторы протона, g_π — константа πN -взаимодействия.

Легко видеть, что в борновском приближении адронный электромагнитный ток для процесса $\gamma^* + p \rightarrow p + \pi^0$ сохраняется. Действительно, делая в (5.124) замену $\bar{u}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \rightarrow q_\mu$, получим

$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(p_2) \left\{ \gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left[\hat{q} F_{1p}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\mu q_\nu}{2M} F_{2p}(q^2) \right] + \right. \\
 & \left. + \left[\hat{q} F_{1p}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\mu q_\nu}{2M} F_{2p}(q^2) \right] \frac{\hat{p}_2 + \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \right\} u(p_1) = \\
 & = F_{1p}(q^2) \bar{u}(p_2) \left(\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \hat{q} + \hat{q} \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 \right) u(p_1).
 \end{aligned}$$

Отсюда видно, что часть матричного элемента $m(e^- p \rightarrow e^- p \pi^0)$, пропорциональная формфактору $F_2(q^2)$, удовлетворяет условию c_0

хранения электромагнитного тока $\sigma_{\mu\nu}q_\mu q_\nu = 0$. Далее, так как

$$\begin{aligned}(\hat{p}_1 + \hat{q} + M)\hat{q} &= \hat{q}(M - \hat{p}_1) + s - M^2, \\ \hat{q}(\hat{p}_2 - \hat{q} + M) &= (M - \hat{p}_2)\hat{q} - (u - M^2),\end{aligned}$$

то написанное выражение обращается в нуль, т. е. часть матричного элемента процесса $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^0$, пропорциональная

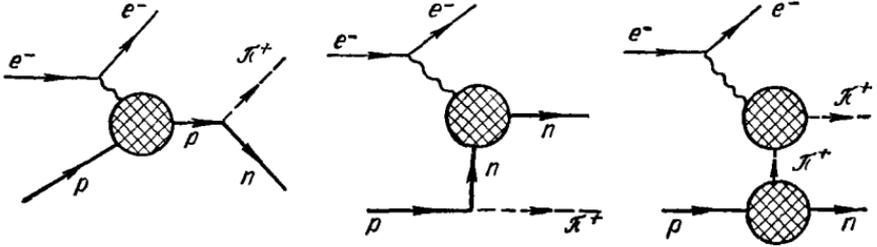


Рис. 5.21. Борновское приближение для процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$.

формфактору $F_{1p}(q^2)$, также удовлетворяет условию сохранения электромагнитного тока.

Итак, матричный элемент процесса $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^0$ в борновском приближении удовлетворяет условию сохранения электромагнитного тока при любых значениях формфакторов $F_{1p}(q^2)$ и $F_{2p}(q^2)$.

Рассмотрим теперь процесс электрообразования заряженных π -мезонов $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$. Матричный элемент этого процесса в борновском приближении (рис. 5.21) имеет вид

$$\begin{aligned}m(e^- p \rightarrow e^- n \pi^+) &= \frac{e^2}{q^2} V \sqrt{2} g_{\pi u}(k_2) \gamma_{\mu u}(k_1) \times \\ &\times \bar{u}(p_2) \left\{ \gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \left[\gamma_\mu F_{1p}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} F_{2p}(q^2) \right] + \right. \\ &+ \left[\gamma_\mu F_{1n}(q^2) - \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} F_{2n}(q^2) \right] \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 + \\ &\left. + F_\pi(q^2) \gamma_5 \frac{(2k - q)_\mu}{t - m_\pi^2} \right\} u(p_1),\end{aligned}\quad (5.125)$$

где $F_\pi(q^2)$ — электромагнитный формфактор π -мезона. Умножая матричный элемент адронного тока на q_μ , получим

$$\begin{aligned}\bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{\hat{p}_1 + \hat{q} + M}{s - M^2} \hat{q} F_{1p}(q^2) + \hat{q} \frac{\hat{p}_2 - \hat{q} + M}{u - M^2} \gamma_5 F_{1n}(q^2) + \right. \\ \left. + \gamma_5 \frac{2k \cdot q - q^2}{t - m_\pi^2} F_\pi(q^2) \right] u(p_1) =\end{aligned}$$

$$= \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) [F_{1p}(q^2) - F_{1n}(q^2) - F_{\pi}(q^2)] \neq 0.$$

Видим, что, вообще говоря, в процессе $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ электромагнитный ток адронов не сохраняется, если формфакторы $F_{1p}(q^2)$, $F_{1n}(q^2)$, $F_{\pi}(q^2)$ независимы. Однако в точке $q^2 = 0$, где $F_{1p}(0) = F_{\pi}(0) = 1$, $F_{1n}(0) = 0$, ток сохраняется. Тем не менее электромагнитный ток должен сохраняться при любых значениях q^2 и при независимых электромагнитных формфакторах. Для того чтобы обеспечить сохранение электромагнитного адронного тока, добавим к матричному элементу тока адронов процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ величину

$$\frac{q_{\mu}}{q^2} \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1) [F_{\pi}(q^2) + F_{1n}(q^2) - F_{1p}(q^2)].$$

Сам матричный элемент $m(e^- p \rightarrow e^- n \pi^+)$ при этом не изменится, так как $q_{\mu} \bar{u}(k_2) \gamma_{\mu} u(k_1) = 0$.

Рассмотрим теперь более подробно матричный элемент

$$\begin{aligned} m(\gamma^* p \rightarrow n \pi^+) &= e e_{\mu} \langle n \pi^+ | J_{\mu} | p \rangle = \\ &= e \sqrt{2} g_{\pi u} \bar{u}(p_2) \left[\gamma_5 \frac{2e \cdot p_1 + \hat{q} \hat{e}}{s - M^2} F_{1p}(q^2) + \gamma_5 \frac{2e \cdot p_2 - \hat{e} \hat{q}}{u - M^2} F_{1n}(q^2) + \right. \\ &+ \left. \gamma_5 \frac{\hat{k} \hat{q} \hat{e}}{2M(s - M^2)} F_{2p}(q^2) - \frac{\hat{q} \hat{e} \hat{k} \gamma_5}{2M(u - M^2)} F_{2n}(q^2) + \gamma_5 \frac{2e \cdot k}{t - m_{\pi}^2} F_{\pi}(q^2) \right] u(p_1). \end{aligned} \quad (5.126)$$

На пороге реакции этот матричный элемент можно представить в виде

$$m(\gamma^* N \rightarrow N \pi) = \chi_2^{\dagger} (\sigma \cdot \tilde{e} \mathcal{F}_1^{(0)} + \sigma \cdot \mathbf{n}_1 \tilde{e} \cdot \mathbf{n}_1 \mathcal{F}_2^{(0)}) \chi_1, \quad (5.127)$$

где χ_1 и χ_2 — двухкомпонентные спиноры нуклонов в начальном и конечном состояниях, а амплитуды $\mathcal{F}_1^{(0)}$ и $\mathcal{F}_2^{(0)}$ процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ при $\mathbf{k} = 0$ определяются формулами

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1^{(0)} &= 2g_{\pi} \sqrt{M(E_1^0 + M)} \left[F_{1p}(q^2) \frac{1}{2M + m_{\pi}} - \frac{m_{\pi}}{2M} \frac{F_{2p}(q^2)}{2M + m_{\pi}} + \right. \\ &+ \left. \frac{m_{\pi}}{u_0 - M^2} \left(F_{1n}(q^2) + F_{2n}(q^2) \left(\frac{m_{\pi}}{2W} + \frac{q^2}{2MW} \right) \right) \right], \quad (5.128) \\ \mathcal{F}_2^{(0)} &= 2g_{\pi} \sqrt{M(E_1^0 + M)} \frac{E_1^0 - M}{q_0} \times \\ &\times \left\{ F_{1p}(q^2) \frac{1}{2W + m_{\pi}} - F_{1n}(q^2) \frac{m_{\pi}}{u_0 - M^2} + 2F_{\pi}(q^2) \frac{m_{\pi}}{t_0 - m_{\pi}^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{F_{2p}(q^2) + F_{2n}(q^2)}{2M} \right\}. \end{aligned}$$

где $E_1^0 = \frac{s + M^2 - q^2}{2\sqrt{s}}$, u_0 , t_0 — значения величин E_1 , u и t при пороговой энергии.

Сечение электрообразования π -мезонов на пороге реакции не зависит от азимутального угла φ , так как $\sigma_I = \sigma_T = 0$ (это следует из структуры (5.127) матричного элемента). На пороге реакции только сечения σ_U и σ_L отличны от нуля:

$$\sigma_U = \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} |\mathcal{F}_1^{(0)}|^2 \frac{e^2}{64\pi^2 W^2}, \quad \sigma_L = \frac{|\tilde{k}|}{|\tilde{q}|} |\mathcal{F}_1^{(0)} - \mathcal{F}_2^{(0)}|^2 \frac{e^2}{64\pi^2 W^2} \quad (5.129)$$

Подставляя сюда формулы (5.128) для $\mathcal{F}_1^{(0)}$ и $\mathcal{F}_2^{(0)}$, получим выражения для сечений σ_U и σ_L в терминах электромагнитных формфакторов нуклонов и π -мезона.

Видим, что только сечение поглощения продольных виртуальных γ -квантов содержит вклад однопионной диаграммы. Поэтому измерение сечения σ_L ($\gamma p \rightarrow \pi\pi^+$) вблизи порога реакции может представлять интерес для измерения формфактора π -мезона.

2.7. Борновское приближение при высоких энергиях. Борновским приближением можно пользоваться не только у порога реакций $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^+$, но и в области высоких энергий виртуального γ -кванта и малых значений переданного 4-импульса t [12, 23, 30, 52]. Полученные при этом результаты согласуются с экспериментальными данными при $s \gg M^2$ и $-t \ll M^2$.

Не будем учитывать при высоких энергиях вклад паулиевских формфакторов нуклонов F_{2p} и F_{2n} и дираковского формфактора нейтрона F_{1n} , т. е. в матричном элементе (5.125) положим

$$F_{2p}(q^2) = F_{2n}(q^2) = F_{1n}(q^2) = 0.$$

Борновское приближение в этом случае называют часто электрическим борновским приближением.

Воспользовавшись для m ($e^- p \rightarrow e^- \pi\pi^+$) выражением (5.125), найдем в соответствии с (5.108) скалярные амплитуды \mathcal{F}_i процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ в этом приближении:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1(s, t) &= (W - M) \frac{V(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}{8\pi W} \frac{F_{1p}(q^2)}{s - M^2} e g_\pi \sqrt{2}, \\ \mathcal{F}_2(s, t) &= -(W + M) \frac{V(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 - M)}{8\pi W} \frac{F_{1p}(q^2)}{s - M^2} e g_\pi \sqrt{2}, \\ \mathcal{F}_3(s, t) &= -(\tilde{E}_2 + M) \frac{V(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_3 - M)}{4\pi W} \frac{F_\pi(q^2)}{t - m_\pi^2} e g_\pi \sqrt{2}, \end{aligned} \quad (5.130)$$

$$\mathcal{F}_4(s, t) = (\hat{E}_2 - M) \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 + M)}}{4\pi W} \frac{F_\pi(q^2)}{t - m_\pi^2} e g_\pi \sqrt{2},$$

$$\mathcal{F}_7(s, t) = e g_\pi \sqrt{2} \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 - M)(\tilde{E}_2 + M)}}{8\pi W} \left[(W - M) \frac{F_{1\rho}(q^2)}{s - M^2} + \right. \\ \left. + (2\tilde{E}_\pi - \tilde{q}_0) \frac{F_\pi(q^2)}{t - m_\pi^2} + \tilde{q}_0 \frac{F_\pi(q^2) - F_{1\rho}(q^2)}{q^2} \right],$$

$$\mathcal{F}_8(s, t) = -e g_\pi \sqrt{2} \frac{\sqrt{(\tilde{E}_1 + M)(\tilde{E}_2 - M)}}{8\pi W} \left[(W + M) \frac{F_{1\rho}(q^2)}{s - M^2} + \right. \\ \left. + (2\tilde{E}_\pi - \tilde{q}_0) \frac{F_\pi(q^2)}{t - m_\pi^2} + \tilde{q}_0 \frac{F_\pi(q^2) - F_{1\rho}(q^2)}{q^2} \right]$$

(напоминаем, что амплитуды \mathcal{F}_5 и \mathcal{F}_6 могут быть найдены по известным амплитудам \mathcal{F}_i ($i = 1, 2, 3, 4, 7, 8$), используя условие сохранения адронного тока).

Учитывая, что при $s \gg M^2$, $t, q^2 \simeq M^2$

$$\sqrt{\tilde{E}_1 \pm M} = \sqrt{\tilde{E}_2 \pm M} \left(1 - \frac{q^2 - m_\pi^2}{2(W \pm M)^2} \right), \quad \tilde{E}_1 \pm M = \frac{(W \pm M)^2}{2W},$$

получим при больших энергиях и малых переданных импульсах $\mathcal{F}_2(s, t) = -\mathcal{F}_1(s, t)$, $\mathcal{F}_4(s, t) = -\mathcal{F}_3(s, t)$, $\mathcal{F}_8(s, t) = -\mathcal{F}_7(s, t)$. Легко видеть, что при больших энергиях и малых переданных импульсах в амплитудах \mathcal{F}_7 и \mathcal{F}_8 можно пренебречь вкладом нуклонного полюса по сравнению с вкладом пионного полюса. Используя эти выражения для скалярных амплитуд, можно найти спиральные амплитуды процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$, которые здесь обозначим через f' :

$$\left. \begin{aligned} f'_{-,++} &= 2e g_\pi \left[\frac{t - t_m}{t - m_\pi^2} F_\pi(q^2) - F_{1\rho}(q^2) \right], \\ f'_{+,-+} &= 2e g_\pi \frac{t - t_m}{t - m_\pi^2} F_\pi(q^2), \\ f'_{-,+0} &= 2e g_\pi \sqrt{\frac{t_m - t}{-2q^2}} q^2 \left(\frac{F_{1\rho} - F_\pi}{q^2} - \frac{F_\pi(q^2)}{t - m_\pi^2} \right), \\ f'_{+,++} &= 2e g_\pi \sqrt{\frac{t_m - t}{M^2}} \frac{M^2}{s} \left[F_{1\rho}(q^2) + \frac{q^2 - m_\pi^2}{t - m_\pi^2} F_\pi(q^2) \right], \\ f'_{+,+0} &= -2e g_\pi \frac{q^2}{\sqrt{-q^2}} \frac{2M}{s} F_{1\rho}(q^2), \end{aligned} \right\} \quad (5.131)$$

где

$$t_m = t (\cos \vartheta_\pi = 1) = m_\pi^2 - 2\tilde{q}_0 \tilde{E}_\pi + 2|\tilde{\mathbf{k}}||\tilde{\mathbf{q}}|.$$

Из этих формул видно, что амплитуды процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ с переворотом спина нуклона при высоких энергиях ($s \gg M^2$) и малых переданных импульсах ($-q^2, -t < M^2$) значительно больше амплитуд без переворота спина.

Спиральные амплитуды процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ в борновском приближении обладают согласно (5.131) следующими свойствами, справедливыми при высоких энергиях и малых переданных импульсах.

1. При $t < t_m$ вклады в амплитуду $f'_{-,++}$, пропорциональные формфакторам F_{1p} и F_π , взаимно сокращаются.

Если $F_{1p} \simeq F_\pi$, то амплитуда $f'_{-,++}$ велика только при очень малых значениях t вблизи минимального значения t_m , $t \approx t_m$. Две другие амплитуды $f'_{+,-+}$ и $f'_{-,+0}$ при таких t очень малы.

Такое же сокращение вкладов, пропорциональных формфакторам F_π и F_{1p} , происходит и в амплитуде поглощения продольных γ -квантов $f'_{-,+0}$ при $-q^2 \leq m_\pi^2 - t$.

Это свидетельствует о чувствительности амплитуд электророжения π^+ -мезонов на нуклонах к величине электромагнитного формфактора π -мезона. Поэтому исследование процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ при больших энергиях и малых переданных импульсах позволяет в принципе получить информацию об электромагнитном формфакторе π -мезона в области пространственно подобных переданных импульсов.

2. При $t < t_m^-$ амплитуда $f'_{+,-+}$ оказывается доминирующей, причем ее величина близка к величине амплитуды $f'_{-,++}$ при $t = t_m$. Таким образом, вклады этих двух поперечных амплитуд в сечение процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ дополняют друг друга. Амплитуда $f'_{+,-+}$ при $t = t_m$ обращается в нуль, при $|t| \geq |2t_m + m_\pi^2|$ начинает превышать по величине амплитуду $f'_{-,++}$.

3. Амплитуда поглощения продольных γ -квантов $f'_{+,-0}$ стремится к нулю при $q^2 \rightarrow 0$ как $\sqrt{-q^2}$. Однако с ростом ($-q^2$) она быстро растет и начинает превышать амплитуды поглощения поперечных γ -квантов. Превалирование поглощения продольных γ -квантов наблюдается в области инвариантных переменных, ограниченной следующими неравенствами:

$$q^2 \leq \frac{2m_\pi^4}{t}, \quad q^2 < 2t.$$

Если сделать упрощающее предположение, что $F_\pi(q^2) = F_{1p}(q^2)$, то амплитуды процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ с переворотом спина опре-

деляются формулами [13, 23, 30, 52]

$$\left. \begin{aligned} f'_{-,++} &= 2eg_{\pi} F_{1\rho}(q^2) \frac{m_{\pi}^2 - t_m}{t - m_{\pi}^2}, \\ f'_{+,-+} &= 2eg_{\pi} F_{1\rho}(q^2) \frac{t - t_m}{t - m_{\pi}^2}, \\ f'_{-,+0} &= 2eg_{\pi} F_{1\rho}(q^2) \sqrt{\frac{t_m - t}{-2q^2}} \frac{(-q^2)}{t - m_{\pi}^2}. \end{aligned} \right\} (5.132)$$

Воспользуемся далее следующими формулами, связывающими величины σ_U , σ_T , σ_L и σ_I (определяющие согласно (5.103) дифференциальное сечение процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$) со спиральными амплитудами процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ (при $s \gg M^2$):

$$\sigma_U = \frac{1}{128\pi^2 s} [|f'_{+,++}|^2 + |f'_{+,-+}|^2 + |f'_{+,-+}|^2 + |f'_{-,++}|^2],$$

$$\sigma_L = \frac{1}{64\pi^2 s} [|f'_{+,+0}|^2 + |f'_{+,-0}|^2],$$

$$\sigma_T = \frac{1}{64\pi^2 s} \operatorname{Re} (f'_{+,-+} f'^*_{-,++} - f'_{+,++} f'^*_{+,-+}),$$

$$\begin{aligned} \sigma_I = \frac{1}{128\pi^2 s} 2\sqrt{2} \operatorname{Re} (f'_{+,-+} f'^*_{+,+0} - f'_{+,++} f'^*_{+,+0} + \\ + f'_{+,-+} f'^*_{+,-+0} - f'_{-,++} f'^*_{-,+0}). \end{aligned}$$

Подставляя сюда выражения (5.132) для амплитуд в электрическом борновском приближении, вычислим различные вклады в сечение электрообразования заряженных пионов при больших энергиях и малых переданных импульсах:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_U &= \frac{e^2 g_{\pi}^2}{32\pi^2} \frac{F_{1\rho}^2(q^2)}{s} \left[1 + 2 \frac{(m_{\pi}^2 - t)(t - t_m)}{(t - m_{\pi}^2)^2} \right], \\ \sigma_L &= \frac{e^2 g_{\pi}^2}{32\pi^2} \frac{F_{1\rho}^2(q^2)}{s} \frac{(-q^2)(t_m - t)}{(t - m_{\pi}^2)^2}, \\ \sigma_U + \sigma_T &= \frac{e^2 g_{\pi}^2}{32\pi^2} \frac{F_{1\rho}^2(q^2)}{s} \frac{(t + m_{\pi}^2 - 2t_m)^2}{(t - m_{\pi}^2)^2}, \\ \sigma_U - \sigma_T &= \frac{e^2 g_{\pi}^2}{32\pi^2} \frac{F_{1\rho}^2(q^2)}{s}, \\ \sigma_I &= \frac{e^2 g_{\pi}^2}{16\pi^2} \frac{F_{1\rho}^2(q^2)}{s} \sqrt{\frac{t_m - t}{-q^2}} \frac{(-q^2)}{t - m_{\pi}^2} \frac{(t + m_{\pi}^2 - 2t_m)}{t - m_{\pi}^2}. \end{aligned} \right\} (5.133)$$

Подчеркнем, что эти формулы справедливы при очень малых переданных импульсах t , заключенных в интервале $|t_m| \leq -t \leq m_\pi^2$. Как видно из этих формул, рассматриваемое приближение позволяет сделать ряд интересных предсказаний относительно поведения сечения электрообразования заряженных π -мезонов при больших энергиях и малых переданных импульсах.

1. С ростом $-q^2$ сечение процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ должно убывать, причем характер убывания определяется поведением фактора $F_{1p}(q^2)$. Сечение образования π -мезонов поперечными виртуальными γ -квантами убывает с ростом ($-q^2$) так же, как и сечение упругого рассеяния электронов нуклонами, сечение же образования π -мезонов продольными виртуальными γ -квантами убывает несколько медленнее.

2. Сечение σ_U имеет резкий максимум при $t = t_m$ при любом значении q^2 . С ростом ($-t$) сечение σ_U убывает, достигая минимума при $t_0 = 2t_m - m_\pi^2$, причем значение сечения в минимуме в два раза меньше значения сечения σ_U при $t = t_m$. При $t < t_0$ сечение возрастает, стремясь при $-t \gg m_\pi^2$ к значению σ_U при $t = t_m$.

Узкий пик при $t = t_m$ в сечении электророждения заряженных пионов на нуклонах наблюдался на опыте [25, 26, 34—36, 47]. Однако предсказываемый рост сечения при $t < t_0$ противоречит опыту. Поэтому рассматриваемую модель (электрическое борновское приближение) можно применять только в узком интервале значений t .

3. Величина $\sigma_U - \sigma_T$ совпадает с сечением поглощения поперечных виртуальных γ -квантов, вектор поляризации которых перпендикулярна плоскости векторов \vec{k} и \vec{q} (плоскости реакции) и не зависит от t .

Сумма $\sigma_U + \sigma_T$ совпадает с сечением поглощения поперечных виртуальных γ -квантов, вектор поляризации которых расположен в плоскости реакции. Множитель $(t + m_\pi^2)/(t - m_\pi^2)^2$ в этой сумме приводит к максимуму сечения при $\vartheta_\pi = 0$.

4. Сечение поглощения продольных виртуальных γ -квантов σ_L обращается в нуль при $t = t_m$ (пионы образуются под нулевым углом), затем возрастает с ростом $|t|$, достигая максимума при $t_0 = 2t_m - m_\pi^2$, после чего уменьшается. Поэтому зависимость комбинации $\sigma_U + \kappa_\nu \sigma_L$ от q^2 в области малых t характеризуется максимумом при $q^2 \neq 0$, т. е. сечение электророждения π^+ -мезонов при $q^2 \neq 0$ (вблизи $q^2 = 0$) превышает сечение при $q^2 = 0$. Такая зависимость от q^2 в области малых значений q^2 обнаружена на опыте.

2.8. Электророждение пионов на нуклонах в модели алгебры токов. Приведем результаты вычисления сечения электрообразования π^+ -мезонов на нуклонах при высоких энергиях в модели алгебры токов [32].

В предыдущем параграфе показано, что амплитуда процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$, вычисленная в модели алгебры токов, соответствует борновскому приближению с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия. Аналогичная ситуация наблюдается и для процесса образования π -мезонов виртуальным γ -квантом $\gamma^* + N \rightarrow N + \pi$.

Матричный элемент процесса $\gamma^* + p \rightarrow n + \pi^+$ в электрическом борновском приближении с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} m(\gamma^* p \rightarrow n \pi^+) = \sqrt{2} e g_{\pi \bar{u}}(p_2) \left[\hat{e} F_A(q^2) + (\hat{q} - \hat{k}) \frac{(2k - q)e}{t - m_\pi^2} F_\pi(q^2) - \right. \\ \left. - \hat{k} \frac{e(2p_1 + q)}{s - M^2} F_{1p}(q^2) - \frac{(2p_2 - k)e}{u - M^2} \hat{k} F_{1n}(q^2) \right] \gamma_5 u(p_1), \quad (5.134) \end{aligned}$$

где $F_A(q^2)$ — аксиально-векторный формфактор нуклона. Отметим, что в отличие от электрического борновского приближения, которое отвечает соотношению $F_{2p} = F_{2n} = 0$, в формуле (5.134) мы предположили, что $C_{Mp}(q^2) = C_{Mn}(q^2) = 0$.

При высоких энергиях и малых переданных импульсах отдельные вклады в сечение процесса $e^- + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$ определяются согласно (5.134) следующими формулами (здесь опущен общий множитель $e^2 g_\pi^2 / 32\pi^2 s$):

$$\begin{aligned} \sigma_U - \sigma_T &= F_A^2(q^2) \left(1 - \frac{t}{4M^2} \right), \\ \sigma_T &= -\frac{1}{2} \left| \frac{2m_\pi |\hat{k}| \sin \vartheta_\pi}{t - m_\pi^2} \right|^2 F_\pi(q^2) \left[F_A(q^2) - \frac{t}{m_\pi^2} (F_A(q^2) - F_\pi(q^2)) \right], \\ \sigma_L &= -F_A^2(q^2) \left(1 - \frac{t}{4M^2} \right) + F_1(q^2) \left[F_\pi(q^2) - \frac{t}{4M^2} F_A(q^2) \right] P_{12} Q_\pi + \\ &\quad + \frac{m_\pi^2}{q^2} [F_\pi(q^2) Q_\pi - F_1(q^2) P_{12}]^2 + \\ &\quad + \frac{t - m_\pi^2}{q^2} [F_\pi(q^2) - F_A(q^2)] Q_\pi [F_\pi(q^2) Q_\pi - F_1(q^2) P_{12}] + \\ &\quad + \frac{m_\pi^2}{M^2} F_1(q^2) P_{12} [F_A(q^2) Q_\pi - F_1(q^2) P_{12}] + \\ &\quad + \frac{(s - M^2)(u - M^2)}{4M^2 q^2} [F_A(q^2) P_1 - F_1(q^2) P_{12}] [F_A(q^2) P_2 - F_1(q^2) P_{12}], \\ \sigma_I &= \frac{2m_\pi |\tilde{k}| \sin \vartheta_\pi}{m_\pi^2 - t} \frac{\sqrt{-q^2}}{m_\pi} \left\{ -F_1(q^2) P_{12} \left[F_\pi(q^2) - \frac{t}{4M^2} F_A(q^2) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_\pi^2}{(-q^2)^2} F_\pi(q^2) [F_\pi(q^2) Q_\pi - F_{1p}(q^2) P_{12}] + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{t - m_\pi^2}{q^2} [F_A(q^2) - F_\pi(q^2)] [2F_\pi(q^2) Q_\pi - F_1(q^2) P_{12}] - \\
& \quad - \frac{m_\pi^2}{4M^2} F_A(q^2) F_1(q^2) P_{12} + \\
& \quad + \frac{(s - M^2)(t - m_\pi^2)}{4M^2 q^2} F_A(q^2) [F_A(q^2) P_1 - F_1(q^2) P_{12}] \Big\}, \quad (5.135)
\end{aligned}$$

где использованы обозначения

$$\begin{aligned}
P_1 &= \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \left(1 + \frac{q^2}{s - M^2} \right), \quad P_2 = \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \left[1 + \frac{q^2}{M^2 - u} \left(2 \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{q}_0} - 1 \right) \right], \\
Q_\pi &= \frac{\tilde{q}_0}{|\tilde{q}|} \left[1 + \frac{q^2}{t - m_\pi^2} \left(2 \frac{\tilde{E}_\pi}{\tilde{q}_0} - 1 \right) \right], \\
F_1(q^2) P_{12} &\equiv F_{1p}(q^2) P_1 - F_{1n}(q^2) P_2.
\end{aligned}$$

Заметим, что $P_{1,2} \simeq 1$ при $s \gg M^2$, причем P_1 вообще не зависит от t , а P_2 очень слабо меняется с t в области малых t ; величина Q_π имеет резкий максимум при $t = t_m$, причем $Q_\pi(t = t_m) \gg 1$.

Из формул (5.135) видно, что разность $\sigma_U - \sigma_T$, определяющая сечение поглощения поперечных виртуальных γ -квантов, вектор поляризации которых ортогонален плоскости реакции, зависит только от аксиального формфактора.

Пионный полюс дает вклад в сечение σ_T , обращающийся в нуль при $\vartheta_\pi = 0$. При $\vartheta_\pi \rightarrow 0$ доминирующим становится сечение σ_L (из-за большой величины Q_π). Сумма второго (пропорционального Q_π) и третьего (пропорционального Q_π^2) членов в σ_L имеет резкий максимум при $\vartheta_\pi = 0$ и минимум при $t = 0$.

Величина σ_I положительна при $\vartheta_\pi = 0$, но из-за быстрого уменьшения второго слагаемого, пропорционального Q_π , при $\vartheta_\pi = 10 \div 15^\circ$ изменяет свой знак. Это явление наблюдалось на опыте [25, 26, 34—36, 47]. Отметим, что величина σ_I наиболее чувствительна к деталям используемого приближения. Так, для борновского приближения с псевдоскалярным вариантом πN -взаимодействия величина σ_I должна обращаться в нуль при $t = -m_\pi^2$, в то время как на опыте эта величина обращается в нуль при $t = -2,5 m_\pi^2$. Из формулы (5.135) видно, что в борновском приближении с псевдовекторным вариантом πN -взаимодействия положение нуля величины определяется разностью формфакторов $F_A - F_\pi$, а именно: увеличивая F_A , т. е. увеличивая σ_I при $\vartheta_\pi = 0$, можно сдвинуть положение нуля в сторону больших значений $|t|$ и добиться согласия теории с опытом.

Изучение процесса электрообразования π^\pm -мезонов на нуклонах при больших энергиях и малых переданных импульсах позволяет в принципе найти аксиальный вектор формфактор нуклона.

§ 3. ФОТООБРАЗОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

3.1. Векторная доминантность. Выше нами рассмотрены процессы фото- и электрообразования пионов на нуклонах. Однако если энергия γ -кванта или электрона достаточно велика, то наряду с π -мезонами могут рождаться и векторные мезоны ρ , ω , ϕ . Поэтому перейдем к изучению фотообразования векторных мезонов.

Особенностью нейтральных векторных мезонов является то, что их квантовые числа (спин, пространственная четность и C -чет-

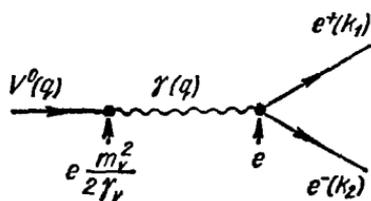


Рис. 5.22. Распад $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$.

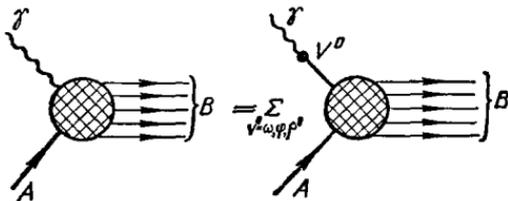


Рис. 5.23. Графическое изображение гипотезы векторной доминантности.

ность) совпадают с квантовыми числами γ -кванта, а величины их изотопического спина (и, конечно, массы) не совпадают. Отсюда, учитывая, что в электромагнитном взаимодействии адронов изотопический спин не сохраняется, можно заключить, что между γ -квантом и нейтральными векторными мезонами могут существовать виртуальные переходы. Существование распадов нейтральных векторных мезонов V^0 на лептонные пары $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$ ($l = e, \mu$) подтверждает это заключение. Если существуют $\gamma \leftrightarrow V^0$ переходы, то распад $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$ возникает как результат превращения V^0 -мезона в виртуальный γ -квант, который в свою очередь рождает лептонную пару (рис. 5.22). Так как в этом случае распад $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$ происходит во втором порядке по константе электромагнитного взаимодействия, то ширины распадов $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$, $\Gamma(V^0 \rightarrow l^+ l^-)$ должны быть малыми по сравнению с полными ширинами распадов векторных мезонов на адроны $\Gamma(V^0 \rightarrow l^+ l^-) \simeq \simeq \alpha^2 \Gamma_V$, где Γ_V — полная ширина распада V -мезона.

Естественно предположить, что любой процесс взаимодействия γ -кванта с адронами $\gamma + A \rightarrow B$ (A и B — некоторые адронные состояния) происходит путем предварительного превращения γ -кванта в совокупность нейтральных векторных мезонов, которые затем взаимодействуют с адронами [40, 46, 55]. Этому предположению, которое называется гипотезой векторной доминантности, соответствует диаграмма, изображенная на рис. 5.23. Гипотеза векторной доминантности позволяет связать процессы поглощения γ -квантов (реальных и виртуальных) с процессами взаимодействия

векторных мезонов с адронами, в частности процессы фотообразования на нуклонах V^0 -мезонов с процессами упругого рассеяния векторных мезонов нуклонами.

В этом параграфе подробно изучим процессы фотообразования нейтральных векторных мезонов на нуклонах, основываясь на гипотезе векторной доминантности и кварковой модели. Рассмотрим сперва распады векторных мезонов на лептонные пары $V^0 \rightarrow l^+ + l^-$ (см. рис. 5.22). Вершине γV^0 -перехода сопоставляется здесь величина $em_V^2/2\gamma_V$, где γ_V — некоторая константа, характеризую-

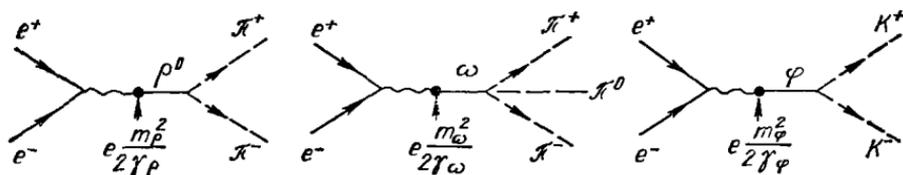


Рис. 5.24. Реакции образования мезонов на встречных пучках.

щая γV^0 -переход. Согласно правилам Фейнмана, виртуальному γ -кванту сопоставляется пропагатор $1/q^2$, который должен быть заменен, очевидно, на $1/m_V^2$, так как в вершине γV^0 -перехода сохраняется 4-импульс. Поэтому матричный элемент распада $V^0 \rightarrow e^+ + e^-$, отвечающий механизму, который представлен на рис. 5.22, имеет вид

$$m(V^0 \rightarrow e^+e^-) = e^2 \frac{m_V^2}{2\gamma_V} \frac{1}{m_V^2} \bar{u}(k_2) \gamma_{\mu\nu}(k_1) U_{\mu},$$

где U_{μ} — 4-вектор поляризации V -мезона.

Квадрат модуля матричного элемента $m(V^0 \rightarrow e^+e^-)$, усредненный по поляризациям V^0 -мезона и просуммированный по поляризациям лептонной пары, определяет ширину распада $V^0 \rightarrow e^+ + e^-$

$$\Gamma(V^0 \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha}{12\pi} m_V \left(\frac{\gamma_V^2}{4\pi} \right)^{-1} \quad (5.136)$$

(здесь мы пренебрегли массами лептонов).

Эта формула позволяет по известной ширине $\Gamma(V^0 \rightarrow e^+e^-)$ найти величину безразмерной константы γ_V . Наиболее точно ширины распадов $V^0 \rightarrow e^+ + e^-$ измеряются в опытах на встречных пучках. На рис. 5.24 представлены диаграммы Фейнмана, соответствующие однофотонному механизму процессов $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$, $e^+ + e^- \rightarrow K^+ + K^-$, при котором виртуальный γ -квант превращается в векторные мезоны ρ , ω и ϕ . Сечения этих процессов в однофотонном приближении связаны с

шириной Γ ($V^0 \rightarrow e^+ e^-$) соотношением [43]

$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow f) = \frac{\Gamma(V^0 \rightarrow e^+ e^-)}{\Gamma_V} \frac{3\pi}{m_V^2} \frac{\Gamma(V^0 \rightarrow f)}{\Gamma_V},$$

справедливым при условии, что в СЦИ реакции $e^+ + e^- \rightarrow f$ суммарная энергия сталкивающихся частиц равна массе векторного мезона (здесь $f = \pi^+ + \pi^-$, $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$, $K^+ + K^-$ для реакций $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ и $e^+ + e^- \rightarrow K^+ + K^-$; $\Gamma(V^0 \rightarrow f)$ — ширина распада $V^0 \rightarrow f$).

Полные ширины V^0 -мезонов, как и ширины $\Gamma(V^0 \rightarrow f)$, известны, поэтому, измерив сечения, можно найти в соответствии с формулой (5.136) величины γ_V . Таким способом было найдено [59]

$$\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} = 0,64 \pm 0,05, \quad \frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} = 4,8 \pm 0,5, \quad \frac{\gamma_\Phi^2}{4\pi} = 2,8 \pm 0,2. \quad (5.137)$$

Гипотеза векторной доминантности, основанная на существовании виртуальных γV^0 -переходов, означает, что электромагнитный ток адронов J_μ пропорционален определенной комбинации полей векторных мезонов [40, 46, 55]:

$$J_\mu(x) = \frac{m_\rho^2}{2\gamma_\rho} \rho_\mu(x) + \frac{m_\omega^2}{2\gamma_\omega} \omega_\mu(x) + \frac{m_\Phi^2}{2\gamma_\Phi} \Phi_\mu(x),$$

где $\rho_\mu(x)$, $\omega_\mu(x)$, $\Phi_\mu(x)$ — поля ρ -, ω - и Φ -мезонов.

Поэтому в соответствии с диаграммой, представленной на рис. 5.23, можно написать следующее соотношение между амплитудой процесса $\gamma + A \rightarrow B$ и амплитудами процессов $V^0 + A \rightarrow B$:

$$\mathcal{F}(\gamma A \rightarrow B) = \sum_{\rho, \omega, \Phi} \frac{V \sqrt{\pi\alpha}}{\gamma_V} \mathcal{F}(V^0 A \rightarrow B), \quad (5.138)$$

где $\mathcal{F}(V^0 A \rightarrow B)$ — амплитуда поглощения векторного мезона с поперечной поляризацией.

Необходимо, однако, отметить, что степень поперечной векторной поляризации векторных мезонов зависит от системы отсчета, так как для массивных векторных мезонов при преобразованиях Лоренца возможна «перекачка» между продольной и поперечной поляризациями векторных мезонов. Эта неоднозначность, связанная с выбором системы отсчета, затрудняет экспериментальную проверку следствий, вытекающих из (5.138).

Другая трудность связана с различием масс γ -кванта и векторных мезонов и с возможной зависимостью констант γ_V от массы виртуального γ -кванта. Обычно для проверки гипотезы векторной доминантности для величин γ_V используются значения, найденные в опытах на встречных $e^+ e^-$ -пучках. Гипотеза векторной доминантности позволяет установить ряд важных результатов, относящихся

к электромагнитным свойствам адронов. Начнем с электромагнитного формфактора π -мезона.

Формфактор π -мезона $F_\pi(q^2)$ описывает вершину поглощения π -мезоном виртуального γ -кванта с 4-импульсом q (рис. 5.25). Согласно гипотезе векторной доминантности диаграмма рис. 5.25 эквивалентна диаграмме рис. 5.25, б, где учитывается только вклад, вносимый ρ -мезоном, так как вклад ω -, φ -мезонов запрещен сохранением G -четности в сильном взаимодействии. Поэтому $F_\pi(q^2)$ может быть представлен в виде

$$F_\pi(q^2) = e \frac{f_{\rho\pi\pi}}{2\gamma_\rho} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2},$$

где $f_{\rho\pi\pi}$ — константа $\rho\pi\pi$ -взаимодействия.

При $q^2 = 0$ формфактор пиона $F_\pi(q^2)$ равен e , поэтому между константами γ_ρ и $f_{\rho\pi\pi}$ должно существовать соотношение

$$\frac{f_{\rho\pi\pi}}{2\gamma_\rho} = 1. \quad (5.139)$$

С другой стороны, константа связи $f_{\rho\pi\pi}$ может быть найдена по известной ширине распада $\rho \rightarrow 2\pi$. Действительно, матричный элемент распада $\rho \rightarrow 2\pi$ равен

$$m(\rho \rightarrow 2\pi) = f_{\rho\pi\pi} U_\mu(q_1 - q_2)_\mu,$$

где q_1, q_2 — 4-импульсы пионов, образующихся в распаде $\rho \rightarrow 2\pi$. Ширина распада связана с матричным элементом соотношением

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \frac{(2\pi)^4}{2m_\rho} \int |\langle m(\rho \rightarrow 2\pi) \rangle|^2 \delta(p - q_1 - q_2) \frac{d^3q_1}{(2\pi)^3 2E_{\pi 1}} \times \\ \times \frac{d^3q_2}{(2\pi)^3 2E_{\pi 2}},$$

где $E_{\pi 1,2}$ — энергии пионов с 4-импульсами q_1 и q_2 , p — 4-импульс ρ -мезона (черта обозначает усреднение по поляризациям векторного мезона). Подставляя сюда выражение для $m(\rho \rightarrow 2\pi)$ и выполняя усреднение по поляризациям ρ -мезона, получим

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{48\pi} m_\rho \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Используя значение $\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = 150 \text{ Мэв}$, найдем $f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi \simeq 2$. Подставляя это значение в (5.139), получим $\gamma_\rho^2/4\pi = 0,50$, что согла-

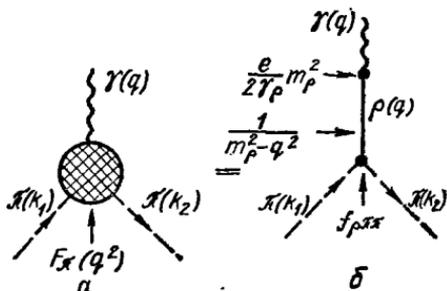


Рис. 5.25. Электромагнитный формфактор π -мезона в модели векторной доминантности.

суется со значением γ_ρ , найденным в опытах на встречных e^+e^- -пучках.

При малых q^2 формфактор $F_\pi(q^2)$ определяется формулой

$$\frac{1}{e} F_\pi(q^2) = 1 + \frac{q^2}{6} \langle r_\pi^2 \rangle,$$

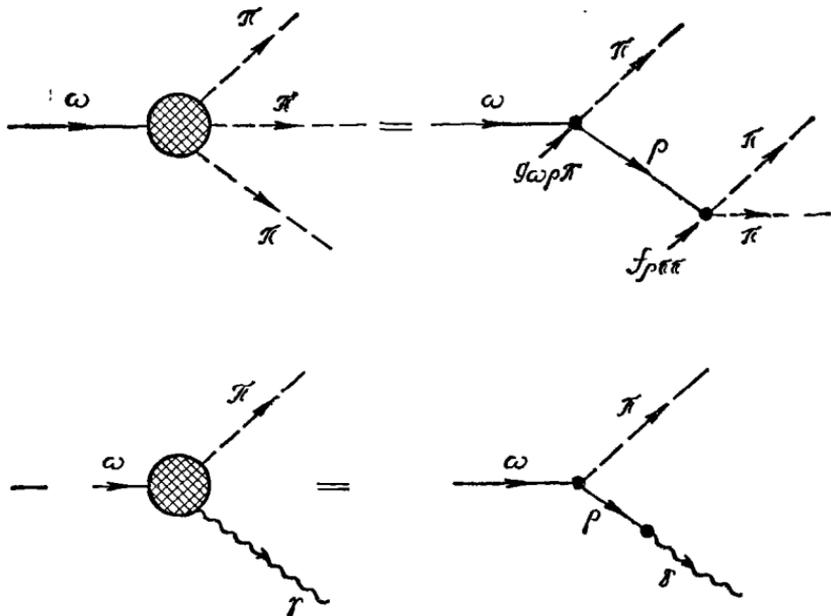


Рис. 5.26. Распады $\omega \rightarrow 3\pi$ и $\omega \rightarrow \pi + \gamma$.

где

$$\sqrt{\langle r_\pi^2 \rangle} = \frac{\sqrt{6}}{m_\rho} = 0,64 \text{ ферми.}$$

Эту величину можно интерпретировать как «радиус» π -мезона.

Рассмотрим далее распады $\omega \rightarrow 3\pi$ и $\omega \rightarrow \pi\gamma$. Гипотеза векторной доминантности позволяет связать между собой их амплитуды, а их матричные элементы (рис. 5.26) пропорциональны произведениям констант

$$m(\omega \rightarrow 3\pi) \simeq f_{\omega\rho\pi} f_{\rho\pi\pi}, \quad m(\omega \rightarrow \pi\gamma) \simeq f_{\omega\rho\pi} \frac{e}{2\gamma_\rho},$$

где $f_{\omega\rho\pi}$ — константа $\omega\rho\pi$ -взаимодействия. Поэтому отношения ширины распадов $\omega \rightarrow 3\pi$ и $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ не будут содержать константы $f_{\omega\rho\pi}$. Используя значение [271] $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)/\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi) = (9,3 \pm \pm 1,2)/(89,8 \pm 4,0)$, получим $\gamma_\rho f_{\rho\pi\pi}/4\pi = 1,35 \pm 0,15$, а учитывая (5.139), найдем $\gamma_\rho^2/4\pi = 0,67 \pm 0,08$. Эта величина также находится в соответствии со значением (5.137).

Рассмотрим теперь распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Согласно гипотезе векторной доминантности (рис. 5.27, а) матричный элемент этого распада пропорционален константе $f_{\omega\rho\pi}$:

$$m(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) \simeq f_{\omega\rho\pi} \frac{e^2}{4\gamma_\rho\gamma_\omega}.$$

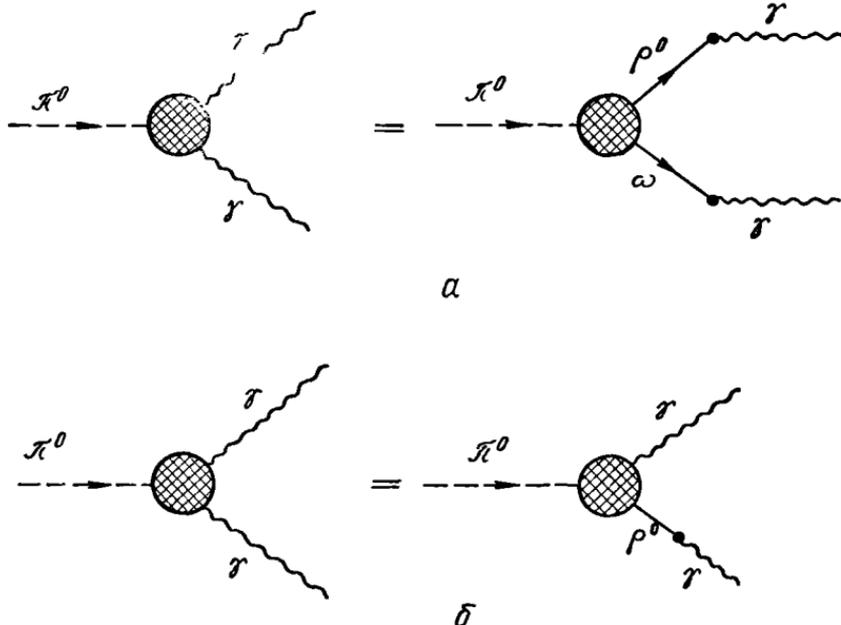


Рис. 5.27. Распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ в модели векторной доминантности.

Поэтому отношение ширины $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)/\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)$ не зависит от константы $f_{\omega\rho\pi}$ и определяется только константой γ_ω :

$$\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} = 5,4 \pm 1,35,$$

что хорошо согласуется с экспериментальным значением, найденным в опытах на встречных пучках.

Гипотеза векторной доминантности позволяет связать между собой ширины распадов $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ и $\rho \rightarrow \pi + \gamma$ (см. рис. 5.27, б)

$$\frac{\Gamma(\rho \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi)} = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{m_\rho}{m_\pi} \right)^2 \frac{(1 - m_\pi^2/m_\rho^2)^3}{(1 - 4m_\pi^2/m_\rho^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{m_\pi}.$$

Отсюда можно найти ширину распада $\rho \rightarrow \pi + \gamma$, используя известные ширины распадов $\rho \rightarrow \pi + \pi$ и $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Мы предполагали, что величины $f_{\omega\rho\pi}$ и $f_{\rho\pi\pi}$ не зависят от квадрата переданного

импульса (т. е. от квадрата массы виртуального π -мезона). Это предположение справедливо в области сравнительно небольших переданных импульсов.

Резюмируя, можно сказать, что гипотеза векторной доминантности хорошо согласуется с имеющимися данными о распадах векторных и псевдоскалярных мезонов.

3.2. Фотообразование нейтральных векторных мезонов при больших энергиях. Как было показано выше, гипотеза векторной доминантности позволяет связать процессы фотообразования на нуклонах нейтральных векторных мезонов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ ($V^0 = \rho, \omega, \varphi$) с процессами упругого рассеяния векторных мезонов нуклонами $V + N \rightarrow V + N$. Основываясь на этой связи, получим, исходя из кварковой модели, соотношения между дифференциальными сечениями процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ и полными сечениями взаимодействия псевдоскалярных мезонов с нуклонами.

Возможность использования кварковой модели для изучения процессов фотообразования нейтральных векторных мезонов на нуклонах основывается на том, что эти процессы, как и процессы упругого рассеяния мезонов, имеют при больших энергиях и малых переданных импульсах дифракционный характер. Это значит, что дифференциальные сечения процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ имеют резкий максимум в области малых переданных импульсов. Кроме того, дифференциальные сечения $d\sigma/dt$ ($\gamma N \rightarrow NV^0$) (t — квадрат переданного 4-импульса от γ -кванта к V^0 -мезону) слабо зависят от энергии γ -кванта, а мнимые части амплитуд процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ при $t = 0$ существенно больше действительных частей этих амплитуд. Именно поэтому для анализа реакций $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ и процессов рассеяния мезонов нуклонами можно пользоваться одной и той же моделью.

С другой стороны, для описания процессов упругого рассеяния псевдоскалярных мезонов нуклонами при больших энергиях и малых переданных импульсах может быть использована кварковая модель. Поэтому естественно воспользоваться этой моделью для описания фотообразования векторных мезонов на нуклонах.

Основное предположение кварковой модели для процессов взаимодействия адронов между собой заключается в том, что амплитуду двухчастичного процесса взаимодействия адронов можно представить в виде суммы амплитуд рассеяния пар кварков, из которых один кварк принадлежит одному, а другой — другому адрону [8, 48]. Это предположение называется гипотезой аддитивности (рис. 5.28).

Амплитуды упругого рассеяния псевдоскалярных мезонов нуклонами в кварковой модели могут быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} (\pi^+ p) &= 2(p'p') + (p'n') + 2(p'\bar{n}') + (p'\bar{p}'), \\ (\pi^- p) &= (p'p') + 2(p'n') + (p'\bar{n}') + 2(p'\bar{p}'), \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (K^+ p) &= 2(p' p') + (p' n') + 3(\bar{\Lambda}' p'), \\ (K^0 p) &= (p' p') + (2 p' n') + 3(\Lambda' p'), \\ (K^- p) &= 2(p' \bar{p}') + (p' \bar{n}') + 3(\Lambda' p'), \\ (\bar{K}^0 p) &= (p' \bar{p}') + 2(p' \bar{n}') + 3(\Lambda' p'), \end{aligned} \right\} \quad (5.140)$$

где (πp) , $(K p)$ — амплитуды упругого рассеяния π - и K -мезонов протонами, $(q_1 q_2)$ — амплитуда упругого рассеяния кварков q_1

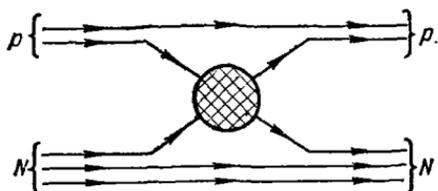


Рис. 5.28. Мезон-барионное рассеяние в кварковой модели.

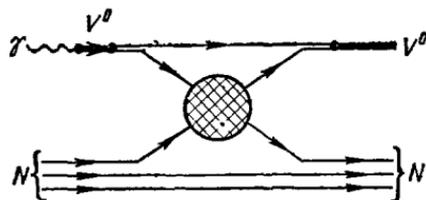


Рис. 5.29. Фотообразование векторных мезонов на нуклонах в кварковой модели.

и q_2 , которую будем называть кварковой. При этом воспользуемся следующими соотношениями, вытекающими из зарядовой симметрии сильного взаимодействия:

$$(\Lambda' p') = (\Lambda' n'), \quad (\bar{\Lambda}' p') = (\bar{\Lambda}' n'), \quad (p' p') = (n' n'), \quad (\bar{p}' p') = (\bar{n}' n').$$

Из (5.140) вытекает, что независимо от величин кварковых амплитуд справедливо следующее соотношение между амплитудами:

$$(\pi^- p) - (\pi^+ p) = (K^- p) - (\bar{K}^0 p) + (K^0 p) - (K^+ p). \quad (5.141)$$

Так как мнимая часть амплитуды упругого πN -рассеяния вперед ($t = 0$) связана с полным сечением πN -взаимодействия $\sigma_t(\pi N)$ оптической теоремой

$$\text{Im}(\pi N)_{t=0} = \frac{p_L}{4\pi} \sigma_t(\pi N),$$

где p_L — импульс мезона в лабораторной системе, то из (5.141) вытекает следующее соотношение между полными сечениями (πN) -, (KN) -взаимодействия:

$$\sigma_t(\pi^- p) - \sigma_t(\pi^+ p) = \sigma_t(K^- p) - \sigma_t(\bar{K}^0 p) + \sigma_t(K^0 p) - \sigma_t(K^+ p). \quad (5.142)$$

Это соотношение хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными, если энергия π - и K -мезонов больше 6 Гэв [2].

Из наблюдаемого на опыте равенства полных сечений $K^0 p$ - и $K^+ p$ -взаимодействий следует равенство кварковых амплитуд:

$$(p' p') = (p' n'). \quad (5.143)$$

Предположим, что кроме этого соотношения справедливы еще два соотношения между кварковыми амплитудами [49]:

$$(p'p') = (\bar{p}'n'), \quad (\Lambda'p') = (\bar{\Lambda}'p'), \quad (5.144)$$

и рассмотрим процессы фотообразования на нуклонах V_0^- мезонов. Предположим, что в области больших энергий и малых переданных импульсов эти процессы можно описывать с помощью кварковой модели. Это значит, что в соответствии с гипотезой векторной доминантности γ -квант переходит в определенную суперпозицию нейтральных векторных мезонов, составляющие кварки которых взаимодействуют с кварками, из которых построен нуклон (рис. 5.29). Используя далее гипотезу аддитивности кварковых амплитуд, можно выразить амплитуды процессов $\gamma + N \rightarrow N + V_0^0$ через кварковые амплитуды [4]. С этой целью необходимо прежде всего найти «кварковое устройство» γ -кванта. Согласно гипотезе векторной доминантности состояние γ -кванта можно рассматривать как следующую суперпозицию состояний ρ -, ω - и ϕ -мезонов:

$$|\gamma\rangle = \frac{g_\rho}{\sqrt{2}} |\rho\rangle + \frac{g_\omega}{3\sqrt{2}} |\omega\rangle - \frac{g_\phi}{3} |\phi\rangle, \quad (5.145)$$

где g_V — константы γV -взаимодействия. (Численные коэффициенты в этом соотношении выбраны таким образом, чтобы в точной SU_3 -симметрии величины g_ρ , g_ω и g_ϕ были одинаковы.) Константы g_V следующим образом связаны с константами γ_V , введенными в предыдущем разделе:

$$g_\rho^2 = \alpha \frac{2\pi}{\gamma_\rho^2}, \quad g_\omega^2 = \alpha \frac{18\pi}{\gamma_\omega^2}, \quad g_\phi^2 = \alpha \frac{9\pi}{\gamma_\phi^2}.$$

Используя теперь известную кварковую структуру векторных мезонов (см. гл. 3)

$$\rho = \frac{\bar{p}'p' - \bar{n}'n'}{\sqrt{2}}, \quad \omega = \frac{\bar{p}'p' + \bar{n}'n'}{\sqrt{2}}, \quad \phi = \bar{\Lambda}'\Lambda',$$

из (5.145) получаем следующую кварковую структуру γ -кванта

$$\gamma = \frac{3g_\rho + g_\omega}{6} \bar{p}'p' + \frac{-3g_\rho + g_\omega}{6} \bar{n}'n' - \frac{g_\phi}{3} \bar{\Lambda}'\Lambda'. \quad (5.146)$$

При точном выполнении SU_3 -симметрии это соотношение упрощается:

$$\gamma = g_\rho \left(\frac{2}{3} \bar{p}'p' - \frac{1}{3} \bar{n}'n' - \frac{1}{3} \bar{\Lambda}'\Lambda' \right). \quad (5.147)$$

Заметим, что при $g_\rho = e$ коэффициенты в (5.147) будут совпадать с электрическими зарядами кварков.

Используя кварковую структуру γ -кванта (5.146), нетрудно получить следующие выражения для амплитуд процессов фотообра-

зования нейтральных векторных мезонов на протонах и нейтронах в терминах кварковых амплитуд:

$$\begin{aligned}
 F(\gamma N \rightarrow N\rho) &= \frac{3}{2\sqrt{2}} [g_\rho(p'p') + (n'p') + (\bar{p}'p') + (\bar{p}'n')] \pm \\
 &\quad \pm \frac{g_\omega}{6\sqrt{2}} [(p'p') - (p'n') + (\bar{p}'p') - (\bar{p}'n')], \\
 F(\gamma N \rightarrow N\omega) &= \frac{g_\omega}{2\sqrt{2}} [(p'p') + (p'n') + (\bar{p}'p') + (\bar{p}'n')] \pm \\
 &\quad \pm \frac{g_\rho}{2\sqrt{2}} [(p'p') - (p'n') + (\bar{p}'p') - (\bar{p}'n')], \\
 F(\gamma p \rightarrow p\varphi) &= F(\gamma n \rightarrow n\varphi) = -g_\varphi [(\Lambda'p') + (\bar{\Lambda}'p')],
 \end{aligned} \tag{5.148}$$

где знаки \pm соответствуют фотообразованию на протоне и нейтроне.

В (5.148) не делается никаких предположений об относительной величине различных кварковых амплитуд. Входящие сюда комбинации кварковых амплитуд можно выразить через амплитуды упругого мезон-нуклонного рассеяния. В результате получим

$$\begin{aligned}
 F(\gamma N \rightarrow N\rho) &= \frac{g_\rho}{2\sqrt{2}} [(\pi^-p) + (\pi^+p)] \pm \\
 &\quad \pm \frac{g_\omega}{6\sqrt{2}} [(K^-p) + (K^+p) - (K^0p) - (\bar{K}^0p)], \\
 F(\gamma N \rightarrow N\omega) &= \frac{g_\omega}{6\sqrt{2}} [(\pi^-p) + (\pi^+p)] \pm \\
 &\quad \pm \frac{g_\rho}{2\sqrt{2}} [(K^-p) + (K^+p) - (K^0p) - (\bar{K}^0p)], \\
 F(\gamma p \rightarrow p\varphi) &= F(\gamma n \rightarrow n\varphi) = \\
 &= -\frac{g_\varphi}{6} [(K^+p) + (K^-p) + (K^0p) + (\bar{K}^0p) - \\
 &\quad - (\pi^-p) - (\pi^+p)].
 \end{aligned} \tag{5.149}$$

Из формул (5.149) нетрудно получить следующие соотношения между амплитудами процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$:

$$F(\gamma p \rightarrow p\rho^0) + F(\gamma n \rightarrow n\rho^0) = 3 \frac{g_\rho}{g_\omega} [F(\gamma p \rightarrow p\omega) + F(\gamma n \rightarrow n\omega)],$$

$$F(\gamma p \rightarrow p\rho^0) - F(\gamma n \rightarrow n\rho^0) = \frac{1}{3} \frac{g_\omega}{g_\rho} [F(\gamma p \rightarrow p\omega) - F(\gamma n \rightarrow n\omega)].$$

Эти формулы позволяют найти соотношение между дифференциальными сечениями процессов образования ρ - и ω -мезонов на нуклонах

$$\frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow \rho p^0) - \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow \rho p^0) = \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow \rho \omega) - \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow \rho \omega). \quad (5.150a)$$

Из (5.149) следует также, что

$$\frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow \rho \varphi) = \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow \rho \varphi). \quad (5.150б)$$

Представляет интерес экспериментальная проверка этих соотношений между дифференциальными сечениями, поскольку они не зависят от констант γV^0 -взаимодействия. Это означает, что соотношения (5.150a) и (5.150б) могут быть получены только из предположения об аддитивности кварковых амплитуд. При этом достаточно предположить, что γ -квант представляет собой произвольную суперпозицию состояний пар кварк — антикварк $\bar{p}'p'$, $\bar{n}'n'$ и $\bar{\Lambda}'\Lambda'$, т. е. γ -квант может переходить не только в мезоны ρ , ω и φ , но и в произвольное число других нонетов векторных мезонов с большими массами, если такие мезоны существуют.

Отметим, что найденные соотношения справедливы не только для октетной гипотезы электромагнитного взаимодействия адронов, но и для произвольного смешивания октета и синглета.

Очень простые формулы получаются для амплитуд $F(\gamma N \rightarrow NV^0)$ в кварковой модели, если кварковые амплитуды удовлетворяют равенствам (5.143) и (5.144), а константы g_V равны между собой:

$$\left. \begin{aligned} F(\gamma p \rightarrow \rho p) &= \frac{g_\rho}{3\sqrt{2}} [2(\pi^- p) + (\pi^+ p)], \\ F(\gamma n \rightarrow \rho p) &= \frac{g_\rho}{3\sqrt{2}} [(\pi^- p) + 2(\pi^+ p)], \\ F(\gamma p \rightarrow \rho \omega) &= \frac{g_\rho}{3\sqrt{2}} [2(\pi^- p) - (\pi^+ p)], \\ F(\gamma n \rightarrow \rho \omega) &= \frac{g_\rho}{3\sqrt{2}} [2(\pi^+ p) - (\pi^- p)], \\ F(\gamma p \rightarrow \rho \varphi) &= F(\gamma n \rightarrow \rho \varphi) = -\frac{g_\rho}{3} [(K^+ p) + (K^- p) - (\pi^- p)]. \end{aligned} \right\} (5.151)$$

Используя снова оптическую теорему, с помощью формул (5.149) можно найти следующие выражения для дифференциальных

сечений $d\sigma/dt$ ($\gamma N \rightarrow NV^0$), справедливые при $t = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\rho) &= \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\sigma_t(\pi^- p) + \sigma_t(\pi^+ p) \pm \right. \\ &\pm \frac{g_\rho}{3g_\rho} (\sigma_t(K^+ p) + \sigma_t(K^- p) - \sigma_t(K^0 p) - \sigma_t(\bar{K}^0 p)) \left. \right]^2 (1 + \beta_{\rho N}^2), \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\omega) &= \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\sigma_t(\pi^- p) + \sigma_t(\pi^+ p) \pm \right. \\ &\pm 3 \frac{g_\rho}{g_\omega} (\sigma_t(K^+ p) + \sigma_t(K^- p) - \sigma_t(K^0 p) - \sigma_t(\bar{K}^0 p)) \left. \right]^2 (1 + \beta_{\omega N}^2), \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\varphi) &= \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\sigma_t(\pi^- p) + \sigma_t(\pi^+ p) - \right. \\ &\left. - \sigma_t(K^+ p) - \sigma_t(K^- p) - \sigma_t(K^0 p) - \sigma_t(\bar{K}^0 p) \right]^2 (1 + \beta_{\varphi N}^2), \end{aligned} \quad (5.152)$$

где

$$\beta_{VN} \equiv \text{Re } F(\gamma N \rightarrow NV^0) / \text{Im } F(\gamma N \rightarrow NV^0)_{t=0}.$$

Выше мы отмечали, что $|\beta_{VN}| \ll 1$ для дифракционного образования V^0 -мезонов.

Воспользовавшись неравенством

$$\sigma_t(K^+ p) + \sigma_t(K^- p) - \sigma_t(K^0 p) - \sigma_t(\bar{K}^0 p) > 0,$$

выполняющимся во всей исследованной области импульсов ($p_L > 6 \text{ Гэв}$), получим с помощью (5.152) следующие неравенства между дифференциальными сечениями процессов:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\rho)_{t=0} &\geq \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\rho)_{t=0}, \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\omega)_{t=0} &\geq \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\omega)_{t=0}, \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\rho)_{t=0} / \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\omega)_{t=0} &\leq \frac{\gamma_\omega^2}{\gamma_\rho^2}, \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\rho)_{t=0} / \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\omega)_{t=0} &\geq \frac{\gamma_\omega^2}{\gamma_\rho^2}. \end{aligned}$$

Если справедлива теорема Померанчука [42] о том, что в области больших энергий полные сечения взаимодействия частицы и античастицы с одним и тем же адроном равны между собой, то эти неравенства обращаются в равенства.

Отметим, что константы γV^0 -взаимодействия, найденные в опытах на встречных e^+e^- -пучках, не должны, вообще говоря, совпадать с константами, определяющими в кварковой модели амплитуды процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$, поскольку в первом случае квадрат 4-импульса γ -кванта отличен от нуля, а во втором — равен нулю.

Соотношения (5.152) позволяют предсказать энергетическую зависимость дифференциальных сечений процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ при $t = 0$. Воспользуемся для этого результатами работы [2], в которой энергетическая зависимость полных сечений $\sigma_t(\pi N)$, $\sigma_t(KN)$ в интервале импульсов $p_L = 6 \div 40$ Гэв аппроксимировалась формулой

$$\sigma_t = \sigma_\infty + \frac{c}{p_L},$$

где σ_∞ — величина полного сечения при бесконечно больших импульсах, c — константа, определяющая характер стремления сечения $\sigma_t(PN)$, $P = \pi, K$, к асимптотическому значению, p_L — импульс начального мезона в лабораторной системе.

Подставляя полученные в [2] значения величин σ_∞ и c и используя значения констант γV^0 -взаимодействия (5.137), получим для сечений $d\sigma/dt(\gamma N \rightarrow NV^0)_{t=0}$ (значения даны в мкбарн/Гэв²)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow p\rho^0)_{t=0} &= (102 \pm 10) \left(1 + \frac{1,13 \pm 0,05}{E_\gamma}\right)^2, \\ \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow p\omega)_{t=0} &= (15 \pm 3) \left(1 + \frac{1,88 \pm 0,30}{E_\gamma}\right)^2, \\ \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow p\varphi)_{t=0} &= (6,56 \pm 0,54) \left(1 - \frac{0,55 \pm 0,14}{E_\gamma}\right)^2, \\ \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow n\rho)_{t=0} &= (101 \pm 10) \left(1 + \frac{0,85 \pm 0,05}{E_\gamma}\right)^2, \\ \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow n\omega)_{t=0} &= (14 \pm 2,8) \left(1 + \frac{0,05 \pm 0,31}{E_\gamma}\right)^2, \end{aligned}$$

где E_γ — энергия γ -кванта в лабораторной системе отсчета (неопределенность в асимптотических значениях сечений $d\sigma/dt(\gamma N \rightarrow NV^0)_{t=0}$ определяется главным образом погрешностью в измерении констант γV^0 -перехода).

Из этих формул можно сделать следующие выводы.

1. Сечения процессов $\gamma + N \rightarrow N + \rho$ и $\gamma + N \rightarrow N + \omega$ приближаются к своим асимптотическим значениям сверху, в то время как дифференциальное сечение процесса $\gamma + N \rightarrow N + \varphi$ должно возрастать с ростом энергии, достигая своего асимптотического значения снизу.

2. Для процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ наиболее сильно зависит от энергии сечение процесса $\gamma + p \rightarrow p + \omega$, в то время как диффе-

ренциальное сечение процесса $\gamma + n \rightarrow n + \omega$ почти не зависит от энергии γ -кванта.

3.3. Фотообразование нейтральных векторных мезонов на ядрах. Перейдем теперь к рассмотрению процессов фотообразования нейтральных векторных мезонов на ядрах. Используя кварковую модель, можно найти соотношения между дифференциальными сечениями фотообразования V^0 -мезонов на ядрах при $t = 0$ и полными сечениями взаимодействия π - и K -мезонов с ядрами. Эти соотношения, как мы увидим далее, не зависят от специфики возможных ядерных моделей.

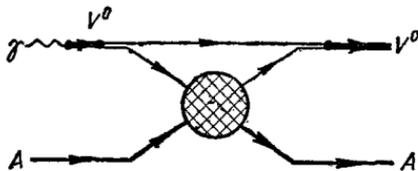


Рис. 5.30. Фотообразование нейтральных векторных мезонов на ядрах в кварковой модели.

Предположим, что при больших энергиях γ -кванта и малых переданных импульсах для процессов $\gamma + A \rightarrow A + V^0$ (A служит для обозначения ядра с атомным номером A) основным механизмом является механизм рассеяния кварков, из которых «составлен» γ -квант на ядре как целом (рис. 5.30). В кварковой модели этот же механизм можно использовать и для описания упругого рассеяния псевдоскалярных мезонов ядрами. Поэтому сечения процессов $\gamma + A \rightarrow A + V^0$ должны быть связаны с сечениями взаимодействия мезонов с ядрами.

Используя кварковое устройство γ -кванта (5.147), можно получить следующие выражения для амплитуд процессов $\gamma + A \rightarrow A + V^0$:

$$\left. \begin{aligned}
 F(\gamma A \rightarrow A\rho) &= \frac{g_\rho}{2\sqrt{2}} [(\pi^+A) + (\pi^-A)] + \\
 &\quad + \frac{g_\omega}{6\sqrt{2}} [(K^+A) + (K^-A) - (K^0A) - (\bar{K}^0A)], \\
 F(\gamma A \rightarrow A\omega) &= \frac{g_\omega}{6\sqrt{2}} [(\pi^+A) + (\pi^-A)] + \\
 &\quad + \frac{g_\rho}{2\sqrt{2}} [(K^+A) + (K^-A) - (K^0A) - (\bar{K}^0A)], \\
 F(\gamma A \rightarrow A\phi) &= -\frac{g_\phi}{6} [(K^+A) + (K^-A) + (K^0A) + (\bar{K}^0A) - \\
 &\quad - (\pi^-A) - (\pi^+A)],
 \end{aligned} \right\} (5.153)$$

где (πA) , (KA) — амплитуды упругого рассеяния π -, K -мезонов ядром.

Для ядер, содержащих одинаковое число протонов и нейтронов, зарядовая симметрия сильного взаимодействия позволяет упростить

формулы для амплитуд

$$F(\gamma A \rightarrow A\rho) = \frac{g_\rho}{\sqrt{2}} (\pi A), \quad F(\gamma A \rightarrow A\omega) = \frac{g_\omega}{3\sqrt{2}} (\pi A),$$

$$F(\gamma A \rightarrow A\varphi) = -\frac{g_\varphi}{3} [(KA) + (\bar{K}A) - (\pi A)].$$

Отсюда видно, что относительная фаза амплитуд $F(\gamma A \rightarrow A\rho)$ и $F(\gamma A \rightarrow A\omega)$ для таких ядер равна нулю (независимо от ядерных моделей). Поэтому на ядрах с одинаковыми числами протонов и нейтронов наиболее удобно изучать интерференционные явления при фотообразовании частиц $(\pi^0\gamma)$, $(\eta\gamma)$ или (e^+e^-) , на которые распадаются векторные мезоны. В этом случае интерференция определяется только соответствующими константами взаимодействия.

Используя оптическую теорему, с помощью формул (5.153) получим следующие выражения для дифференциальных сечений процессов $\gamma + A \rightarrow A + V^0$ при $t = 0$:

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma A \rightarrow A\rho)_{t=0} = \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} \left\{ \sigma_t(\pi^+A) + \sigma_t(\pi^-A) + \right. \\ \left. + \frac{g_\omega}{3g_\rho} [\sigma_t(K^+A) + \sigma_t(K^-A) - \sigma_t(K^0A) - \sigma_t(\bar{K}^0A)] \right\} (1 + \beta_{\rho A}^2),$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma A \rightarrow A\omega)_{t=0} = \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} \right)^{-1} \left\{ \sigma_t(\pi^+A) + \sigma_t(\pi^-A) + \right. \\ \left. + 3 \frac{g_\rho}{g_\omega} [\sigma_t(K^+A) + \sigma_t(K^-A) - \sigma_t(K^0A) - \sigma_t(\bar{K}^0A)] \right\} (1 + \beta_{\omega A}^2),$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma A \rightarrow A\varphi)_{t=0} = \frac{\alpha}{256\pi} \left(\frac{\gamma_\varphi^2}{4\pi} \right)^{-1} [\sigma_t(\pi^+A) + \sigma_t(\pi^-A) - \\ - \sigma_t(K^+A) - \sigma_t(K^-A) - \sigma_t(K^0A) - \sigma_t(\bar{K}^0A)]^2 (1 + \beta_{\varphi A}^2),$$

где

$$\beta_{VA} = \text{Re } F(\gamma A \rightarrow AV^0) / \text{Im } F(\gamma A \rightarrow AV^0)_{t=0}.$$

Эти соотношения между сечениями $d\sigma/dt(\gamma A \rightarrow AV)_{t=0}$ и полными сечениями PA -взаимодействия $\sigma_t(PA)$ очень удобны для проверки справедливости гипотезы векторной доминантности применительно к процессам фотообразования V^0 -мезонов на ядрах. Однако из-за отсутствия в настоящее время систематических экспериментальных данных относительно полных сечений взаимодействия π - и K -мезонов больших энергий с ядрами эта проверка не может быть выполнена.

Если зависимость полных сечений PA -взаимодействий от атомного номера A описывать формулой

$$\sigma_t(PA) \simeq A^n,$$

где n — некоторая константа, то зависимость дифференциального сечения фотообразования на ядрах нейтральных векторных мезонов от A должна иметь вид

$$\frac{d\sigma}{dt} (\gamma A \rightarrow AV)_{t=0} \simeq A^{2n}. \quad (5.154a)$$

Если в PA -взаимодействии основную роль при поглощении мезонов играет поверхность ядра, то $n = 2/3$. Отметим, что предсказываемая в рассмотренной модели зависимость сечений $d\sigma/dt$ ($\gamma A \rightarrow AV$) $_{t=0}$ от A отличается от зависимости, возникающей в импульсном приближении, согласно которому γ -квант взаимодействует когерентно со всеми нуклонами ядра. В этом случае будет иметь место закономерность

$$\frac{d\sigma}{dt} (\gamma A \rightarrow AV^0)_{t=0} \simeq A^2. \quad (5.154b)$$

Отличие показателей в (5.154a) и (5.154b) означает, что нуклоны экранируются в ядре при взаимодействии γ -квантов больших энергий.

3.4. Соотношения между дифференциальными сечениями при неравном нулю переданном импульсе. До сих пор при применении кварковой модели к процессам $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ мы использовали оптическую теорему. Поэтому наши результаты относятся к случаю $t = 0$ (напомним, что t — квадрат переданного 4-импульса). Однако кварковая модель позволяет находить соотношения между дифференциальными сечениями взаимодействия адронов и при $t \neq 0$, так как и в этом случае справедлива гипотеза аддитивности. Это означает, что соотношения (5.149) между амплитудами F ($\gamma N \rightarrow NV$) и (PN) справедливы и при $t \neq 0$.

Свяжем дифференциальные сечения процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ при $t \neq 0$ с дифференциальными сечениями процессов $P + N \rightarrow P + N$, не прибегая к оптической теореме.

Используя формулы (5.149) для амплитуд F ($\gamma N \rightarrow NV^0$), нетрудно получить следующие выражения для дифференциальных сечений процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\rho^0) + \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\rho^0) &= \frac{\pi}{8\tilde{E}_\gamma^2} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[|(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2 + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{9} \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} |(K^+ p) + (K^- p) - (K^0 p) - (\bar{K}^0 p)|^2 \right], \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\omega) + \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\omega) &= \frac{\pi}{8\tilde{E}_\gamma^2} \left(\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} \right)^{-1} \times \\ \times \left[|(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2 + 9 \frac{g_\rho^2}{g_\omega^2} |(K^+ p) + (K^- p) - (K^0 p) - (\bar{K}^0 p)|^2 \right], \end{aligned} \quad (5.155)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow p\rho^0) + \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow n\omega) &= \frac{d\sigma}{dt}(\gamma n \rightarrow n\rho^0) + \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow p\omega) = \\ &= \frac{\pi}{16\tilde{E}_\gamma^2} \left(\frac{\gamma_p^2}{4\pi} \right)^{-1} \left(1 + \frac{1}{9} \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} \right) [|(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2 + \\ &+ |(K^+ p) + (K^- p) - (K^0 p) - (\bar{K}^0 p)|^2], \end{aligned}$$

где \tilde{E}_γ — энергия γ -кванта в СЦИ реакций $\gamma + N \rightarrow N + V^0$.

Свяжем теперь комбинации амплитуд (πp) и $(K p)$, встречающиеся в (5.155), с дифференциальными сечениями πN - и KN -рассеяний. Рассмотрим сначала квадрат модуля суммы амплитуд πp -рассеяния $|(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2$. Так как $d\sigma/dt(\pi p \rightarrow \pi p) = \pi k^2 |(\pi p)|^2$, где k — импульс мезона в СЦИ, то

$$\begin{aligned} |(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2 &= \frac{k^2}{\pi} \left[\frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) + \right. \\ &+ \left. \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) \right] + 2\text{Re}(\pi^- p)(\pi^+ p)^*. \end{aligned}$$

Чтобы выразить величину $\text{Re}(\pi^- p)(\pi^+ p)^*$ через дифференциальные сечения, воспользуемся следующим соотношением между амплитудами πN -рассеяния, вытекающим из изотопической инвариантности сильного взаимодействия:

$$(\pi^- p) - (\pi^+ p) = \sqrt{2}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n),$$

где $(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)$ обозначает амплитуду процесса $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$. Возводя модуль обеих частей этого равенства в квадрат, получим

$$|(\pi^- p)|^2 + |(\pi^+ p)|^2 - 2\text{Re}(\pi^- p)(\pi^+ p)^* = 2|(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)|^2,$$

откуда

$$2\text{Re}(\pi^- p)(\pi^+ p)^* = |(\pi^- p)|^2 + |(\pi^+ p)|^2 - 2|(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n)|^2.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{k^2} |(\pi^- p) + (\pi^+ p)|^2 &= 2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) + \\ &+ 2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) - 2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n). \end{aligned} \quad (5.156)$$

Чтобы связать далее комбинацию $|(K^- p) + (K^+ p) - (K^0 p) - (\bar{K}^0 p)|^2$ с дифференциальными сечениями процессов KN -рассеяния, рассмотрим следствия, вытекающие из изотопической инвариантности и $\bar{K}N$ -рассеяний. Представляя для этого состояния $|KN\rangle$ в виде

$$|K^+ p\rangle = |11\rangle, \quad |K^0 p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle,$$

$$|K^+ n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle,$$

где $|II_3\rangle$ обозначает состояние KN -системы с полным изотопическим спином I и проекцией I_3 . Используя сохранение изоспина в сильном взаимодействии, получим

$$F(K^+p \rightarrow K^+p) = A_1, \quad F(K^0p \rightarrow K^0p) = \frac{1}{2}(A_1 + A_0),$$

$$F(K^0p \rightarrow K^+n) = \frac{1}{2}(A_1 - A_0),$$

где A_1, A_0 — амплитуды KN -рассеяния в состоянии с полными изотопическими спинами 1 и 0. Отсюда легко получить соотношение между амплитудами KN -рассеяния

$$F(K^+p \rightarrow K^+p) - F(K^0p \rightarrow K^0p) = F(K^0p \rightarrow K^+n).$$

Таким же способом для амплитуд $\bar{K}N$ -рассеяния нетрудно получить соотношение

$$F(\bar{K}^0p \rightarrow \bar{K}^0p) - F(K^-p \rightarrow K^-p) = F(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n).$$

Из этих соотношений вытекает равенство

$$(K^-p) + (K^+p) - (K^0p) - (\bar{K}^0p) = A(K^0p \rightarrow K^+n) - A(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n).$$

Возведя обе части этого равенства в квадрат, найдем

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{k^2} |(K^-p) + (K^+p) - (K^0p) - (\bar{K}^0p)|^2 &= \frac{d\sigma}{dt}(K^0p \rightarrow K^+n) + \\ &+ \frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) - 2 \frac{\pi}{k^2} \operatorname{Re} F(K^0p \rightarrow K^+n) F^*(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n). \end{aligned} \quad (5.157)$$

Чтобы произведение амплитуд $\operatorname{Re} F(K^0p \rightarrow K^+n) F^*(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n)$ выразить через дифференциальные сечения, воспользуемся соотношением (5.141). Предварительно запишем его в виде

$$F(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) + F(K^+n \rightarrow K^0p) = -\sqrt{2} F(\pi^-p \rightarrow \pi^0n).$$

Отсюда легко получить

$$\begin{aligned} 2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow \pi^0n) &= \frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) + \frac{d\sigma}{dt}(K^+n \rightarrow K^0p) + \\ &+ 2 \frac{\pi}{k^2} \operatorname{Re} F(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) F^*(K^0p \rightarrow K^+n). \end{aligned} \quad (5.157a)$$

Комбинируя формулы (5.156), (5.157a) и (5.157b), получим окончательно

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2k^2} |(K^-p) + (K^+p) - (K^0p) - (\bar{K}^0p)|^2 &= \\ &= \frac{d\sigma}{dt}(K^-p \rightarrow \bar{K}^0n) + \frac{d\sigma}{dt}(K^0p \rightarrow K^+n) - \frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p \rightarrow \pi^0n). \end{aligned} \quad (5.158)$$

Подставляя (5.156) и (5.158) в соотношения (5.155), получим формулы, связывающие между собой дифференциальные сечения процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ и процессов рассеяния мезонов нуклонами при $t \neq 0$. Эти формулы справедливы только при выполнении гипотезы аддитивности кварковых амплитуд. Последняя же справедлива, как следует из сравнения теории с опытом, при $-t < < 1 \text{ Гэв}^2$.

Сравнение соотношений (5.155) с экспериментальными данными позволило бы в принципе проверить справедливость основных предположений кварковой модели для процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$. Однако для такой проверки необходимы данные о фотообразовании V^0 -мезонов на нейтронах, которых в настоящее время нет.

Соотношения (5.155) упрощаются, если предположить, что $(p'p') = (p'n')$. Выше мы разъяснили, что это равенство амплитуд следует из равенства полных сечений K^+p - и K^0p -взаимодействий. Строго говоря, равенство полных сечений влечет за собой равенство только мнимых частей кварковых амплитуд при $t = 0$. Однако будем считать, что равенство $(p'p') = (p'n')$ справедливо во всей области дифракционного пика.

Если $(p'p') = (p'n')$, то дифференциальные сечения реакций образования ρ - и ω -мезонов можно связать только с дифференциальными сечениями πN -рассеяния:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\rho) &= \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} \left\{ \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+p \rightarrow \pi^+p) + \right. \\ &+ \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^-p) - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^0n) + \\ &+ \frac{1}{9} \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^0n) \pm \\ &\left. \pm \frac{1}{3} \frac{g_\omega}{g_\rho} \left[\frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^-p) - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+p \rightarrow \pi^+p) \right] \right\}, \\ \frac{d\sigma}{dt} (\gamma N \rightarrow N\omega) &= \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} \right)^{-1} \left\{ \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+p \rightarrow \pi^+p) + \right. \\ &+ \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^-p) - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^0n) + \\ &+ 9 \frac{g_\rho^2}{g_\omega^2} \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^0n) \pm \\ &\left. \pm 3 \frac{g_\rho}{g_\omega} \left[\frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^-p) - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+p \rightarrow \pi^+p) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.159)$$

Предполагая, что константы g_ρ , g_ω , g_φ равны между собой, соотношения (5.159) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\rho) = \frac{\alpha}{36} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} & \left[3 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) + \right. \\ & \left. + 6 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) - 4 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right], \end{aligned} \quad (5.160)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\omega) = \frac{\alpha}{36} \left(\frac{\gamma_\omega^2}{4\pi} \right)^{-1} & \left[- \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) + 4 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\rho^0) = \frac{\alpha}{36} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} & \left[6 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) + \right. \\ & \left. + 3 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) - 4 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\omega) = \frac{\alpha}{36} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-1} & \left[2 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) - \right. \\ & \left. - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) + 4 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right]. \end{aligned}$$

Из опыта известно [39], что величина $\Delta_\pi \equiv d\sigma/dt (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) - d\sigma/dt (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p)$ следующим образом зависит от t :

$$\Delta_\pi = 0 \text{ при } t = t_0 = -0,15 \text{ Гев}^2,$$

$$\Delta_\pi > 0 \text{ при } |t| < |t_0|,$$

$$\Delta_\pi < 0 \text{ при } |t| > |t_0|.$$

Из формул (5.160) видно, что разности сечений

$$\Delta_\rho \equiv \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\rho^0) - \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\rho^0),$$

$$\Delta_\omega \equiv \frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow p\omega) - \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow n\omega)$$

должны вести себя при изменении t так же, как и величина Δ_π .

Необходимо отметить, что равенство кварковых амплитуд $(p'p') = (p'n')$ приводит к равенству нулю амплитуды процесса $K^0 + p \rightarrow K^+ + n$. Поэтому формулы (5.159) и (5.160) справедливы с точностью до величин, пропорциональных сечению $d\sigma/dt (K^0 p \rightarrow K^+ n)$.

3.5. Рассеяние γ -квантов нуклонами и ядрами. Процессы упругого рассеяния γ -квантов нуклонами и ядрами $\gamma + N \rightarrow \gamma + N$,

$\gamma + A \rightarrow \gamma + A$ при высоких энергиях (выше порога фотообразования V -мезонов) очень сходны с процессами $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ и $\gamma + A \rightarrow A + V^0$ (рис. 5.31).

Таким же способом, как и при вычислении амплитуд фотообразования нейтральных векторных мезонов на нуклонах, можно получить в кварковой модели следующее выражение для амплитуды рассеяния γ -квантов нуклонами [4]:

$$F(\gamma N \rightarrow \gamma N) = \frac{\alpha}{72} \left(\frac{\gamma_p^2}{4\pi} \right)^{-1} \left\{ \left(9 + \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} - 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \right) [(\pi^- p) + (\pi^+ p)] + \right. \\ \left. + 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} [(K^+ p) + (K^- p) + (K^0 p) + (\bar{K}^0 p)] \pm \right. \quad (5.161) \\ \left. \pm 6 \frac{g_\omega}{g_\rho} [(K^+ p) + (K^- p) - (K^0 p) - (\bar{K}^0 p)] \right\},$$

где знаки \pm соответствуют γp - и γn -рассеяниям.

Используя оптическую теорему, найдем полные сечения γN -взаимодействия:

$$\sigma_t(\gamma N) = \frac{\alpha}{72} \left(\frac{\gamma_p^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\left(9 + \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} - 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \right) \Sigma_{\pi^+ p} + \right. \\ \left. + 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} (\Sigma_{K^+ p} + \Sigma_{K^0 p}) \pm 6 \frac{g_\omega}{g_\rho} (\Sigma_{K^+ p} - \Sigma_{K^0 p}) \right], \quad (5.162)$$

где $\Sigma_{\pi^+ p} = \sigma_t(\pi^- p) + \sigma_t(\pi^+ p)$.

Так как при энергиях, превышающих $6 \Gamma_{\Delta}$, $\Sigma_{K^+ p} - \Sigma_{K^0 p} > 0$, то приходим к неравенству $\sigma_t(\gamma p) > \sigma_t(\gamma n)$, согласующемуся с имеющимися экспериментальными данными.

Если кварковые амплитуды удовлетворяют равенствам

$$(p' p') = (p' n'), \quad (\Lambda' p') = (\bar{\Lambda}' p'), \quad (5.163)$$

а константы g_V равны между собой, то из (5.162) вытекают соотношения

$$\sigma_t(\gamma p) = \frac{\alpha}{9} \left(\frac{\gamma_p^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\sigma_t(K^+ p) + \frac{5}{2} \sigma_t(\pi^- p) - \frac{1}{2} \sigma_t(\pi^+ p) \right], \\ \sigma_t(\gamma n) = \frac{\alpha}{9} \left(\frac{\gamma_p^2}{4\pi} \right)^{-1} [\sigma_t(K^+ p) + \sigma_t(\pi^- p) + \sigma_t(\pi^+ p)].$$

С помощью этих формул можно оценить $\sigma_t(\gamma N)$ при больших энергиях. Полагая $\sigma_t(\pi^- p) \simeq \sigma_t(\pi^+ p) \simeq \sigma_t(K^+ p)$ и подставляя $\gamma_p^2/4\pi = 0,5$, получим

$$\sigma_t(\gamma N) \simeq \frac{2}{3} \alpha \sigma_t(\pi p).$$

Так как $\sigma_t(\pi p) \simeq 25 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$, то $\sigma_t(\gamma N) \simeq 100 \cdot 10^{-30} \text{ см}^2$, что близко к измеренному на опыте значению.

Если между кварковыми амплитудами выполняются соотношения (5.163), то разность дифференциальных сечений γp - и γn -рассеяний можно связать с дифференциальными сечениями рассеяния

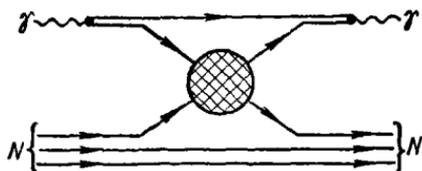


Рис. 5.31. Рассеяние γ -квантов нуклонами в кварковой модели.

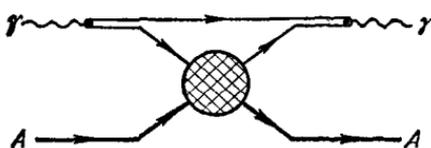


Рис. 5.32. Рассеяние γ -квантов ядрами в кварковой модели.

π - и K -мезонов нуклонами:

$$\begin{aligned} & \frac{216}{\alpha^2} \frac{g_\rho}{g_\omega} \frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \left[\frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow \gamma p) - \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow \gamma n) \right] = \\ & = \left(9 + \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} - 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \right) \left[\frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^- p) - \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) \right] + \\ & + 2 \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \left[\frac{d\sigma}{dt} (K^- p \rightarrow K^- p) - \frac{d\sigma}{dt} (K^+ p \rightarrow K^+ p) - 2 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \right]. \end{aligned}$$

(Это соотношение, полученное с учетом вклада действительных частей амплитуд упругого рассеяния мезонов нуклонами, справедливо при $t \neq 0$.)

Кварковый механизм для процессов $\gamma + A \rightarrow \gamma + A$ (рис. 5.32) позволяет получить следующее выражение для амплитуды γA -рассеяния:

$$\begin{aligned} & \frac{8}{\alpha} \frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} F(\gamma A \rightarrow \gamma A) = \\ & = \left(1 + \frac{1}{9} \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} - \frac{2}{9} \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \right) [(\pi^+ A) + (\pi^- A)] + \\ & + \frac{2}{9} \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} [(K^+ A) + (K^- A) + (K^0 A) + (\bar{K}^0 A)] + \\ & + \frac{2}{3} \frac{g_\omega}{g_\rho} [(K^+ A) + (K^- A) - (K^0 A) - (\bar{K}^0 A)], \end{aligned}$$

Откуда немедленно вытекает соотношение между полными сечениями

$$\sigma_t(\gamma A) = \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} \right)^{-2} \left[\left(1 + \frac{1}{9} \frac{g_\omega^2}{g_\rho^2} - \frac{2}{9} \frac{g_\Phi^2}{g_\rho^2} \right) \Sigma_{\pi+A} + \right.$$

$$+ \frac{2}{9} \frac{g_{\varphi}^2}{g_{\rho}^2} (\Sigma_{K+A} + \Sigma_{K^0A}) + \frac{2}{3} \frac{g_{\omega}}{g_{\rho}} (\Sigma_{K+A} - \Sigma_{K^0A}) \Big]. \quad (5.164)$$

Подчеркнем, что при выводе этого соотношения нигде не использованы конкретные представления о структуре ядра: формула (5.164) является следствием только гипотезы векторной доминантности и аддитивности кварковых амплитуд.

Для ядер, в которых число протонов равно числу нейтронов, формула (5.164) принимает вид

$$\sigma_t(\gamma A) = \frac{\alpha}{4} \left(\frac{v_{\rho}^2}{4\pi} \right)^{-1} \left[\left(1 + \frac{1}{9} \frac{g_{\omega}^2}{g_{\rho}^2} - \frac{2}{9} \frac{g_{\varphi}^2}{g_{\rho}^2} \right) \sigma_t(\pi A) + \frac{2}{9} \frac{g_{\varphi}^2}{g_{\rho}^2} \Sigma_{K+A} \right]. \quad (5.165)$$

Формулы (5.164) и (5.165) позволяют предсказать зависимость полных сечений γA -взаимодействия от атомного номера A , т. е. сечения $\sigma_t(\gamma A)$, $\sigma_t(\pi A)$ и $\sigma_t(KA)$ должны одинаково зависеть от A .

В заключение перечислим основные результаты, вытекающие из кварковой модели для процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$, $\gamma + A \rightarrow A + V^0$, $\gamma + N \rightarrow \gamma + N$, $\gamma + A \rightarrow \gamma + A$.

1. Энергетическая зависимость дифференциальных сечений $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ определяется теми же параметрами, которые характеризуют энергетическую зависимость полных сечений PN -взаимодействия.

2. Дифференциальные сечения процессов $\gamma + A \rightarrow A + V^0$ связаны при $t = 0$ с полными сечениями взаимодействия мезонов с ядрами.

3. Дифференциальные сечения процессов фотообразования V^0 -мезонов на ядрах должны зависеть от атомного номера A определенным образом.

4. Дифференциальные сечения процессов $\gamma + N \rightarrow N + V^0$ связаны с дифференциальными сечениями рассеяния π - и K -мезонов нуклонами.

5. Полные сечения γN -взаимодействия связаны с полными сечениями взаимодействия псевдоскалярных мезонов с нуклонами. Подчеркнем еще раз, что кварковая модель и гипотеза векторной доминантности позволяет исследовать комптон-эффект на нуклонах и ядрах только при больших энергиях и малых переданных импульсах. Для исследования низкоэнергетического комптон-эффекта нужны другие методы, которые мы не будем здесь развивать.

ЛИТЕРАТУРА

К главе 1

1. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. «Наука», М., 1971.
2. Барков Л. М. и др. Поиск монополя Дирака на протонном 70 Гэв-синхротроне.— ЖЭТФ, 1971, 61, 1721—1736.
3. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. Физматгиз, М., 1960.
4. Бугаев Э. В., Котов Ю. Д., Розенталь И. Л. Космические мюоны и нейтрино. Атомиздат, М., 1970.
5. Вигнер Е. Этюды о симметрии. «Мир», М., 1971.
6. Дрелл С. Партоны и глубоко неупругие процессы при высоких энергиях.— УФН, 1972, 106, 331—336.
7. Ерещенко С. К. Ограничения на электрический заряд, магнитный момент и монополярный момент нейтрино.— ЯФ, 1970, 12, 834—839.
8. Кендалл Г., Пановский В. Структура протона и нейтрона.— УФН, 1972, 106, 315—331.
9. Коккэдэ Я. Теории кварков. «Мир», М., 1971.
10. Ландау Л. Д. О законах сохранения при слабых взаимодействиях.— ЖЭТФ, 1957, 32, 405—406.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Физматгиз, М., 1963.
12. Ландсберг Л. Г. Поиски кварков.— УФН, 1973, 109, 695—742.
13. Мамырин Б. А., Аруев Н. Н., Алексеенко С. А. Новое определение магнитного момента протона в ядерных магнетонах с погрешностью $4,3 \cdot 10^{-6}\%$.— ЖЭТФ, 1972, 63, 3—20.
14. Матвеев В. А. и др. Дисперсионные правила сумм в теории сильных взаимодействий. Препринт Р2-3118 ОИЯИ, Дубна, 1967, 3—57.
15. Монополярный Дирака. «Мир», М., 1970.
16. Окунь Л. Б. О мюонном заряде и мюонных фотонах.— ЯФ, 1969, 10, 358—362.
17. Понтекорво Б. М. Нейтринные опыты и вопрос о сохранении лептонного заряда.— ЖЭТФ, 1967, 53, 1717—1725.
18. Рекало А. П. νe -рассеяние. Электромагнитные свойства нейтрино и варианты слабого взаимодействия.— УФЖ, 1973, 18, 213—217.
19. Стражев В. И., Томильчик Л. М. Современное состояние проблемы монополи Дирака.— ЭЧАЯ, 1973, 3, 187—224.
20. Тейлор Б., Паркер В., Лангенберг Д. Фундаментальные константы и квантовая электродинамика. Атомиздат, М., 1972.
21. Фейнберг Дж., Ледерман Л. М. Мюон и мюонные нейтрино.— В кн.: Нейтрино. «Наука», М., 1970, 11—166.
22. Хьюз В. Мир Литтлтона — Бонди и равенство зарядов.— В кн.: Гравитация и относительность. «Мир», М., 1965, 410.

23. Bailey J. et al. Precision measurement of the anomalous magnetic moment of the muon.— *Phys. Lett.*, 1968, **28B**, 287—289.
24. Barbieri E., Remiddi E. Six order electron and muon ($g - 2$)/2 from second order vacuum polarization insertion. Preprint TH—1081 CERN, 31 January 1974.
25. Bargman V., Michel L., Telegdi L. Precession of the polarization of particles moving in a homogenous electromagnetic field.— *Phys. Rev. Lett.*, 1959, **2**, 435—436.
26. Baroni G., Petrerà S., Romano G. An upper limit of the electric dipole of the Λ -hyperon.— *Nuovo Cim. Lett.*, 1971, **2**, 1256—1258.
27. Benvenuti A. et al. Observation of muonless neutrino—induced inelastic interactions.— *Phys. Rev. Lett.*, 1974, **32**, 800—803.
28. Bernstein J., Ruderman M., Feinberg G. Electromagnetic properties of the neutrino.— *Phys. Rev.*, 1963, **132**, 1227—1233.
29. Bjorken J. D., Paschos E. Inelastic electron—proton and γ -proton scattering and the structure of the nucleon.— *Phys. Rev.*, 1969, **185**, 1975—1982.
30. Burlison G. R., Kendall H. W. An experimental search for dipole structure of the electron.— *Nucl. Phys.*, 1959, **19**, 68—76.
31. Charpak G. et al. A new limit to the electric dipole moment of the muon — *Nuovo Cim.*, 1961, **22**, 1043—1050.
32. Cohen V. W., Cornogold N., Ramsey N. Magnetic moment of the neutron.— *Phys. Rev.*, 1956, **104**, 283—291.
33. Crowe K. M. et al. Precession measurement of the magnetic moment of the muon.— *Phys. Rev.*, 1972, **D5**, 2145—2161.
34. Dirac P. A. M. Quantized singularities in the electromagnetic field.— *Proc. Roy Soc.*, 1931, **A133**, 60—72.
35. Dirac P. A. M. The theory of magnetic poles.— *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 817—830.
36. Dress W. B., Miller P. D., Ramsey N. F. Improved upper limit for the electric dipole moment of the neutron.— *Phys. Rev.*, 1973, **D7**, 3147—3149.
37. Feinberg G. Effect of an electric dipole moment of the electron on the hydrogen energy levels.— *Phys. Rev.*, 1958, **112**, 1637—1642.
38. Feinberg G., Goldhaber J. Microscopic tests of symmetry principles.— *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1959, **45**, 1301—1315.
39. Fox J. D. et al. Measurement of the magnetic moment of the antiproton. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, **29**, 193—195.
40. Fox J. D. et al. Measurement of the Σ^- magnetic moment.— *Phys. Rev. Lett.*, 1973, **31**, 1084—1087.
41. Garwin R. L., Lederman L. M. The electric dipole moment of elementary particles.— *Nuovo Cim.*, 1959, **11**, 776—780.
42. Gilleland J., Rich A. Precision measurement of the g -factor of the free positron.— *Phys. Rev. Lett.*, 1969, **23**, 1130—1134.
43. Goldemberg J., Torizuka Y. Upper limit of the electric dipole moment of the electron.— *Phys. Rev.*, 1963, **129**, 2580—2581.
44. Gourdin M., Salin Ph. Analysis of photoproduction with an isobaric model.— *Nuovo Cim.*, 1963, **27**, 193—207.
45. Grodzins L., Engelberg D., Bertozzi W. Experimental limit on the «charge» of the proton.— *Bull. Am. Phys. Soc.*, 1961, **6**, 63.
46. Gurr H. S., Kropp W. R., Reines F. Experimental test of baryon conservation.— *Phys. Rev.*, 1967, **158**, 1321—1330.
47. Gurr H. S., Reines F., Sobel H. W. Search for $\bar{\nu}_e + e^-$ scattering.— *Phys. Rev. Lett.*, 1972, **28**, 1406—1409.
48. Hamison C. E., Sanders P. G. H., Wright S. J. Experimental limit on the proton electric dipole moment.— *Phys. Rev. Lett.*, 1969, **22**, 1263—1265.

49. H a s e r t F. J. et al. Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment.— Nucl. Phys., 1974, B73, 1—22.
50. L a u t r u p B. E., P e t e r m a n, R a f a e l E. Recent developments in the comparison between theory and experiments in quantum electrodynamics.— Phys. Reports, 1972, 3C, 193—260.
51. L e e T. D., Y a n g C. N. Conservation of heavy particles and generalized gauge transformations.— Phys. Rev., 1955, 98, 1501.
52. L l e w e l l y n - S m i t h F. C. H. Neutrino reactions at accelerator energies.— Phys. Reports, 1972, 3C, 264—379.
53. M a r g o l i s B., R o s e n d o r f f S., S i r l i n A. Scattering of electrons with an intrinsic electric dipole moment.— Phys. Rev., 1959, 114, 1530—1533.
54. M o e M. K., R e i n e s F. Charge conservation and the lifetime of the electron.— Phys. Rev., 1965, B140, 992—998.
55. Particle data group. Review of particle properties.— Rev. Mod. Phys., 1976, 48, 2, p. II.
56. P e r e s A. Rotational invariance of magnetic monopoles.— Phys. Rev., 1968, 167, 1449.
57. R a m s e y N. F. Time reversal, charge conjugation, magnetic pole conjugation and parity.— Phys. Rev., 1958, 109, 225—226.
58. R a r i t a W., S c h w i n g e r J. On a theory of particles with half-integral spin.— Phys. Rev., 1941, 60, 61.
59. R o s e B. Gyromagnetic ratio of free protons at 150 MeV. Proceeding of the 1960 annual international conference on high energy physics at Rochester. New York, Rochester, 1960, 787—788.
60. S a l p e t e r E. E. Some atomic effects of an electronic electric dipole moment.— Phys. Rev., 1958, 112, 1642—1648.
61. S a l a m A. On parity conservation and neutrino mass.— Nuovo Cim., 1957, 5, 299—301.
62. S a n d a r s P. G. H. The electric dipole moment of an atom.— Phys. Lett., 1965, 14, 194—196.
63. S a n d a r s P. G. H. Measurability of the proton electric dipole moment.— Phys. Rev. Lett., 1967, 19, 1396—1398.
64. S a n d a r s P. G. H. Enhancement factor for the electric dipole moment of the valence electron in an alkali atom.— Phys. Lett., 1968, 22, 290—291.
65. S c h i f f L. I. Measurability of nuclear electric dipole moments.— Phys. Rev., 1963, 132, 2194—2200.
66. S c h w i n g e r J. On the classical radiation of accelerated electrons.— Phys. Rev., 1949, 75, 1912—1925.
67. S c h w i n g e r J. Magnetic charge and quantum field theory.— Phys. Rev., 1966, 144, 1087—1093.
68. S h u l l C. G., B i l l m a n K. W., W e g g w o d d F. A. Experimental limit for the neutron charge.— Phys. Rev., 1967, 153, 1415—1422.
69. S h u l l C. G., N a t h a n s P. Search for a neutron electric dipole moment by a scattering experiment.— Phys. Rev. Lett., 1967, 19, 384—386.
70. S t e i n T. S., C a r r i c o J. P., L i p w o r t h E., W e i s s k o p f M. C. Permanent electric dipole moment of the cesium atom. An upper limit to the electric dipole moment of the electron.— Phys. Rev., 1969, 186, 39—51.
71. S t o v e r R. W., M o r a n P. I., P r i s c h k a. Search for an electron—proton charge inequality by charge measurements on an isolated macroscopic body.— Phys. Rev., 1967, 164, 1699—1609.
72. W i c k G. C., W i g h t m a n A. S., W i g n e r E. P. The intrinsic parity of elementary particles.— Phys. Rev., 1952, 88, 101—105.
73. Z o r n J. C., C h a m b e r l a i n G. E., H u g h e s V. W. Experimental limits for the electron—proton charge difference and for the charge of the neutron.— Phys. Rev., 1963, 129, 2566—2576.

К главе 2

1. А б о в Ю. Г., Е р м а к о в О. Н., К р у п ч и ц к и й П. А. Исследование нарушения P -четности в реакции $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$.— *ЖЭТФ*, 1973, 65, 1738—1744.
2. А х и е з е р А. И., Б е р е с т е ц к и й В. Б. Квантовая электродинамика. «Наука», М., 1969.
3. Б е р н с т е й н Дж. Элементарные частицы и их токи. «Мир», М., 1970.
4. Л и Ц., В у Ц. Слабые взаимодействия. «Мир», М., 1968.
5. Л о б а ш о в В. М. и др. Поиски несохранения четности в ядерных γ -переходах.— Письма в *ЖЭТФ*, 1966, 3, 76—81.
6. Л о б а ш о в В. М. и др. Циркулярная поляризация γ -квантов Ta^{181} .— Письма в *ЖЭТФ*, 1967, 5, 73—75.
7. Л о б а ш о в В. М. и др. Несохранение P -четности в γ -распаде K^{41} .— *ЯФ*, 1972, 15, 1142—1148.
8. B a l t a y C. et al. Test of charge — conjugation invariance in $p - p$ annihilations at rest.— *Phys. Rev. Lett.*, 1965, 15, 591—593.
9. B a r s h a y S. Proposal to test time — reversal invariance in the reactions $\gamma d \rightleftharpoons n + p$.— *Phys. Rev. Lett.*, 1966, 17, 49—53.
10. B o w m a n J. D. et al. Limit on parity nonconservation in p -nucleus scattering at 6 GeV/c.— *Phys. Rev. Lett.*, 1975, 34, 1184 — 1187.
11. C h r i s t N., L e e T. D. Possible tests of C_{st} and T_{st} invariances in $e^{\pm} + N \rightarrow e^{\pm} + \Gamma$ and $A \rightarrow B + e^{\pm} + e^{\mp}$.— *Phys. Rev.*, 1966, 143, 1310—1321.
12. D o b r z y n s k i L. et al. Test of CP and C invariances in pp annihilations at 1.2 GeV/c involving strange particles.— *Phys. Lett.*, 1966, 22, 105—108.
13. H a n d l e r R. et al. New test of T invariance in $p-p$ scattering.— *Phys. Rev. Lett.*, 1976, 19, 933—936.
14. H a t t i g H., H u n c h e n K., W ä f f l e r H. Evidence for parity-forbidden α -particle decay from the 8,87 Mev 2^{-} state in ^{16}O .— *Phys. Rev. Lett.*, 1970, 25, 941—943.
15. K i s t n e r O. C. Test for time — reversal invariance of the electromagnetic interaction using the Mössbauer effect in Ru^{90} .— *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 19, 872—877.
16. К р а н е К. С., О л с е н С. Е., С и т е с Дж. Р., С т е г е р т В. А. Observation of 1,5% parity-nonconserving γ -ray asymmetry.— *Phys. Rev. Lett.*, 1971, 26, 1579—1581.
17. L a p i d u s L. I. Ideas on new experiments on polarized target — *Rev. Mod. Phys.*, 1967, 39, 689 — 694.
18. L a y t e r J. G. et al. Measurement of the charge asymmetry in the decay $\eta \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0}$.— *Phys. Rev. Lett.*, 1972, 29, 316—319.
19. L e e T. D., W i c k G. C. Space inversion, time reversal and other discrete symmetries in local field theories.— *Phys. Rev.*, 1966, 148, 1385—1404.
20. Л о б а ш о в В. М. et al. Parity nonconservation in the gamma decay of ^{181}Ta .— *Phys. Lett.*, 1967, 25B, 104—106.
21. Л о б а ш о в В. М. et al. Parity non — conservation in radiative thermal neutron capture by protons.— *Nucl. Phys.*, 1972, A197, 241—258.
22. Particle data group. Review of particle properties. — *Rev. Mod. Phys.* 1976, 48, № 2.
23. P r e p o s t R., S i m o n d s R. M., W i i k B. H. Test of time-reversal invariance in elastic electron scattering from the deuteron.— *Phys. Rev. Lett.*, 1968, 21, 1271—1274.
24. P o t t e r J. M. et al. Test of parity conservation in pp-scattering. — *Phys. Rev. Lett.*, 1974, 33, 1307 — 1310.
25. P u r c e l l E. M., R a m s e y N. F. On the possibility of electric dipole moments for elementary particles and nuclei.— *Phys. Rev.*, 1950, 78, 807.
26. R o c k S. et al. Search for T-invariance violation the inelastic scattering of

- electrons from a polarized proton target.— Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 748—753.
27. Schrock B. L. et al. Experimental test of time-reversal invariance in the reaction $n + p \rightarrow d + \gamma$.— Phys. Rev. Lett., 1971, 26, 1659—1662.
 28. Thaler J. J. et al. Charge asymmetry in the decay $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$.— Phys. Rev. Lett., 1972, 29, 313—316.
 29. Vanderleeden J. C., Boehm F. Experiments on parity non — conservation in nuclear gamma transitions of ^{181}Ta and ^{173}Lu .— Phys. Lett., 1969, 30B, 467—469.
 30. Weikamp W. G. et al. Test of time — reversal invariance in the reactions $\text{Mg}^{24} + p \rightleftharpoons \text{Mg}^{25} + p$.— Phys. Rev., 1968, 165, 1233—1244.
 31. Wick G. C. Angular momentum states for three relativistic particles.— Ann. Phys. (N. Y.), 1962, 18, 65—80.
 32. Zulkarneev R. et al. Check of the T — invariance principle in 635 Mev pp-scattering. — Phys. Lett., 1976, 61B, 164 — 166.

К главе 3

1. Акимов Ю. К., Савченко О. В., Сороко Л. М. Экспериментальная проверка принципа зарядовой инвариантности в реакции $d + d \rightarrow \text{He}^4 + \pi^0$ при энергии дейтронов 400 Мэв. — ЖЭТФ, 1961, 41, 708 — 724.
2. Ахнезер А. И., Рекало М. П. Магнитные моменты барионов и SU (6)-симметрия.— Письма в ЖЭТФ, 1965, 1, 47—51.
3. Бернштейн Дж. Элементарные частицы и их токи. «Мир», М., 1970.
4. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхалидзе А. Н. К вопросу о составных моделях в теории элементарных частиц. — Препринт ОИЯИ Д-1968, 1965.
5. Гелл-Манн М. Восьмимерный формализм. Теория симметрий в сильных взаимодействиях.— В кн.: Элементарные частицы и компенсирующие поля. «Мир», М., 1964.
6. Коккедэ Я. Теория кварков. «Мир», М., 1971.
7. Лепидус Л. И. Изотопическая инвариантность и образование частиц.— ЖЭТФ, 1956, 31, 865 — 875.
8. Наумов Ю. В., Крафт О. Е. Изоспин в ядерной физике. «Наука», Л., 1972.
9. Окунь Л. Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. Физматгиз, М., 1963.
10. Пайс А. Динамическая симметрия в физике элементарных частиц.— В кн.: Теория групп и элементарные частицы. «Мир», М., 1967, 220—323.
11. Рекало М. П. Электромагнитные свойства мезонов в симметрии SU (6).— Письма в ЖЭТФ, 1965, 1, 31—34.
12. Vardeem W. A., Gastmans R., Lautrup B. Static quantities in Weinberg's model of weak and electromagnetic interactions.— Nucl. Phys., 1972, B46, 319—331.
13. Bartlett D. F., Friedberg C. E., Goulianos K., Hammerman J. S. Experimental test of charge independence in $n + p \rightarrow d + \pi^0$.— Phys. Rev., 1970, D1, 1984—1995.
14. Beg M. A. B., Singh V. Splitting of spin-unitary spin supermultiplets.— Phys. Rev. Lett., 1964, 13, 418—421.
15. Beg M. A. B., Lee B. W., Pais A. SU (6) and electromagnetic interactions.— Phys. Rev. Lett., 1964, 13, 514—517.
16. Venkatas D et al. Measurement of the radiative decay modes of the ω and ϕ with the Orsay storage ring.— Phys. Lett., 1972, 42B, 511—514.
17. Benvenuti A. et al. Observation of muonless neutrino — induced inelastic interactions.— Phys. Rev. Lett., 1974, 32, 800—803.
18. Bleckwenn J., Moritz J., Schmidt K. H., Wegener D. Upper

- limit on the isotensor contribution to the electroproduction crosssection in the region of the Δ (1236)-resonance.— Phys. Lett., 1972, **38B**, 265—268.
19. Boyarski A. M. et al. Photoproduction of $\pi^{\pm}\Delta$ (1236) from hydrogen and deuterium at 16 Gev.— Phys. Rev. Lett., 1970, **25**, 695—699.
 20. Boyarski A. M. et al. Photoproduction of K^+ -hyperon from hydrogen and deuterium at 11 Gev.— Phys. Lett., 1971, **34B**, 547—550.
 21. Brown A. et al. Radiative width of the η meson.— Phys. Rev. Lett., 1974, **32**, 1067—1070.
 22. Cabibbo N., Gatto R. Consequences of unitary symmetry for weak and electromagnetic transition.— Nuovo Cim., 1961, **21**, 872—877.
 23. Cabibbo N. Unitary symmetry and leptonic decays.— Phys. Rev. Lett., 1963, **10**, 531—533.
 24. Coleman S., Glashow S. L. Electrodynamical properties of baryons in the unitary symmetry scheme.— Phys. Rev. Lett., 1961, **6**, 423—425.
 25. Crowe A. V. et al. Charge Independence in the reactions $p + d \rightarrow \pi^0 + He^3$ and $p + d \rightarrow \pi^+ + H^3$ at 150 MeV.— Phys. Rev., 1960, **118**, 1091—1094.
 26. Fujikawa K., Lee B. W., Sunda A. I. Generalized renormalizable gauge formulation of spontaneously broken gauge theories.— Phys. Rev., 1972, **D6**, 2923—2943.
 27. Gell-Mann M. Isotopic spin and new unstable particles.— Phys. Rev., 1953, **92**, 833—834.
 28. Gell-Mann M. A schematic model of baryons and mesons.— Phys. Lett., 1964, **8**, 214—215.
 29. Georgi H., Glashow S. L. Unified weak and electromagnetic interactions without neutral current.— Phys. Rev. Lett., 1972, **28**, 1494—1497.
 30. Goldstone J. Field theories with «superconductor» solutions.— Nuovo Cim., 1961, **19**, 154—164.
 31. Gourdin M. Theoretical interpretation of storage ring results and vector meson dominance.— In: Hadronic interactions of electrons and photons, edited by J. Cumming and H. Osborn. Academic press. London and New York, 1971, 395—471.
 32. Gürsey F., Radicati L. A. Spin and unitary spin independence of strong interactions.— Phys. Rev. Lett., 1964, **13**, 173—175.
 33. Harting D. et al. Experiment on charge independence in interactions of nucleons and pions.— Phys. Rev., 1960, **119**, 1716—1725.
 34. Hasert F. J. et al. Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment.— Nucl. Phys., 1974, **B73**, 1—22.
 35. Higgs P. W. Broken symmetries, massless particles and gauge field.— Phys. Lett., 1964, **12**, 132—133.
 36. Higgs P. W. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons.— Phys. Rev., 1966, **154**, 1156—1163.
 37. Joo H. Electromagnetic properties and interactions of particles in the SU(3) symmetry scheme and quark model.— In: Hadronic interactions of electrons and photon, edited by J. Gumming and H. Osborn. Academic press. London and New York, 1971.
 38. Lee S. Y. Higher-order corrections to leptonic processes and the renormalization of Weinberg's theory of weak interactions in the unitary gauge.— Phys. Rev., 1972, **D6**, 1701—1717.
 39. Lee B. W., Primack J. R., Treiman S. B. Some physical constraints on gauge models of weak interactions.— Phys. Rev., 1973, **D7**, 510—516.
 40. Levinson C. A., Lipkin H. J., Meshkov S. Unitary symmetry in photoproduction and other electromagnetic interactions.— Phys. Lett., 1963, **7**, 81—84.
 41. Macfarlane A. J., Sudarshan E. C. G. Electromagnetic properties of stable particles and resonances according to the unitary symmetry theory.— Nuovo Cim., 1964, **31**, 1176—1196.

42. N a k a p a T., N i s h i j i m a K. Charge independence for V-particles.— Prog. Theor. Phys., 1953, 10, 581—582.
43. N e ' e m a n Y. Derivation of strong interactions from a gauge invariance.— Nucl. Phys., 1961, 26, 222—229.
44. O k u b o S. Note on unitary symmetry in strong interactions.— Prog. Theor. Phys., 1962, 27, 949—966.
45. O k u b o S. Some consequences of unitary symmetry model.— Phys. Lett., 1963, 4, 14—16.
46. Particle data group. Review of particle properties.— Rev. Mod. Phys., 1976, 48, № 2.
47. P r i m a c k J. R., Q u i n n H. R. Muon g-2 and other constraints on a model of weak and electromagnetic interactions without neutral currents.— Phys. Rev., 1972, D6, 3171—3178.
48. S a k i t a B. Supermultiplets of elementary particles.— Phys. Rev., 1964, 136B, 1756—1760.
49. S a k u r a i J. J. Possible existence of a $T = 0$ vector meson at 1020 MeV.— Phys. Rev. Lett., 1962, 9, 472—475.
50. S a m i o s N. P., G o d b e r g M., M e a d o w s B. T. Hadrons and SU (3) a critical review.— Rev. Mod. Phys., 1974, 46, 49—81.
51. W e i n b e r g S. A model of leptons.— Phys. Rev. Lett., 1967, 19, 1264—1266.
52. W e i n b e r g S. Physical processes in a convergent theory of the weak and electromagnetic interactions.— Phys. Rev. Lett., 1971, 27, 1688—1691.
53. Y a n g C. N., M i l l s R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance.— Phys. Rev., 1954, 95, 191—195.

К главе 4

1. А х и e з e р А. И., Р o з e n ц в e й г Л. Н., Ш м у ш к e в и ч И. М. О рассеянии электронов протонами.— ЖЭТФ, 1957, 33, 765—772.
2. А х и e з e р А. И., Р e к a л o М. П. Поляризаационные явления при рассеянии электронов протонами в области больших энергий.— ДАН СССР, 1968, 180, 1081—1083.
3. А х и e з e р А. И., Б e р e с т e ц к и й В. Б. Квантовая электродинамика. «Наука», М., 1969.
4. Б a л д и н А. М. и др. Кинетика ядерных реакций. Атомиздат, М., 1968.
5. Б a р т o н Г. Дисперсионные соотношения в квантовой теории поля. Атомиздат, М., 1968.
6. Б e л a в и н А. А. Об электромагнитном взаимодействии промежуточного W-бозона.— ЯФ, 1968, 7, 1267—1271.
7. Б и л e н ь к a я С. И., К a з a р и н o в Ю. М., Л a п и д у с Л. И. О формфакторах протона.— ЖЭТФ, 1971, 60, 460—467.
8. Б и л e н ь к a я С. И., К a з a р и н o в Ю. М., Л a п и д у с Л. И. Об электромагнитных формфакторах протона.— ЖЭТФ, 1971, 61, 2225—2230.
9. Б и л e н ь к a я С. И., Б и л e н ь к и й С. М., К a з a р и н o в Ю. М. О масштабном соотношении для формфакторов протона.— Письма в ЖЭТФ, 1972, 15, 420—423.
10. Б и л e н ь к a я С. И. и др. О структурных функциях глубоко неупругого *ep*-рассеяния.— ЖЭТФ, 1973, 65, 1745—1755.
11. Г e р a с и м o в С. Б. Правило сумм для магнитных моментов барионов и затухание магнитного момента нуклона в ядре.— ЯФ, 1966, 2, 598.
Л a п и д у с Л. И., Ч ж o у Г у a н - Ч ж a o. О рассеянии γ -квантов нуклонами.— ЖЭТФ, 1931, 41, 1546 — 1555.
12. Г р и б o в В. Н. и др. Ковариантный вывод формулы Вайцекера — Вильямса.— ЖЭТФ, 1961, 41, 1839—1841.
13. Г р и ф ф и Т., Ш и ф ф Л. Электромагнитные формфакторы.— В кн.: Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц. «Мир», М., 1969.

14. Доан Н хыонг. Об определении электромагнитных формфакторов частицы со спином 1.— ЯФ, 1967, 6, 1258—1264.
15. Дрелл С. Д., Захариазен Ф. Электромагнитная структура нуклонов. ИЛ, М., 1962.
16. Дубовик В. М., Чешков А. А. Упругое ed -рассеяние и нарушение CP -инвариантности.— ЖЭТФ, 1966, 51, 165—168.
17. Дубовик В. М., Лихтман Е. П., Чешков А. А. Упругое ed -рассеяние и нарушение CP -инвариантности. II.— ЖЭТФ, 1967, 52, 706—710.
18. Захаров В. И. Партоновая модель и данные опыты.— В кн.: Элементарные частицы, 1. Атомиздат, М., 1973.
19. Исаев П. С. Дисперсионные соотношения и формфакторы элементарных частиц.— ЭЧАЯ, 1971, 2, 69—104.
20. Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б., Терентьев М. В. Замечание о S -нечетных мультиполях.— Письма в ЖЭТФ, 1965, 2, 466—469.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. «Наука», М., 1973.
22. Ли Т. Д. Масштабные свойства в слабых и электромагнитных процессах.— ЭЧАЯ, 1973, 4, 689—703.
23. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Автомодельность, коммутаторы токов и векторная доминантность в глубоконеупругих лептон-адронных взаимодействиях.— ЭЧАЯ, 1971, 2, 7—32.
24. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Автомодельность в сильных взаимодействиях.— ТМФ, 1973, 15, 332—339.
25. Рекало М. П. Об одной возможности определения формфакторов нуклонов в области времениподобных переданных импульсов.— ЯФ, 1965, 1, 1066—1070.
26. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами. «Мир», М., 1975.
27. Adler S. L. Sum rules giving tests of local current commutation relations in high-energy neutrino reactions.— Phys. Rev., 1966, 143, 1144—1155.
28. Akerlof C. W., Ash W. W., Berkelman K., Lichtenstein C. A. Charge form factor and electroproduction.— Phys. Rev. Lett., 1966, 16, 147—150.
29. Akerlof C. W. et al. Measurement of the pion form factor.— Phys. Rev., 1967, 163, 1482—1497.
30. Bjorken J. D., Drell S. D., Frautschi S. C. Wide-angle pair production and quantum electrodynamics at small distances.— Phys. Rev., 1958, 112, 1409—1417.
31. Bjorken J. D., Walecka J. D. Electroproduction of nucleon resonances.— Ann. of Phys., 1966, 38, 35—62.
32. Bjorken J. D. Asymptotic sum rules at infinite momentum.— Phys. Rev., 1969, 179, 1547—1553.
33. Bjorken J. D., Paschos E. A. Inelastic electron — proton and γ -proton scattering and the structure of the nucleon.— Phys. Rev., 1969, 185, 1975—1982.
34. Bloom E. D. et al. High energy inelastic ep -scattering at 6 and 10°. — Phys. Rev. Lett., 1969, 23, 930—934.
35. Bloom E. D., Gilman F. J. Scaling, duality, and the behaviour of resonances in inelastic electron — proton scattering.— Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1140—1143.
36. Bloom E. D., Gilman F. J. Scaling and the behaviour of nucleon resonances in inelastic electron—nucleon scattering.— Phys. Rev., 1971, D4, 2901—2916.
37. Bodek A. et al. Comparisons of deep-inelastic ep and en cross-sections.— Phys. Rev. Lett., 1973, 30, 1087—1091.
38. Christ N., Lee T. D. Possible tests of C_{st} and T_{st} invariances in $e^\pm + N \rightarrow e^\pm + \Gamma$ and $A \rightarrow B + e^\pm e^\pm$.— Phys. Rev., 1966, 143, 1310—1321.
39. Cundy D. C. Neutrino physics.— In: Proceedings of the XVII Interna-

- tional Conference on High energy physics, London 1974 1—10 July, published by the Science Research Council Rutherford Laboratory, 1974.
40. Dombey N. Scattering of polarized leptons at high energy.— *Rev. Mod. Phys.*, 1969, **41**, 236—246.
 41. Doncel M. G., Rafael E., de. Inelastic lepton scattering from nucleons and positivity restrictions.— *Nuovo Cim.*, 1971, **4A**, 363—382.
 42. Drell S. D., Hearn A. C. Exact sum rule for nucleon magnetic moments.— *Phys. Rev. Lett.*, 1966, **16**, 908—911.
 43. Durand L. Inelastic electron — deuteron scattering cross sections at high energies. II. Final-state interactions and relativistic corrections.— *Phys. Rev.*, 1961, **123**, 1393—1422.
 44. Eichten T. et al. Measurement of the neutrino — nucleon and antineutrino — nucleon total cross — sections.— *Phys. Lett.*, 1973, **46B**, 274—280.
 45. Ernst F. J., Sachs R. G., Wali K. C. Electromagnetic form factors of the nucleon.— *Phys. Rev.*, 1960, **119**, 1105—1144.
 46. Frampton P. H. Regge trajectories and nucleon structure.— *Phys. Rev.*, 1969, **186**, 1419—1421.
 47. Gehlen G., von. Pion production in muon — nucleon collisions.— *Phys. Rev.*, 1960, **118**, 1455—1457.
 48. Gourdin M. Inelastic form factors.— *Nuovo Cim.*, 1961, **21**, 1094—1099.
 49. Gross D. J., Smith C. H. L. High-energy neutrino — nucleon scattering, current algebra and partons.— *Nucl. Phys.*, 1969, **B14**, 337—347.
 50. Halprin A., Andersen C. M., Primakoff H. Photonic decay rates and nuclear — coulomb — field coherent production processes.— *Phys. Rev.*, 1966, **152**, 1295—1303.
 51. Hand L. N., Miller D. G., Wilson R. Alternative nucleon form factors.— *Phys. Rev. Lett.*, 1962, **8**, 110—112.
 52. Hand L. N. Experimental investigation of pion electroproduction.— *Phys. Rev.*, 1963, **129**, 1834—1846.
 53. Jurisic N., Stodalsky L. Coulomb production method for studying $\pi\pi$ interactions.— *Phys. Rev.*, 1971, **D3**, 724—729.
 54. Kirk P. N. et al. Elastic electron — proton scattering at large four — momentum transfer.— *Phys. Rev.*, 1973, **D8**, 63—91.
 55. Köbberling M. et al. Electroexcitation nucleon resonances on protons and neutrons.— *Nucl. Phys.*, 1974, **B82**, 201—212.
 56. Krohn V. E., Ringo G. R. Measurement of the electron — neutron interaction by the asymmetrical scattering of thermal neutrons by noble gases.— *Phys. Rev.*, 1966, **148**, 1303—1311.
 57. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. Automodality in strong interactions.— *Lett. Nuovo Cim.*, 1972, **5**, 907—912.
 58. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. Automodellism in the large — angle elastic scattering and structure of hadrons.— *Lett. Nuovo Cim.*, 1973, **7**, 719—723.
 59. Miller G. et al. Inelastic electron — proton scattering at large momentum transfers and the inelastic structure functions of the proton.— *Phys. Rev.*, 1972, **D5**, 528—544.
 60. Particle data group. Review of particle properties. — *Rev. Mod. Phys.* 1976, **48**, № 2.
 61. Pomeranchuk I. Ya., Shmushkevich I. M. On processes in the interaction of γ -quanta with unstable particles.— *Nucl. Phys.*, 1961, **23**, 452—467.
 62. Primakoff H. Photo-production of neutral mesons in nuclear electric fields and the mean life of the neutral meson.— *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 899.
 63. Rordan E. M. et al. Extraction of $R = \sigma_L / \sigma_T$ from deep inelastic ep- and ed-cross sections.— *Phys. Rev. Lett.*, 1974, **33**, 561—564.
 64. Rittenberg V., Rubinstein H. R. Scaling and duality in electro- and photo — production.— *Phys. Lett.*, 1971, **B35**, 50—54.

65. Rosenbluth M. N. High energy elastic scattering of electrons on protons.— Phys. Rev., 1950, 79, 615—619.
66. Sachs R. G. High-energy behaviour of nucleon electromagnetic form factors.— Phys. Rev., 1962, 126, 2256—2260.
67. Salzman G. Electron-neutron interaction.— Phys. Rev., 1955, 99, 973—978.
68. Vecchia P. Di., Drago F. A model with linearly rising Regge trajectories for the isovector nucleon form-factor.— Lett. Nuovo Cim., 1969, 1, 917—921.
69. Wataghin V. Three-pole formula for the proton electromagnetic form factors.— Nuovo Cim., 1958, 54A, 805—808.
70. Wataghin V. Nucleon electromagnetic form factors and vector — boson resonances.— Nuovo Cim., 1968, 54A, 840—848.

К главе 5,

1. Адлер С., Дашен Р. Алгебры токов и их применение в физике частиц. «Мир», М., 1970.
2. Аллаби Дж. В и др. Полные сечения взаимодействия и сечения поглощения π^- , K^- -мезонов и антипротонов в области импульсов от 20 до 65 Гэ/с.— ЯФ, 1970, 12, 538—556.
3. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. «Наука», М., 1969.
4. Ахизер А. И., Рекало М. П. Кварковая модель и процессы фотообразования нейтральных векторных мезонов на нуклонах и ядрах.— ЭЧАЯ, 1972, 3, 175—222.
5. Боголюбов Н. Н., Медведев Б. В., Поливанов М. К. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, М., 1958.
6. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б. О мезонных поправках в теории β -распада.— ЖЭТФ, 1955, 29, 698—699.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Физматгиз, М., 1963.
8. Левин Е. М., Франкфурт Л. Л. Гипотеза кварков и соотношения между сечениями при высокой энергии.— Письма в ЖЭТФ, 1965, 2, 105—109.
9. Локк В., Миздей Д. Физика частиц промежуточных энергий. Атомиздат, М., 1972.
10. Матвеев В. А. и др. Дисперсионные правила сумм в теории сильных взаимодействий. Препринт Р2—3118. ОИЯИ, Дубна, 1967.
11. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. «Наука», М., 1969.
12. Окунь Л. Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. Физматгиз, М., 1963.
13. Омеланко А. С. Эффект формфактора F_π в электрообразовании π^+ -мезонов при высоких энергиях.— УФЖ, 1969, 14, 1575—1578.
14. Померанчук И. Я. Равенство полных сечений, взаимодействия нуклонов и антинуклонов при больших энергиях.— ЖЭТФ, 1958, 34, 725—728.
15. Сакураи Дж. Токи и мезоны. Атомиздат, М., 1972.
16. Соловьев Л. Д. Дисперсионные соотношения для s - и p -волн реакции фоторождения мезонов в первом приближении по $1/m$.— ЖЭТФ, 1957, 33, 801—803.
17. Чжоу Гуан-чжао. О псевдовекторном токе и лептонных распадах бозонов и мезонов.— ЖЭТФ, 1960, 39, 703—712.
18. Adler S. Photo-, electro- and weak single-pion production in the (3,3) resonance region.— Ann. Phys. (N. Y.), 1968, 50, 189—311.
19. Altarelli G., Colocci M. Approximate saturation of a superconvergence relation for pion photoproduction.— Nuovo Cim., 1967, 48A, 573—578.

20. Ball J. S. Application of the Mandelstam representation to photoproduction of pions from nucleons.— *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 2014—2028.
21. Bartl A., Majerotto W. Electroproduction of pions with polarized beams and polarized targets.— *Nucl. Phys.*, 1973, **B62**, 267—285.
22. Berends F. A., Donnachie A., Weaver D. L. Photoproduction and electroproduction of pions (11). Photopion production below 500 MeV.— *Nucl. Phys.*, 1967, **B4**, 54—102.
23. Berends F. A. Forward charged-pion electroproduction from fixed—momentum—transfer dispersion relations.— *Phys. Rev.*, 1970, **D1**, 2590—2594.
24. Bjorken J. D., Walecka J. D. Electroproduction of nucleon resonances.— *Ann. Phys. (N. Y.)*, 1966, **38**, 35—62.
25. Brown C. N. et al. Coincidence measurements of single π^+ electroproduction.— *Phys. Rev. Lett.*, 1971, **26**, 987—991.
26. Brown C. N. et al. Interpretations of single π^+ -electroproduction data and a determination of the pion form factor.— *Phys. Rev. Lett.*, 1971, **26**, 991—994.
27. Chaloupka V. et al. Review of particle properties.— *Phys. Lett.*, 1974, **50B**, 1—198.
28. Chew G. F. et al. Relativistic dispersion relation approach to photomeson production.— *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 1345—1355.
29. Denner P. Theory of the electro-and photoproduction of π -mesons.— *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 2000—2010.
30. Devenish R. C. E., Lyth D. H. Single π^+ electroproduction at $W = 2\text{GeV}$ and the pion form factor.— *Phys. Rev.*, 1972, **D5**, 47—59.
31. Dombey N. Scattering of polarized leptons at high energy.— *Rev. Mod. Phys.*, 1969, **41**, 236—246.
32. Dombey N., Read B. J. Pion electroproduction and photoproduction including PCAC.— *Nucl. Phys.*, 1973, **B60**, 65—92.
33. Donnachie A., Shaw G. Photopion production, dispersion relations, and γ - ρ - π coupling.— *Ann. Phys. (N. Y.)*, 1966, **37**, 333—364.
34. Driver C. et al. Electroproduction of single π^+ -mesons on hydrogen.— *Phys. Lett.*, 1971, **35B**, 77—80.
35. Driver C. et al. Electroproduction of single π^+ mesons on hydrogen: determination of the longitudinal part of the cross section.— *Phys. Lett.*, 1971, **35B**, 81—82.
36. Driver C. et al. Electroproduction of single π^+ mesons on hydrogen.— *Nucl. Phys.*, 1971, **B30**, 245—266.
37. Fermi E. Lectures on pions and nucleons.— *Suppl. Nuovo Cim.*, 1955, **2**, 17—95.
38. Feynmann R. P., Gell-Mann M. Theory of the Fermi Interaction.— *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 193—198.
39. Foley K. J. et al. Experimental test of the pion—nucleon forward dispersion relations at high energies.— *Phys. Rev.*, 1969, **181**, 1775—1793.
40. Frazer W. R., Fulco J. R. Partial-wave dispersion relations for the process $\pi + \pi \rightarrow \bar{N} + N$.— *Phys. Rev.*, 1960, **117**, 1603—1608.
41. Gaffney G. W. Low energy theorem for pion photoproduction from the hypothesis of partially conserved axial—vector current.— *Phys. Rev.*, 1967, **161**, 1599—1601.
42. Goldberger M. L., Treiman S. B. Decay of the pi meson.— *Phys. Rev.*, 1958, **110**, 1178—1184.
43. Gourdin M. Theoretical interpretation of storage ring results and vector meson dominance.— In: *Hadronic interaction of electrons and photons*, edited by J. Cumming and H. Osborne. Academic press. London and New York, 1971, 395—471.
44. Jones H. F. Pion-nucleon resonances and the angular distribution in pion electroproduction.— *Nuovo Cim.*, 1965, **40A**, 1018—1033.

45. Kroil N. M., Ruder man M. A. A theorem on photomeson production near threshold and the suppression of pairs in pseudoscalar meson theory.— *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 233—238.
46. Kroil N. M., Lee T. D., Zumino B. Neutral vector mesons and the hadronic electromagnetic current.— *Phys. Rev.*, 1967, **157**, 1376—1399.
47. Kummer P. S. et al. Electroproduction of single positive pions above the resonance region.— *Lett. Nuovo Cim.*, 1971, **1**, 1026—1030.
48. Lipkin H. J., Scheck F. Quark model for forward scattering amplitudes.— *Phys. Rev. Lett.*, 1966, **16**, 71—75.
49. Lipkin H. J. Quark models and high energy scattering.— *Phys. Rev. Lett.*, 1966, **16**, 1015—1019.
50. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N., Solovoyov L. D. Photoproduction processes and dispersion relations.— *Nucl. Phys.*, 1957, **4**, 427—452.
51. Mandelstam S. Determination of the pion-nucleon scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. General theory.— *Phys. Rev.*, 1958, **112**, 1344—1360.
52. Manweiler R. W., Schmidt W. Pion electroproduction, ρ production by pions, and vector-meson dominance.— *Phys. Rev.*, 1971, **D3**, 2752—2767.
53. Moravcsik M. J. Method of analysis of charged pion photoproduction.— *Phys. Rev.*, 1956, **104**, 1451—1453.
54. Moravcsik M. J. Angular distribution of positive pion photoproduction from hydrogen.— *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 600—603.
55. Nambu Y. Possible existence of a heavy neutral meson.— *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 1366—1367.
56. Nambu Y. Axial vector current conservation in weak interactions.— *Phys. Rev. Lett.*, 1960, **4**, 380—382.
57. Omnes R. On the solution of certain singular integral equations of quantum field theory.— *Nuovo Cim.*, 1958, **8**, 316—326.
58. Pfeil W., Schwela D. Energy-independent multipole analysis of π^0 , π^+ and π^- photoproduction in the first resonance region.— *Nucl. Phys.*, 1972, **B45**, 379—396.
59. Schildknecht D. Generalized vector dominance. Preprint DESY 73/21, 1973.
60. Schwinger J. Field theory commutators.— *Phys. Rev. Lett.*, 1959, **3**, 296—297.
61. Solovoyov L. D. Photoproduction of mesons on nucleons; phase shift analysis and dispersion relations.— *Nucl. Phys.*, 1958, **5**, 256—270.
62. Watson K. M. The effect of final state interactions on reaction cross sections.— *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1163—1171.
63. Zagury N. Angular distribution in pion electroproduction.— *Nuovo Cim.*, 1967, **52A**, 506—518.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Алгебра токов 406—408, 412—419
 Античастица 74—76
 Барийное число 87, 88
 сохранение 11
 Брейта система 190, 191
 Векторная доминантность 456—462
 Векторные мезоны 116, 118
 — радиационный распад 144—147
 — распад на лептонную пару 147—149
 Время жизни протона 11
 — электрона 9
 Гелл-Манна — Окубо формула 117
 Гиперзаряд 104, 105
 Гельдбергера—Треймана соотношение
 404—405
 Графическое представление SU_3 -
 состояний 114, 115
 Декуплет 115
 Дирака монополю 18—20
 Изотопический спин 85—96
 Инвариантность изотопическая 91—96
 — масштабная 261—267
 Кабиббо угол 153
 Калибровочные поля 157—159
 Кварки 105, 108
 Клебша—Гордона коэффициенты 99
 Кросс-реакция 383
 Лагранжиан кварков 105
 — нуклонного поля 85
 — пионного поля 86
 — слабого взаимодействия 177
 — — — Вайнберга 170
 — — — с W -бозоном 155
 — — — четырехфермионного 153
 Лептонный гиперзаряд 164
 — мультиплет 164, 165
 — число 11
 Магнитный момент антипротона 30,
 31
 — — мюона 26
 — — нейтрино 37
 Магнитный момент протона 31
 — — позитрона 25
 — — протона 31
 — — электрона 23
 — — Λ -гиперона 31, 32
 — — Σ^- -гиперона 33
 — — Σ^+ -гиперона 32
 — — Δ - N -перехода 34—37
 — — Σ - Λ -перехода 33, 34
 Мандельштама переменные 348
 Минимальное электромагнитное
 взаимодействие 96
 Мюонное число 11
 Нейтральный массивный бозон 168
 Нейтрино 163
 Нейтринная светимость 16, 17
 Нонет 80
 Октет 113, 114
 Омнеса—Мусхелишвили уравнение
 393—395
 Оператор антиунитарный 48
 — изотопический 86
 — зарядового сопряжения 50
 — обращения времени 42
 — пространственного отражения 47,
 48
 Партоновая модель 267—271
 Поляризационные явления:
 асимметрия 251, 252
 рассеяние электронов дейтронами
 220, 221
 рассеяние электронов нуклонами
 211—216
 Правило суперотбора 20—22
 Примакова эффект:
 дифференциальное сечение 329—334
 кинематика 327, 328
 радиационные ширины резонансов
 334—336
 Радиационные поправки:
 аномальный магнитный момент
 мюона 26, 27
 аномальный магнитный момент
 электрона 23, 25

- Рассеяние адронов атомными электронами 223—232
 Редукционная формула 408—412
 Розенблота формула 208—211
 Симметрия SU_3 103—127
 адронные мультиплеты 111—116
 генераторы 107
 инвариантность 118—120
 матрицы 106
 магнитные моменты 133—137
 нарушение 117
 — f , d -связи 120
 U -спин 109
 V -спин 110
 электромагнитные разности масс 149—151
 Скейлинговая переменная 263
 Спиральность 51
 — амплитуд 57
 Спонтанное нарушение симметрии 159—163
 CPT -теорема 49, 50
 Странность 103, 104
 Структурные функции 191—196
 — дейтрона 219
 — Ω -гиперона 231, 232
 — мезона 207
 — нуклонных резонансов 242
 — общее определение 194
 — партонная модель 271—276
 — пороговое поведение 276—279
 — протона 210
 — рассеяние нейтрино нуклонами 284—292
 — связь с полными сечениями 196—198
 — скейлинговое поведение 263
 — условие положительности 194, 195
 — экспериментальные данные 263, 264
 Тормозное излучение 315—318
 Ток аксиальный 402—405
 — нуклона 88
 — мезона 92
 — барионный 87
 Ферми — Ватсона теорема 387, 388
 Формфакторы электромагнитные
 — асимптотическое поведение 305—307
 — Венециано модель 304
 — Ω -гиперона 230, 231
 — дейтрона 216—218
 — Дирака 208
 Формфакторы изотопические 299—301
 — — мезона 206, 207
 — — нуклонных резонансов 238
 — — пороговое поведение 243—246
 — — связь со структурными функциями 236, 242
 — — Паули 208
 — — Σ — Λ -перехода 229
 — — протона 209
 Фотообразование Λ -мезонов на нуклонах:
 аналитические свойства амплитуд 373—378
 борновское приближение 381—383
 дисперсионные соотношения 378—380
 инвариантные амплитуды 360—366
 изотопические амплитуды 366—371
 кинематика 347—350
 мультипольные амплитуды 371, 372
 мультипольный анализ 396, 397
 скалярные амплитуды 351, 352
 спиральные амплитуды 358—360
 физическая область 349, 350
 Частично сохраняющийся аксиальный ток 405
 Четность античастицы 75, 76
 — зарядовая 76—80
 — G -четность 100—103
 — пространственная 52—56
 — Λ -мезона 54—56
 — γ -кванта 54, 55
 — электрона 56
 — позитрона 56
 Электрический дипольный момент 37
 — — атома водорода 39
 — — Λ -гиперона 44
 — — монополя 40
 — — нейтрино 45
 — — нейтрона 40—42
 — — протона 42
 — — Λ -удвоение 39
 — — электрона 42—44
 Электрический заряд 7—22
 — — мюона 14, 15
 — — нейтрино 15—18
 — — нейтрона 12—14
 — — протона 13, 14
 — — сохранение 7—10
 — — фотона 18
 — — целочисленность 10—12
 — — электрона 13, 14

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
-----------------------	---

Глава 1

Электромагнитные характеристики частиц	7
--	---

§ 1. Электрический заряд	7
------------------------------------	---

1.1. Закон сохранения электрического заряда (7) 1.2. Равенство абсолютных значений электрических зарядов заряженных частиц (10). 1.3. Электрическая нейтральность атомов и нейтрона. Заряд мюона (12). 1.4. Оценка электрических зарядов нейтрино и фотона (15). 1.5. Монополю Дирака и квантование электрического заряда (18). 1.6. Правила суперотбора (20).

§ 2. Магнитные моменты элементарных частиц	22
--	----

2.1. Магнитный момент электрона (22). 2.2. Магнитный момент мюона (26). 2.3. Магнитные моменты нуклонов (протона, нейтрона и антипротона) (30). 2.4. Магнитные моменты гиперонов (31). 2.5. Магнитный момент ΔN -перехода (34). 2.6. Оценка магнитного момента нейтрино (37).

§ 3. Электрический дипольный момент элементарных частиц	37
---	----

3.1. Несовместимость существования дипольного момента элементарной частицы с инвариантностью относительно обращения времени (37). 3.2. Экспериментальная оценка дипольных моментов (40).

Глава 2

Дискретные симметрии фундаментальных взаимодействий	46
---	----

§ 1. Дискретные симметрии в локальных теориях полей	46
---	----

1.1. Пространственное отражение и обращение времени (46). 1.2. Операторы дискретных симметрий и *CPT*-теорема (47). 1.3. Приближенный характер симметрий (50).

§ 2. Инвариантность относительно пространственного отражения	52
--	----

2.1. Пространственная четность элементарных частиц (52). 2.2. Свойства симметрии амплитуд рассеяния, связанные с *P*-инвариантностью (57). 2.3. Экспериментальная проверка симметрии сильного и электромагнитного взаимодействий относительно пространственного отражения (62).

§ 3. Инвариантность относительно обращения времени	66
--	----

3.1. Свойства симметрии амплитуд рассеяния, связанные с *T*-инвариантностью (66). 3.2. Экспериментальная проверка симметрии сильного и электромагнитного взаимодействий относительно обращения времени (69).

§ 4. Инвариантность относительно зарядового сопряжения	74
--	----

4.1. Частица и античастица (74). 4.2. Зарядовая четность (76). 4.3. Экспериментальная проверка *C*-инвариантности сильного и электромагнитного взаимодействий (80).

Глава 3

Унитарные симметрии	85
§ 1. Изотопическая инвариантность	85
1.1. Изотопический спин (85). 1.2. Экспериментальная проверка изотопической инвариантности (93). 1.3. Изотопическая структура электромагнитного тока адронов (96). 1.4. G -четность (100).	
§ 2. SU_3 -симметрия	103
2.1. Странность и переход от группы SU_3 к группе SU_2 (103). 2.2. Адронные супермультиплеты (111). 2.3. Экспериментальная проверка SU_3 -симметрии (120). 2.4. SU_3 -симметрия (127).	
§ 3. Электромагнитные свойства адронов и унитарные симметрии	133
3.1. Магнитные моменты баронов и SU_3 -симметрия (133). 3.2. Магнитные моменты баронов и SU_2 -симметрия (137). 3.3. Радиационные распады псевдоскалярных мезонов и SU_3 -симметрия (143). 3.4. Радиационные распады векторных мезонов и SU_3 -симметрия (144). 3.5. Радиационные распады, магнитные моменты векторных мезонов и SU_2 -симметрия (145). 3.6. Распады $V^0 \rightarrow I^+ + I^-$ (147). 3.7. Электромагнитные разности масс адронов (149). 3.8. Фотообразование псевдоскалярных мезонов и SU_3 -симметрия (151).	
§ 4. Единая теория слабого и электромагнитного взаимодействий	153
4.1. Лагранжиан слабого взаимодействия (153). 4.2. Калибровочные поля (157). 4.3. Спонтанное нарушение симметрии (159). 4.4. Модель Вайнберга и нейтральные слабые токи (163). 4.5. Модель теории слабого и электромагнитного взаимодействий без слабых нейтральных токов (174).	

Глава 4

Рассеяние электронов адронами	181
§ 1. Релятивистская кинематика рассеяния электронов адронами	181
1.1. Кинематика двухчастичных процессов рассеяния (181). 1.2. Кинематика многочастичных процессов рассеяния электронов адронами (186).	
§ 2. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов адронами 191	
2.1. Структурные функции (191). 2.2. Связь структурных функций с полными сечениями поглощения виртуальных γ -квантов (196). 2.3. Рассеяние поляризованных электронов и позитронов адронами (201). 2.4. Связь тензора $W_{\alpha\beta}$ с амплитудой комптоновского рассеяния виртуальных γ -квантов. (203)	
§ 3. Упругое рассеяние электронов адронами	205
3.1. Дифференциальное сечение рассеяния (205). 3.2. Рассеяние электронов на адронах с нулевым спином (206). 3.3. Формула Розенблюта (208). 3.4. Поляризационные явления в eN -рассеянии (211). 3.5. Рассеяние электронов дейтронами (216).	
§ 4. Рассеяние адронов атомными электронами	223
4.1. Кинематика рассеяния адронов атомными электронами (223). 4.2. Дифференциальное сечение рассеяния адронов атомными электронами (227).	
§ 5. Формфакторы электровозбуждения нуклонных резонансов	232
5.1. Электромагнитный ток перехода нуклонов в нуклонные резонансы (232). 5.2. Релятивистски инвариантные формфакторы (237). 5.3. Пороговое поведение неупругих формфакторов (243).	
§ 6. Рассеяние электронов поляризованными адронами	246
6.1. Структурные функции (246). 6.2. Дифференциальное сечение и асимметрия рассеяния (251). 6.3. Неупругие формфакторы и структурные функции (253). 6.4. Поляризационные состояния виртуального γ -кванта (256).	

§ 7. Глубоко неупругое рассеяние электронов нуклонами	261
7.1. Масштабная инвариантность структурных функций (261). 7.2. Партоновая модель (267). 7.3. Структурные функции в партоновой модели (271). 7.4. Поведение структурных функций при $\omega \rightarrow 1$ (276). 7.5. Партоны как кварки (279). 7.6. Глубоко неупругое рассеяние нейтрно нуклонами (282).	
§ 8. Электромагнитные формфакторы нуклонов	292
8.1. Экспериментальные данные о формфакторах нуклонов (292). 8.2. Определение электромагнитных формфакторов нейтрона (294). 8.3. Изотопическая структура электромагнитных формфакторов и векторная доминантность (299). 8.4. Асимптотическое поведение нуклонных формфакторов (305). 8.5. Применимость борновского приближения (307).	
§ 9. Фотообразование лептонных пар и тормозное излучение при рассеянии электронов адронами	310
9.1. Фотообразование лептонных пар (310). 9.2. Тормозное излучение при рассеянии электрона адроном (315). 9.3. Угловое и энергетическое распределение адронов при фотообразовании лептонных пар (318).	
§ 10. Эффект Примакова	327
10.1. Однофотонный механизм взаимодействия частиц (327). 10.2. Эффект Примакова и радиационные ширрины адронов (334). 10.3. Фотообразование $\pi\pi$ -пар в кулоновском поле адронов (341).	

Глава 5

Фотообразование и электрообразование мезонов	347
§ 1. Фотообразование π -мезонов на нуклонах	347
1.1. Кинематика процесса фотообразования π -мезонов (347). 1.2. Амплитуды и дифференциальное сечение фотообразования пионов на нуклонах (350). 1.3. Поляризационные явления в фотообразовании пионов на нуклонах (355). 1.4. Спиральные амплитуды (358). 1.5. Инвариантные амплитуды (360). 1.6. Изотопические амплитуды процесса $\gamma + N \rightarrow N + \pi$ (366). 1.7. Мультипольные амплитуды (371). 1.8. Аналитические свойства амплитуд фотообразования пионов на нуклонах (373). 1.9. Дисперсионные соотношения для инвариантных амплитуд фотообразования пионов на нуклонах (378). 1.10. Дисперсионные соотношения для мультипольных амплитуд (384). 1.11. Определение мультипольных амплитуд фотообразования π -мезонов с помощью дисперсионных соотношений (392). 1.12. Сверхсходящиеся правила сумм (397). 1.13. Алгебра токов (401). 1.14. Редукционные формулы (408). 1.15. Применение редукционной техники к фоторождению пионов на нуклонах (412).	
§ 2. Электророждение π -мезонов на нуклонах	419
2.1. Дифференциальное сечение электророждения пионов (419). 2.2. Дифференциальное сечение поглощения виртуальных γ -квантов нуклонами с образованием π -мезонов (425). 2.3. Инвариантные и скалярные амплитуды электророждения пионов на нуклонах (428). 2.4. Мультипольные амплитуды поглощения виртуальных γ -квантов нуклонами с образованием π -мезонов (434). 2.5. Поляризационные эффекты (439). 2.6. Борновское приближение (445). 2.7. Борновское приближение при высоких энергиях (449). 2.8. Электророждение пионов на нуклонах в модели алгебры токов (453).	
§ 3. Фотообразование векторных мезонов	456
3.1. Векторная доминантность (456). 3.2. Фотообразование нейтральных векторных мезонов при больших энергиях (462). 3.3. Фотообразование нейтральных векторных мезонов на ядрах (469). 3.4. Соотношения между дифференциальными сечениями при неравном нулю переданном импульсе (471). 3.5. Рассеяние β -квантов нуклонами и ядрами (475).	

Литература 479

Предметный указатель 491

АЛЕКСАНДР ИЛЬИЧ АХИЕЗЕР
МИХАИЛ ПЕТРОВИЧ РЕКАЛО

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ

*Печатается по постановлению ученого совета
Физико-технического института АН УССР*

Редактор
Д. И. ПОПОВИЧ

Художественный редактор
И. П. АНТОНЮК

Оформление художника
Д. Д. ГРИБОВА

Технические редакторы
А. А. МАТВИЙЧУК, И. А. РАТНЕР

Корректоры
Р. С. КОГАН, Е. А. МИХАЛЕЦ

БФ 08128. Сдано в набор 29. V 1976 г.
Подписано в печать 20. XII 1976 г.
Формат 60×90 ¹/₁₆. Бумага типогр. № 1.
Усл. печ. л. 31,0. Учетно-изд. л. 31,0.
Тираж 1850 экз. Изд. № 310.
Заказ 6—1288. Цена 3 руб. 36 коп.

Издательство «Наукова думка»,
Киев, Репина, 3

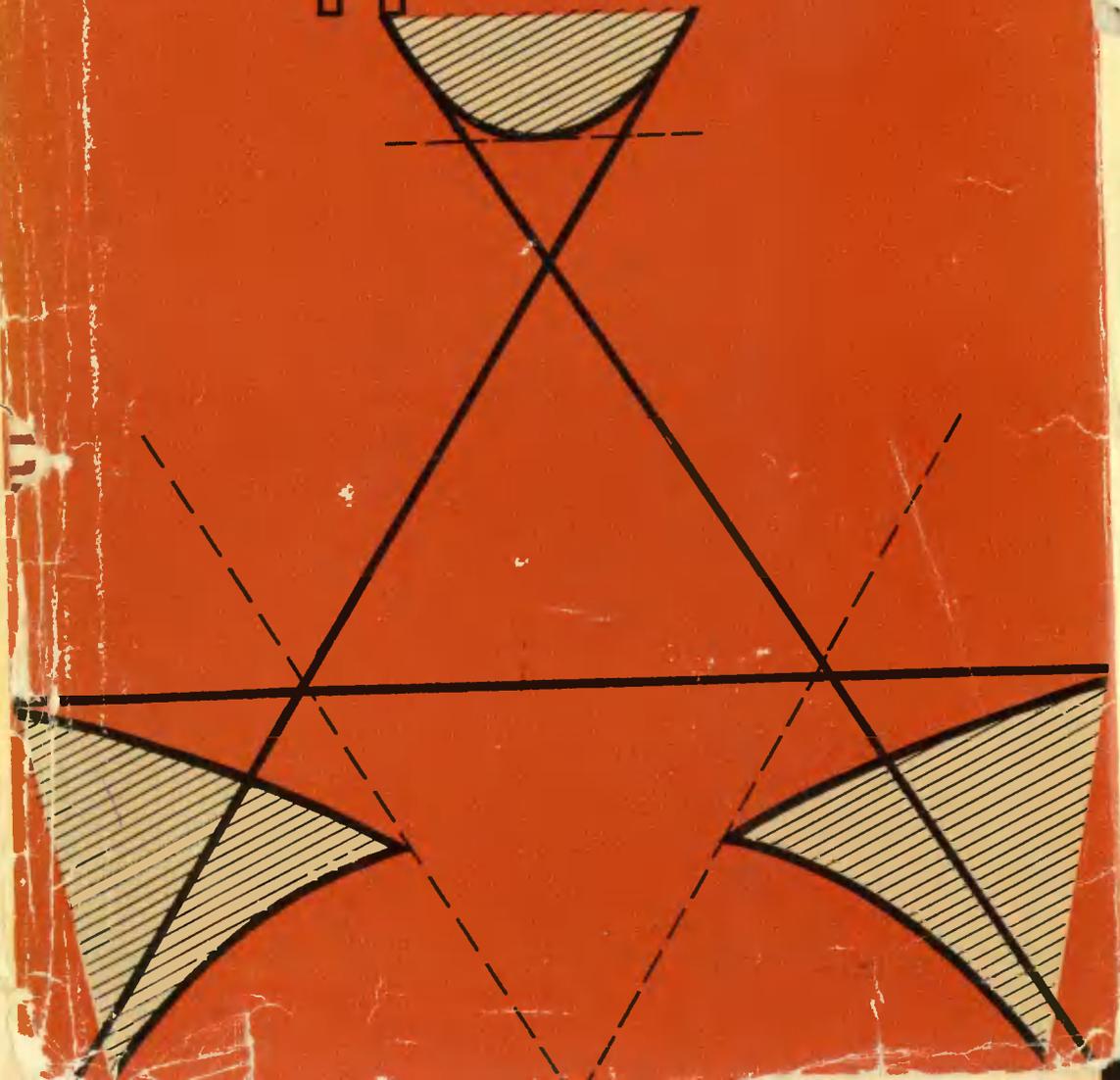
Головное предприятие республиканского производственного
объединения «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР,
г. Киев, Довженко, 3.

АХИЕЗЕР, М. П. РЕКАЛО

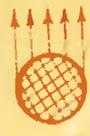
539.12.
А-95

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ



„НАУКОВА ДУМКА“



метри
угое р
и с
эваннь